
Table des matières

1	Ensembles, relations, fonctions	1
1.1	Ensembles	1
1.1.1	Définitions et représentations des ensembles	1
1.1.2	Opérations sur les ensembles	8
1.2	Relations	18
1.2.1	Définition, représentations et propriétés	18
1.2.2	Opérations sur les relations binaires	28
1.3	Fonctions et applications	33
1.4	Exercices	37
2	Ensembles ordonnés	43
2.1	Relations d'ordre	43
2.1.1	Ordres quotients	44
2.1.2	Ordres bien fondés	48
2.1.3	Ordres lexicographiques	51
2.2	Ensembles ordonnés	53
2.2.1	Ordres partiels complets, treillis	53
2.2.2	Points fixes	63
2.3	Exercices	66
3	Définitions inductives	71
3.1	Construction des éléments d'un ensemble inductif	71
3.1.1	Règles d'inférence	71
3.1.2	Opérateurs de clôture	76
3.1.3	Arbres d'inférence	78
3.2	Ensembles clos et définitions inductives	80
3.3	Induction structurelle	82
3.4	Exercices	86
4	Automates et langages	93
4.1	Langages réguliers	93
4.1.1	Mots et langages	93
4.1.2	Langages réguliers et expressions régulières	95

4.2	Automates finis et langages reconnaissables	99
4.2.1	Systèmes de transitions étiquetées	99
4.2.2	Automates finis	102
4.2.3	Langages reconnaissables	106
4.2.4	Opérations sur les automates finis	108
4.2.5	Automates déterministes, automates complets	119
4.2.6	Minimisation d'un automate fini	129
4.3	Automates finis et langages réguliers	135
4.3.1	Construction d'un automate à partir d'une expression	135
4.3.2	Construction d'une expression à partir d'un automate	138
4.4	Exercices	148
5	Termes du premier ordre	151
5.1	Syntaxe	151
5.1.1	Définition inductive des termes	151
5.1.2	Termes et arbres	159
5.1.3	Substitutions	169
5.2	Equations syntaxiques sur les termes	178
5.2.1	Filtrage	178
5.2.2	Unification	188
5.3	Sémantique : interprétation des termes	199
5.4	Exercices	203
6	Logique des propositions	209
6.1	Syntaxe	209
6.1.1	Formules de la logique des propositions	210
6.1.2	Séquents, formes normales, clauses	216
6.2	Sémantique : interprétation des formules	217
6.2.1	Interprétations et modèles	217
6.2.2	Mise en forme normale	232
6.3	Systèmes de déduction	246
6.3.1	Déduction naturelle	247
6.3.2	Résolution	264
6.4	Exercices	272
7	Logique du premier ordre	279
7.1	Syntaxe	279
7.1.1	Formules de la logique du premier ordre	279
7.1.2	Variables libres, variables liées	282
7.1.3	Substitution	287
7.2	Sémantique : interprétation des formules	289
7.2.1	Interprétations et modèles	289
7.2.2	Formes normales, théorème de Herbrand	298
7.3	Systèmes de déduction	309
7.3.1	Déduction naturelle	309
7.3.2	Résolution	312
7.4	Exercices	319

A	Eléments de programmation avec Python	329
A.1	Constructions de base	329
A.2	Listes	334
B	Eléments de programmation avec OCaml	339
B.1	Constructions de base	339
B.2	Listes	349
C	Solution des exercices	355
C.1	Ensembles, relations, fonctions	355
C.2	Ensembles ordonnés	365
C.3	Définitions inductives	375
C.4	Automates et langages	388
C.5	Termes du premier ordre	397
C.6	Logique des propositions	407
C.7	Logique des prédicats	447
	Bibliographie	505
	Index	507
	Index des programmes	511