

Chapitre I

Aperçu sur les modèles numériques de terrain

Ce Chapitre donne un aperçu des différentes sortes de modèles numériques de terrain, de leur visualisation, de leur élaboration, de leurs applications ; il sert de motivation aux Chapitres suivants ; il contient peu de mathématiques.

Sources

CUENIN René, Cartographie générale, Eyrolles, Paris, 1972.

DURAND Rémy, LEGROS Jean-Paul, Cartographie automatique de l'énergie solaire en fonction du relief, Revue d'Agronomie, n° 1, 1981.

HOUSSAY Philippe, Exploitation de modèles numériques de terrain : cartographie de la pente et de l'ensoleillement, Bulletin d'information de l'Institut géographique national, n° 39, 1979/3.

KASSER Michel, EGELS Yves (sous la direction de), Photogrammétrie numérique, Hermès Science, Paris, 2001.

KASSER Michel, EGELS Yves, Digital Photogrammetry, Taylor & Francis, London and New-York, 2002.

MAUNE David F., Digital Elevation Model Technologies and Applications : The DEM Users Manual, American Society for Photogrammetry and Remote Sensing, 2001.

1. Définitions

1.1. Le modèle numérique de terrain au sens de ce cours

Dans ce cours, un *modèle numérique de terrain* désigne une description numérique de la forme de la surface du sol, autrement dit du relief.

Le modèle numérique de terrain ne décrit pas les objets qui occupent le sol (routes, végétation, plans d'eau, constructions,...).

On utilisera désormais l'abréviation : MNT .

En théorie :

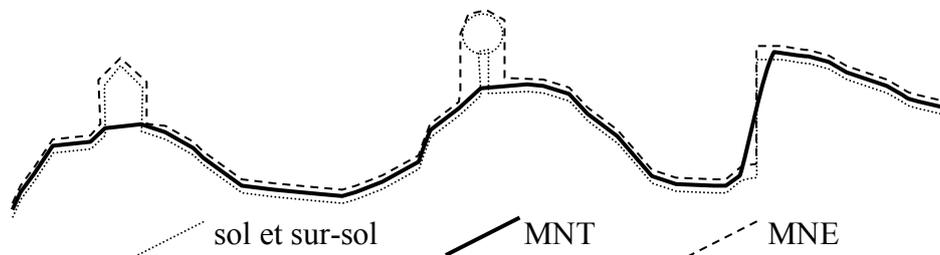
- le MNT n'est pas défini là où le sol n'est pas défini : sous les constructions et plans d'eau ;
- il est mal défini là où le sol est mal défini ou mal perceptible : pentes abruptes, zones de rochers, sous-bois ;

- sa définition est ambiguë là où le sol n'est pas défini de façon unique : pont.

Cependant, en pratique :

- le MNT peut avoir un sens sur des zones bâties, si la hauteur des constructions est de l'ordre de grandeur de l'incertitude du modèle ;
- sur les plans d'eau, le MNT décrit en général la surface de l'eau ;
- une paroi verticale est remplacée par une surface inclinée ;
- pour un pont, un MNT issu d'images aériennes décrit souvent le passage supérieur, seul visible.

Un modèle numérique qui décrit le « relief apparent » (sommets des superstructures : arbres, constructions) , est appelé plutôt *modèle numérique d'élévation* (MNE) ou *modèle numérique de surface* (MNS).



1.2. Le MNT comme surface $H(x,y)$

Le terrain couvert par le MNT étant supposé rapporté à un système de coordonnées x,y,z , on attend du MNT qu'il puisse donner la cote z du sol en n'importe quelle position (x,y) . Le MNT est donc en principe une fonction de deux variables, c'est-à-dire une surface :

$$z = H(x,y)$$

Les systèmes de coordonnées possibles sont discutés plus loin ; la cote z est souvent une altitude, mais pas toujours.

1.3. MNT considérés dans le cours

On considère essentiellement dans ce cours les MNT se présentant sous la forme de surfaces $H(x,y)$ *continues* , sans détails verticaux ni surplombs.

Ces MNT conviennent pour décrire le terrain avec un niveau de détail et une précision de localisation de l'ordre de ceux des cartes à moyenne échelle 1:25000 - 1:50000 (soit quelques mètres) ; on peut dire que ce sont des « MNT à *moyenne échelle* ».

Pour décrire des détails verticaux (falaises, talus) ou pour des MNE en zone urbaine, on peut utiliser des surfaces continues par morceaux, mais elles sont d'un maniement plus

complexe.

