

Table des matières

I	MATLAB	1
1	Prise en main	3
1.1	Démarrage et aide	3
1.2	Calculatrice	6
1.3	Ponctuation, commentaires, interruption	8
1.4	Variables	8
1.5	Gestion de la mémoire	9
1.6	Répertoire de travail	10
1.7	Sauvegarde de l'environnement de travail	10
1.8	Fonction et commande	10
1.9	Quitter MATLAB	11
2	Vecteurs et Matrices	13
2.1	Création d'un vecteur ou d'une matrice	13
2.1.1	Vecteurs	13
2.1.2	Matrices	15
2.1.3	Quelques matrices prédéfinies	17
2.2	Opérations sur les matrices	19
2.2.1	Opérations globales	19
2.2.2	Opérations élément par élément	22
2.3	Manipuler les matrices	23
2.3.1	Conversion matrice/vecteur	23
2.3.2	Extraction, extension	24
2.3.3	Suppression d'une ligne ou d'une colonne	26
2.3.4	La fonction <code>diag</code>	26
2.3.5	Les fonctions <code>tril</code> et <code>triu</code>	28
2.3.6	Matrices par blocs	29
2.4	Normes vectorielles et matricielles	29
2.5	Fonction mathématiques élémentaires	31
2.6	Exercices	32
3	Algèbre linéaire	35
3.1	Systèmes linéaires	35
3.1.1	Systèmes carrés	35
3.1.2	Systèmes rectangulaires	37
3.2	Inverses et déterminants	39
3.3	Factorisation des matrices	41
3.3.1	Factorisation LU	41
3.3.2	Factorisation de Cholesky	43
3.3.3	Factorisation QR	44
3.4	Valeurs propres, vecteurs propres	45
3.5	Conditionnement	46
3.6	Exercices	48

4	Graphisme	51
4.1	Généralités	51
4.2	Graphisme 2D	52
4.2.1	Les axes	53
4.2.2	Les commentaires	55
4.2.3	Décomposition de la fenêtre en sous-fenêtres	56
4.2.4	Sauvegarder une figure	56
4.3	Visualisation 3D	57
4.3.1	Courbes 3D	57
4.3.2	Surface analytique	59
4.3.3	Surface définie par un ensemble de points	60
4.3.4	Courbes de niveau	63
4.4	Exercices	64
5	Matrices creuses et méthodes itératives	67
5.1	Mode de stockage	67
5.2	Création	67
5.3	Opérations sur les matrices creuses	69
5.4	Factorisation et méthodes directes	70
5.4.1	Factorisation <i>LU</i>	70
5.4.2	Factorisation de Cholesky	71
5.5	Permutation des lignes et des colonnes	72
5.6	Factorisation incomplète et préconditionnement	74
5.6.1	Factorisation <i>LU</i> incomplète	75
5.6.2	Factorisation de Cholesky incomplète	76
5.7	Méthodes itératives	77
5.7.1	Méthode du gradient conjugué préconditionné	77
5.7.2	Méthode GMRES	78
5.8	Exercices	80
6	Programmation avec MATLAB	83
6.1	Types de données et variables	83
6.2	Scripts	84
6.3	Fonctions	84
6.3.1	Fichiers de fonctions	84
6.3.2	Passage de fonctions en paramètres	87
6.3.3	Fonction en ligne	89
6.4	Structures de contrôle	90
6.4.1	La boucle <code>for</code>	90
6.4.2	La boucle <code>while</code>	90
6.4.3	L'alternative <code>if</code>	91
6.4.4	Choix multiple <code>switch case</code>	92
6.4.5	Les expressions logiques	92
6.4.6	Instructions de rupture de séquence	94
6.5	Quelques fonctions internes	94
6.5.1	Les fonctions logiques	94
6.5.2	La fonction <code>find</code>	95
6.5.3	Fonctions de réduction	96
6.5.4	Opérations sur les ensembles	100
6.6	Importation/exportation de données	102
6.6.1	Les fonctions <code>save</code> et <code>load</code>	102
6.6.2	Les fonctions <code>fprintf</code> et <code>fscanf</code>	103
6.7	Optimisation d'un code	104
6.8	Exercices	107

7	Méthode des différences finies	113
7.1	Problèmes unidimensionnels	113
7.1.1	Problème modèle	113
7.1.2	Approximation par la méthode de différences finies	113
7.1.3	Résultats numériques	115
7.2	Problèmes d'évolution unidimensionnels	116
7.2.1	Approximation par la méthode des différences finies	116
7.2.2	Résultats numériques	118
7.3	Problèmes bidimensionnels	119
7.3.1	Problème modèle	119
7.3.2	Approximation par la méthode des différences finies	120
7.3.3	Génération de la grille	122
7.3.4	Génération de la matrice et du second membre	123
7.3.5	Exemple 1	127
7.3.6	Exemple 2	129
7.4	Exercices	129
7.A	Programmes complets	135
7.A.1	Le programme MATLAB pour l'approximation du problème (7.12)-(7.13)	135
7.A.2	Le programme MATLAB pour l'approximation du problème (7.24)-(7.26)	135
7.A.3	Le programme MATLAB pour l'approximation du problème (7.33)-(7.34)	136
7.A.4	Le programme MATLAB pour l'approximation du problème (7.35)-(7.35)	137
8	Méthode des éléments finis en dimension un	139
8.1	Problème modèle	139
8.1.1	Formulation variationnelle	140
8.1.2	Problème de minimisation	140
8.2	Autres problèmes	141
8.2.1	Problème de Dirichlet non homogène	141
8.2.2	Problème de Neumann	141
8.3	Approximation P^1	142
8.3.1	Problème variationnel approché	142
8.3.2	Méthode de Galerkin	143
8.3.3	Formules de quadrature	144
8.4	Assemblage des matrices	145
8.4.1	Élément de référence	145
8.4.2	Assemblage de la matrice de rigidité	146
8.4.3	Assemblage de la matrice de masse	148
8.4.4	Assemblage du second membre	149
8.4.5	Prise en compte des conditions aux limites de Dirichlet	149
8.5	Résultats numériques	149
8.5.1	Problème avec une solution exacte	150
8.5.2	Équation de la chaleur	151
8.5.3	Problème non linéaire	152
8.6	Exercices	155
8.A	Programmes complets	157
8.A.1	Le programme MATLAB pour la résolution du problème de Poisson (8.42)-(8.43)	157
8.A.2	Le programme MATLAB pour l'approximation de l'équation de la cha- leur (8.47)-(8.49)	157
8.A.3	Le programme MATLAB pour la résolution du problème non linéaire (8.52)-(8.53) par la méthode de Newton-Raphson	158

