

## Table des matières

Chapitre I <b>Aperçu sur les modèles numériques de terrain</b> .....	8
1. Définitions.....	8
2. Structures possibles des MNT (au sens courant).....	10
3. Visualisation d'un MNT à mailles carrées régulières.....	13
4. Exemples d'utilisation des MNT.....	17
5. Élaboration des MNT.....	21
6. Qualités d'un MNT.....	22
7. Représentations paramétriques d'un MNT.....	23
8. Référentiels possibles et coordonnées associées.....	24
Chapitre II <b>Surfaces <math>H(x,y)</math> représentant un MNT</b> .....	31
1. Formes mathématiques des surfaces $H(x,y)$ .....	31
2. Exemple 1 : surface bilinéaire sur un maillage carré.....	32
3. Exemple 2 : surface bicubique sur un maillage carré.....	38
4. Exemple 3 : surface triangulée (ou à faces triangulaires planes).....	50
5. Exemples de modèles non maillés.....	53
Chapitre III <b>Ajustement d'une surface sur un échantillon de points (ou structuration du MNT)</b> .....	54
1. Exposé du problème.....	54
2. Exemple de (mauvaise) solution : moyenne pondérée par la distance.....	55
3. Exemples de solutions possibles.....	56
4. Exemple 1 : ajustement par une surface « grille élastique ».....	57
5. Exemple 2 : interpolation ou ajustement par une surface spline plaque mince.....	76
6. Exemple 3 : interpolation ou ajustement par une surface à fonction de base radiale, ou « krigeage ».....	87
7. Choix des poids dans les exemples 1,2,3 précédents.....	115
8. Exemple 4 : surface construite sur une triangulation de Delaunay.....	118
Chapitre IV <b>Compléments de calcul matriciel et algèbre linéaire</b> .....	124
1. Matrices.....	124
2. Vecteurs linéairement dépendants ou indépendants, famille liée, famille libre.....	137
3. Sous-espaces (vectoriels) de $\mathbf{R}^n$ .....	139
4. Produit scalaire dans $\mathbf{R}^n$ .....	141
5. Noyau et image de B (matrice rectangulaire).....	145
6. Diagonalisation d'une matrice (n,n) symétrique A.....	147

7. Minimisation d'une fonctionnelle quadratique sous contrainte.....	148
<b>Chapitre V Résolution numérique d'un système linéaire.....</b>	<b>153</b>
1. Les méthodes numériques de résolution.....	153
2. Système triangulaire (pour mémoire).....	154
3. Méthode d'élimination de Gauss et factorisation « LU ».....	154
4. Méthode de Cholesky (matrice symétrique définie positive).....	159
5. Méthode de Householder par factorisation « QR ».....	160
6. « Coût » des méthodes de Gauss, de Cholesky, de Householder.....	162
7. Méthode du gradient conjugué (matrice symétrique définie positive).....	162
8. Résolution d'un système de la forme $\begin{pmatrix} A & C^T \\ C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$ .....	167
<b>Chapitre VI Projection sur l'ellipsoïde, calcul de la latitude.....</b>	<b>170</b>
1. Notations.....	170
2. Projection sur l'ellipsoïde E d'un point M extérieur à E.....	171
3. Calcul de la latitude $\varphi$ .....	172
<b>Chapitre VII Courbure des courbes et surfaces.....</b>	<b>180</b>
1. Courbure d'une courbe dans $\mathbf{R}^3$ .....	180
2. Courbe tracée sur une surface.....	183
3. Applications à la géomatique.....	191
<b>Chapitre VIII Résultats auxiliaires pour les surfaces splines plaque mince.....</b>	<b>199</b>
1. Rappel des notations introduites au Chapitre III, 5.....	199
2. Propriétés préliminaires.....	200
3. Condition pour que $I(H)$ soit finie.....	203
4. Calcul de l'intégrale $J(H,u)$ .....	204
5. Propriété auxiliaire : $\exp(-\pi\ x\ ^2)$ est sa propre transformée de Fourier.....	211
6. Représentation intégrale de $\sum_{k,j} a_k a_j \sigma(m_k - m_j)$ .....	211
<b>Chapitre IX Probabilités pour le krigeage.....</b>	<b>213</b>
1. Modèle mathématique en théorie des probabilités.....	213
2. Variables aléatoires.....	214
3. Covariance $\text{cov}(X,Y)$ de deux variables aléatoires $X,Y$ .....	221
4. Vecteur aléatoire $X = (X_1, \dots, X_N)$ , $X_i$ variables aléatoires.....	221

Chapitre X	<b>Polygones convexes, diagramme de Voronoï, triangulation de Delaunay</b>	226
1.	Notations et rappels	227
2.	Polygones convexes	229
3.	Diagramme de Voronoï d'une famille $m_1, \dots, m_N$ de points du plan	247
4.	Étude auxiliaire 1 : positions relatives de deux cercles	250
5.	Étude auxiliaire 2 : angles (géométriques) et cercles	252
6.	Étude auxiliaire 3 : triangulations de 4 points $a, b, c, d$	255
7.	Triangulation de Delaunay d'une famille de points $m_1, \dots, m_N$	258
8.	Propriétés d'optimalité des triangulations de Delaunay	269

### Notations

Des écritures telles que :  $ab$ ,  $AB$ ,  $m_1m_2$ ,  $M_1M_2$ , ... désignent toujours des *vecteurs* ; mais on utilisera aussi les écritures :  $b-a$ ,  $B-A$ ,  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{X}$ , ...

$[a,b]$  désigne un *segment*,  $(ab)$  désigne une *droite*.

Pour représenter des vecteurs par leurs composantes, on écrira indifféremment :

$(x,y)$  ,  $(x,y,z)$  ,  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  avec des virgules

ou :  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  ,  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  ,  $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$  (notation matricielle)

(les notations *sans virgules*  $(x y)$  ,  $(x y z)$  ,  $(x_1 x_2 \dots x_n)$  représentent d'autres objets mathématiques).