1.4. Le MNT au sens courant

En pratique, pour la saisie, la transmission, ou l'archivage du MNT, on remplace la fonction H par la donnée de ses valeurs en un nombre fini de positions $x_i, y_i, z_i = H(x_i, y_i)$ ($1 \leq i \leq n$), autrement dit par un *échantillon* de points prélevés sur la surface. C'est cette donnée qu'on appelle couramment MNT.

Les positions (x_i, y_i) choisies pour la saisie peuvent être différentes de celles choisies pour la transmission, ou de celles choisies pour l'archivage.

Pour utiliser le MNT, il faut pouvoir reconstituer la surface $H(x, y)$ à partir de l'échantillon $\{x_i, y_i, z_i ; 1 \leq i \leq n\}$.

Cette opération est facile si les positions (x_i, y_i) ont une structure maillée (maillage carré ou triangulaire); c'est l'objet du Chapitre II.

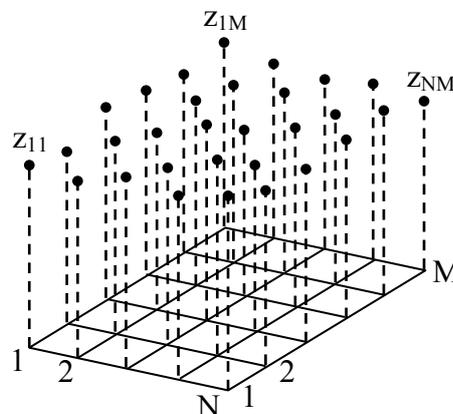
Elle est difficile si les positions (x_i, y_i) n'ont pas de structure particulière, ou ont une structure inadaptée (points sur des courbes de niveau par exemple); c'est l'objet du Chapitre III.

2. Structures possibles des MNT (au sens courant)

2.1. Maillage carré (ou rectangulaire) régulier

La structure la plus courante d'un MNT est un tableau d'altitudes données aux nœuds d'un réseau régulier à mailles carrées (ou rectangulaires) :

$$\{z_{cl} ; 1 \leq c \leq N, 1 \leq l \leq M\}$$



Avantage : c'est la structure la plus facile à manipuler ; on détermine instantanément dans quelle maille tombe un point $m = (x, y)$ quelconque ; on en déduit $H(x, y)$ par des calculs

simples (voir Chapitre II).

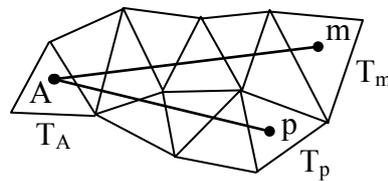
Inconvénient : le terrain est décrit partout avec la même densité d'information.

2.2. Maillage triangulaire irrégulier

Les cotes z_i sont données aux nœuds $m_i = (x_i, y_i)$ d'un réseau de triangles formant une triangulation.

Une *triangulation* d'une portion D du plan est une famille de triangles recouvrant D , telle que deux triangles ne peuvent avoir en commun qu'un sommet ou un côté entier.

(Anglais : Triangular Irregular Network, TIN).



Avantage : la taille des mailles peut être ajustée localement à la taille des détails du terrain.

Inconvénient : la détermination du triangle contenant un point m donné n'est pas instantanée.

On peut procéder comme suit.

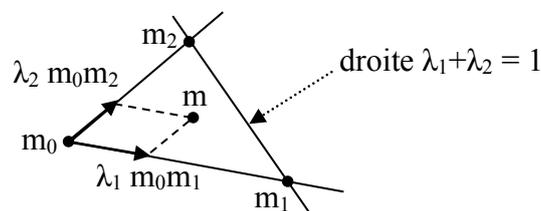
Il faut connaître un point « amorce » A et le triangle T_A qui le contient.

Pour trouver le triangle T_m contenant un point m donné, on regarde quels côtés de triangles le segment Am rencontre successivement ; le dernier côté rencontré appartient au triangle cherché T_m .

Remarque

Pour déterminer directement si un point m est dans un triangle $m_0m_1m_2$, on exprime le vecteur m_0m dans la base (m_0m_1, m_0m_2) :

$$m_0m = \lambda_1 m_0m_1 + \lambda_2 m_0m_2$$



Alors :

$$m \in m_0m_1m_2 \text{ si et seulement si : } \lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0, \lambda_1 + \lambda_2 \leq 1$$

λ_1, λ_2 sont définis par le système d'équations :

$$(x_1 - x_0) \lambda_1 + (x_2 - x_0) \lambda_2 = x - x_0, \quad (y_1 - y_0) \lambda_1 + (y_2 - y_0) \lambda_2 = y - y_0$$

d'où :

$$\lambda_1 = \frac{(x - x_0)(y_2 - y_0) - (x_2 - x_0)(y - y_0)}{d}, \quad \lambda_2 = \frac{(x_1 - x_0)(y - y_0) - (x - x_0)(y_1 - y_0)}{d}$$

