

Table des matières

Chapitre 1. Introduction : probabilité sur un espace fini	1
1.1 Probabilité sur un espace fini, événements.....	1
1.1.1 Définitions	1
1.1.2 Probabilités uniformes	4
1.2 Probabilité conditionnelle et indépendance.....	5
1.2.1 Probabilité conditionnelle	5
1.2.2 Indépendance	7
1.3 Exercices	8
1.4 Résumé	10
Chapitre 2. Variables aléatoires discrètes	11
2.1 Espace de probabilité	11
2.2 Variables aléatoires discrètes.....	12
2.2.1 Rappel sur les manipulations de séries	12
2.2.2 Définition	13
2.2.3 Indépendance	13
2.2.4 Lois discrètes usuelles	14
2.2.5 Loi marginale	17
2.3 Espérance et variance	18
2.3.1 Espérance	18
2.3.2 Variance	22
2.4 Fonction génératrice des variables aléatoires entières	24
2.5 Loi et espérance conditionnelles.....	25
2.6 Exercices	28
2.7 Résumé	33
Chapitre 3. Variables aléatoires à densité	35
3.1 Manipulation d'intégrales multiples	35
3.1.1 Théorème de Fubini.....	35
3.1.2 Changement de variables.....	36
3.2 Variables aléatoires réelles à densité	38
3.2.1 Définition.....	38
3.2.2 Densités réelles usuelles	39

3.2.3	Espérance, variance	41
3.2.4	Fonction de répartition.....	42
3.3	Vecteurs aléatoires à densité.....	42
3.3.1	Définition.....	42
3.3.2	Densité marginale	43
3.3.3	Changement de variables	43
3.3.4	Indépendance	45
3.3.5	Covariance.....	45
3.3.6	Loi et espérance conditionnelles	47
3.4	Lois béta, gamma, du chi 2, de Student et de Fisher	49
3.5	Exercices	52
3.6	Résumé	56
Chapitre 4. Simulation		59
4.1	Simulation de variables aléatoires discrètes	60
4.1.1	Loi de Bernoulli de paramètre $p \in [0, 1]$	60
4.1.2	Loi binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0, 1]$	60
4.1.3	Loi géométrique de paramètre $p \in]0, 1]$	60
4.1.4	Simulation suivant une loi discrète quelconque	61
4.2	Simulation de variables aléatoires à densité	61
4.2.1	Loi uniforme sur $[a, b]$ avec $a < b \in \mathbb{R}$	61
4.2.2	Méthode d'inversion de la fonction de répartition.....	61
4.2.3	Méthode polaire pour la loi normale centrée réduite.....	62
4.2.4	Méthode du rejet.....	63
4.3	Exercices	66
4.4	Résumé	68
Chapitre 5. Convergence et théorèmes limites		69
5.1	Convergence	69
5.2	Lois des grands nombres	72
5.2.1	Loi faible des grands nombres	72
5.2.2	Loi forte des grands nombres	72
5.3	Fonction caractéristique et convergence en loi	74
5.3.1	Fonction caractéristique.....	74
5.3.2	Convergence en loi	77
5.4	Le théorème de la limite centrale.....	80
5.4.1	Enoncé et preuve du résultat	80
5.4.2	Intervalle de confiance dans la méthode de Monte-Carlo	81
5.5	Exercices	83
5.6	Résumé	88

Chapitre 6. Vecteurs gaussiens	89
6.1 Définition, construction	89
6.1.1 Définition	89
6.1.2 Stabilité du caractère gaussien par transformation linéaire	90
6.1.3 Construction d'un vecteur gaussien de loi $\mathcal{N}_n(\mu, \Lambda)$	91
6.2 Propriétés des vecteurs gaussiens.....	91
6.2.1 Vecteurs gaussiens et indépendance	91
6.2.2 Vecteurs gaussiens et convergence en loi.....	93
6.3 Exercices	95
6.4 Résumé	97
Chapitre 7. Estimation de paramètres	99
7.1 Modèle paramétrique	99
7.2 Estimateurs	100
7.2.1 Définitions	100
7.2.2 L'Estimateur du Maximum de Vraisemblance	101
7.2.3 Estimateurs de Moments	108
7.2.4 Amélioration d'estimateurs.....	108
7.3 Intervalles de confiance	111
7.3.1 Approche non asymptotique	111
7.3.2 Approche asymptotique	114
7.4 Exercices	115
7.5 Résumé	117
Chapitre 8. Tests d'hypothèses	119
8.1 Tests	119
8.1.1 Définitions	119
8.1.2 Le cas du modèle gaussien $\mathcal{P} = \{\mathcal{N}_1(\mu, \sigma^2), \mu \in \mathbb{R}, \sigma^2 > 0\}$:	122
8.2 Le test du χ^2	125
8.2.1 Test d'adéquation à une loi.....	125
8.2.2 Test d'adéquation à une famille de lois	128
8.3 Exercices	129
8.4 Résumé	131
Chapitre 9. Régression Linéaire	133
9.1 Estimation	134
9.2 Test de l'utilité des régresseurs	135
9.3 Exercices	137
9.4 Résumé	140

Chapitre 10. Corrigés d'exercices et problèmes	141
10.1 Probabilité sur un espace fini.....	141
10.2 Variables aléatoires discrètes	141
10.3 Variables aléatoires à densité	149
10.4 Simulation.....	155
10.5 Convergence et théorèmes limites.....	156
10.6 Vecteurs gaussiens.....	162
10.7 Estimateurs.....	163
10.8 Tests d'hypothèses	166
10.9 Régression linéaire	167
Chapitre 11. Tables statistiques	171
11.1 Quantiles de la loi $\mathcal{N}_1(0, 1)$	171
11.2 Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}_1(0, 1)$	172
11.3 Quantiles de la loi du χ^2	173
11.4 Quantiles de la loi de Student	175
11.5 Quantiles de la loi de Fisher (ou Fisher-Snedecor)	176
Bibliographie	177
Index	179
Notations et symboles	181