9	Méthode des éléments finis en dimension deux	161
9.1	Problème modèle	161
9.2	Autres problèmes modèles	162
9.2.1	Problème de Dirichlet non homogène	162
9.2.2	Problème de Neumann	163
9.3	Maillage	164
9.3.1	Triangulation	164
9.3.2	Élément de référence	165
9.3.3	Représentation MATLAB	166
9.3.4	Génération	167
9.4	Approximation P^1	169
9.4.1	Problème variationnel approché	169
9.4.2	Méthode de Galerkin	170
9.4.3	Formules de quadrature	171
9.5	Assemblage des matrices et du second membre	172
9.5.1	La fonction MATLAB <code>sparse</code>	172
9.5.2	Assemblage de la matrice de rigidité	174
9.5.3	Assemblage de la matrice de masse	176
9.5.4	Assemblage du second membre	178
9.5.5	Assemblage de la condition aux limites de Neumann	178
9.5.6	Prise en compte de la condition aux limites de Dirichlet	179
9.6	Résultats numériques	179
9.6.1	Visualisation	179
9.6.2	Problème linéaire	181
9.6.3	Pourquoi vectoriser les fonctions d'assemblage?	183
9.6.4	Problème non linéaire	186
9.6.5	Problème de la surface minimum	188
9.7	Exercices	193
9.A	Programmes complets	195
9.A.1	Programme MATLAB complet pour la résolution du problème (9.46)- (9.47) par la méthode des éléments finis.	195
9.A.2	Le programme MATLAB pour la résolution du problème non linéaire (9.50)-(9.51)	196
9.A.3	Le programme MATLAB pour la résolution du problème de la surface minimum (9.61)-(9.62)	197
10	Quelques applications en dimension deux	199
10.1	Décomposition de domaine	199
10.1.1	Introduction	199
10.1.2	Principe de la méthode	199
10.1.3	Fonctionnelle duale	201
10.1.4	Sensibilité, gradient de la fonctionnelle duale	203
10.1.5	Algorithme	204
10.1.6	Discrétisation par éléments finis P^1	205
10.1.7	Exemple	207
10.2	Élasticité linéaire	207
10.2.1	Problème Modèle	208
10.2.2	Discrétisation par éléments finis	209
10.2.3	Assemblage de la matrice de rigidité	210
10.2.4	Assemblage du second membre	212
10.2.5	Visualisation	214
10.2.6	Exemple 1: structure en L	216
10.2.7	Exemple 2: membrane de Cook	219
10.3	Problème de Stokes: Élément P^1 -bulle/ P^1	221

10.3.1	Problème modèle	221
10.3.2	Discrétisation par éléments finis P^1 -bulle/ P^1	222
10.3.3	Assemblage de la matrice	226
10.3.4	Assemblage du second membre	228
10.3.5	Récupération de la bulle	228
10.3.6	Visualisation de l'écoulement	228
10.3.7	Exemple 1: problème avec solution exacte	231
10.3.8	Exemple 2: Écoulement autour d'un disque	233
10.4	Problème de Stokes: Élément P^1 -iso- P^2 / P^1	234
10.4.1	Discrétisation	235
10.4.2	Représentation MATLAB	236
10.4.3	Assemblage des matrices et du second membre	237
10.4.4	Algorithme d'Uzawa gradient conjugué	238
10.4.5	Implémentation	241
10.4.6	Résultats numériques	241
10.5	Exercices	242
10.A	Programmes complets	245
10.A.1	Programme MATLAB complet pour la décomposition de domaine.	245
10.A.2	Programme MATLAB complet pour la résolution du problème de la structure en L par la méthode des éléments finis.	247
10.A.3	Programme MATLAB complet pour la résolution du problème de la membrane de Cook par la méthode des éléments finis.	248
10.A.4	Programme MATLAB complet pour la résolution du problème de Stokes avec solution exacte par la méthodes des éléments finis.	249
10.A.5	Programme MATLAB complet pour la résolution du problème d'écoulement autour d'un disque par la méthodes des éléments finis.	250
10.A.6	Fonction MATLAB de génération d'un maillage P^1 -iso- P^2 / P^1 à partir d'un maillage P^1	252
10.A.7	Fonction MATLAB de résolution du problème de Stokes par l'algorithme d'Uzawa gradient conjugué	253
10.A.8	Programme MATLAB complet pour la résolution du problème de Stokes avec solution exacte par la méthodes des éléments finis.	255