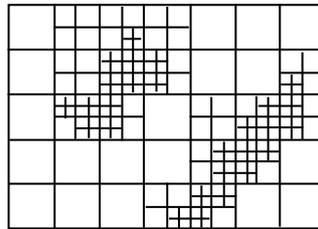
avec $d = (x_1 - x_0)(y_2 - y_0) - (x_2 - x_0)(y_1 - y_0)$

Si on suppose la surface MNT plane dans le triangle (hypothèse la plus simple), elle est donnée par (voir Chapitre II, 4) :

$$H(x,y) = z_0 + \lambda_1 (z_1 - z_0) + \lambda_2 (z_2 - z_0)$$

2.3. Maillage carré irrégulier

Les altitudes sont données aux nœuds d'un réseau de mailles carrées de tailles variables (et mêmes directions des côtés).

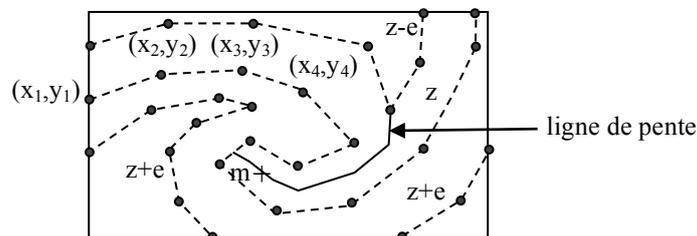


Avantage : la dimension des mailles peut s'ajuster localement au terrain.

Inconvénient : la manipulation est plus complexe que celle du maillage régulier.

2.4. Courbes de niveau « en mode vecteur »

Chaque courbe de niveau est décrite par une ligne polygonale, c'est-à-dire une suite ordonnée $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$ de sommets, affectée d'une cote z .



Avantage : structure adaptée à la saisie de l'information de relief, et à l'interprétation visuelle.

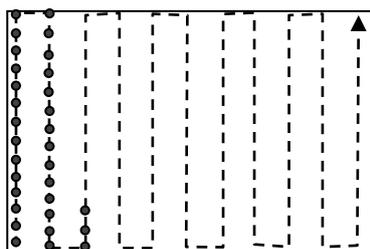
Inconvénient : structure inadaptée à l'exploitation en ordinateur ; en effet, pour déterminer $H(m)$ en une position donnée $m = (x,y)$, il faut trouver les deux courbes encadrant m , ainsi que leur distance à m suivant la ligne de pente ; c'est une opération difficile à traduire en un algorithme capable de traiter tous les cas.

2.5. Profils parallèles

Les altitudes sont données le long de profils de terrain parallèles sensiblement équidistants ; l'espacement le long de chaque profil est approximativement régulier, et généralement inférieur à la distance entre profils.

C'est la structure que présente une saisie photogrammétrique par profils de terrain (figure).

C'est aussi la structure des données acquises par laser aéroporté (lidar).

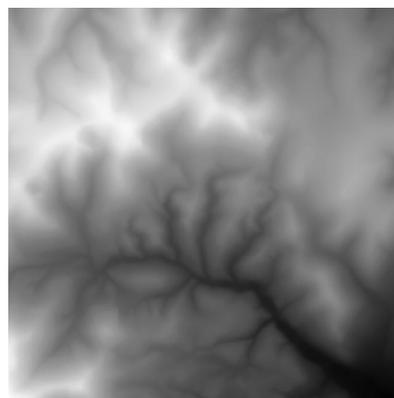


Inconvénient : structure approximativement régulière.

3. Visualisation d'un MNT à mailles carrées régulières

3.1. Affichage en niveaux de gris ou teintes hypsométriques

Région de Strasbourg
Taille : 7 km × 7 km
Dimension des mailles : 30m
Altitudes hautes en couleur claire

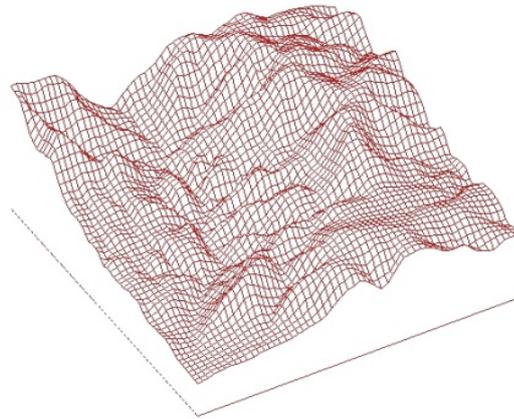


On affiche chaque nœud du MNT sur un pixel d'écran avec un niveau de gris ou une couleur fonction de l'altitude ; c'est la visualisation la plus facile à réaliser, mais elle est peu lisible.

3.2. Vue perspective, ou bloc-diagramme

Même zone que ci-dessus, vue du sud-est.

Les bords des mailles sont figurés par des segments.

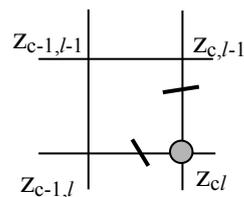


3.3. Courbes de niveau

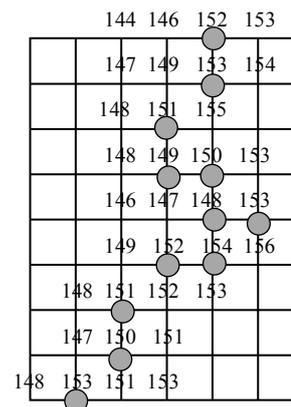
Affichage des courbes de niveau « en mode maillé »

Cet affichage convient pour un tracé rapide de contrôle, sans reconstitution des courbes en lignes polygonales.

On forme une image de même taille que la grille MNT (densifiée au besoin), dont le pixel (c,l) est noir si et seulement si une courbe de niveau passe à proximité du nœud (c,l) du MNT, plus précisément entre les nœuds $(c-1,l)$ et (c,l) , ou entre les nœuds $(c,l-1)$ et (c,l) .

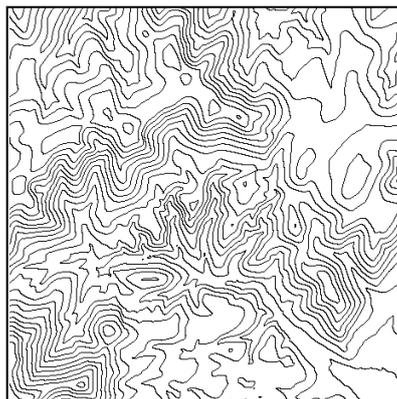


Tracé de la courbe de niveau 150 « en mode maillé ».



Les points de la courbe de niveau sont donc placés sur des nœuds de la grille, mais cette (légère) délocalisation est sans gravité pour un affichage expédié, et d'ailleurs invisible. Ce tracé nécessite un seul balayage du MNT ; il est pratiquement instantané sur l'écran.

Courbes de niveau « en mode maillé », du
MNT ci-dessus.
Équidistance : 40m.



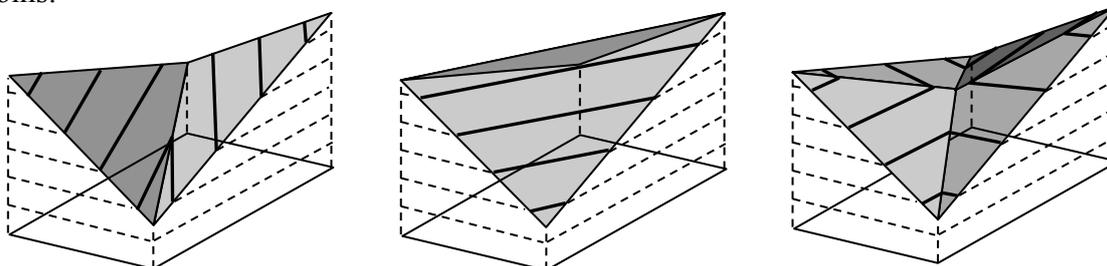
Tracé des courbes de niveau « en mode vecteur »

Il consiste à représenter chaque courbe de niveau par une ligne polygonale.

Pour tracer une courbe de niveau dans une maille, il faut faire une hypothèse sur la forme de la surface dans la maille.

Par exemple, on peut considérer que la surface est formée de deux ou mieux quatre triangles, définis par les diagonales ; les courbes de niveau sont composées de segments de droite.

Dans le cas de quatre triangles, on affecte au centre de la maille la moyenne des cotes des coins.



Attention : le procédé consistant à déterminer les points de passage des courbes de niveau sur les bords des mailles, puis à relier les points de passage entre eux, est à éviter, car il ne fonctionne sans ambiguïté que s'il n'y a que deux points de passage pour chaque courbe (figure a). Dans le cas contraire, on risque de construire des courbes qui se croisent, ce qui est sans gravité si les courbes sont de même cote (figure b), mais inadmissible si elles sont de cotes différentes (figure c).

