

Table des matières

1	Prise en main	1
1.1	Démarrage et aide	1
1.2	Calculatrice	4
1.3	Ponctuation, commentaires, interruption	6
1.4	Variables	6
1.5	Gestion de la mémoire	7
1.6	Répertoire de travail	8
1.7	Sauvegarde de l'environnement de travail	8
1.8	Fonction et commande	9
1.9	Quitter MATLAB	9
2	Vecteurs et Matrices	11
2.1	Création d'un vecteur ou d'une matrice	11
2.1.1	Vecteurs	11
2.1.2	Matrices	13
2.1.3	Quelques matrices prédéfinies	15
2.2	Opérations sur les matrices	16
2.2.1	Opérations globales	17
2.2.2	Opérations élément par élément	20
2.3	Manipuler les matrices	21
2.3.1	Conversion matrice/vecteur	21
2.3.2	Extraction, extension	22
2.3.3	Suppression d'une ligne ou d'une colonne	24
2.3.4	Indexation logique	24
2.3.5	La fonction <code>diag</code>	25
2.3.6	Les fonctions <code>tril</code> et <code>triu</code>	27
2.3.7	Matrices par blocs	28
2.3.8	La fonction <code>kron</code>	28
2.4	Normes vectorielles et matricielles	29
2.5	Fonction mathématiques élémentaires	31
2.6	Exercices	31
3	Algèbre linéaire	33
3.1	Systèmes linéaires	33
3.1.1	Systèmes carrés	33
3.1.2	Systèmes rectangulaires	35
3.1.3	La fonction <code>linsolve</code>	37
3.2	Inverses et déterminants	38
3.3	Factorisation des matrices	40
3.3.1	Factorisation LU	40
3.3.2	Factorisation de Cholesky	42
3.3.3	Factorisation <i>QR</i>	43
3.4	Valeurs propres, vecteurs propres	45

3.5	Conditionnement	46
3.6	Exercices	48
4	Graphisme	51
4.1	Généralités	51
4.2	Graphisme 2D	52
4.2.1	Les axes	54
4.2.2	Les commentaires	55
4.2.3	Décomposition de la fenêtre en sous-fenêtres	56
4.2.4	Sauvegarder une figure	56
4.2.5	Courbes de niveau	57
4.3	Visualisation 3D	59
4.3.1	Courbes 3D	60
4.3.2	Surface analytique	60
4.3.3	Surface définie par un ensemble de points	62
4.3.4	Isosurfaces et coupes	64
4.4	Maillage d'un volume	66
4.5	Exercices	66
5	Matrices creuses et méthodes itératives	69
5.1	Mode de stockage	69
5.2	Création	69
5.3	Opérations sur les matrices creuses	71
5.4	Factorisation et méthodes directes	72
5.4.1	Factorisation <i>LU</i>	72
5.4.2	Factorisation de Cholesky	73
5.5	Permutation des lignes et des colonnes	74
5.6	Factorisation incomplète et préconditionnement	76
5.6.1	Factorisation <i>LU</i> incomplète	78
5.6.2	Factorisation de Cholesky incomplète	78
5.7	Méthodes itératives	79
5.7.1	Méthode du gradient conjugué préconditionné	79
5.7.2	Méthode GMRES	82
5.8	Exercices	83
6	Programmation avec MATLAB	85
6.1	Types de données et variables	85
6.2	Structures de données avancées	86
6.2.1	Tableaux de cellules (cell arrays)	86
6.2.2	Structures	86
6.3	Scripts	87
6.4	Fonctions	87
6.4.1	Fichiers de fonctions	87
6.4.2	Passage de fonctions en paramètres	90
6.4.3	Nombre d'arguments variable	92
6.4.4	Argument non utilisé	93
6.4.5	Fonction en ligne	93
6.5	Structures de contrôle	94
6.5.1	La boucle <code>for</code>	94
6.5.2	La boucle <code>while</code>	94
6.5.3	L'alternative <code>if</code>	95
6.5.4	Choix multiple <code>switch case</code>	95
6.5.5	Les expressions logiques	96
6.5.6	Instructions de rupture de séquence	98
6.6	Quelques fonctions internes	98

6.6.1	Les fonctions logiques	98
6.6.2	La fonction <code>find</code>	100
6.6.3	Fonctions de réduction	100
6.6.4	Opérations sur les ensembles	104
6.7	Importation/exportation de données	106
6.7.1	Les fonctions <code>save</code> et <code>load</code>	106
6.7.2	Les fonctions <code>fprintf</code> et <code>fscanf</code>	107
6.8	Optimisation d'un code	108
6.9	Exercices	111
7	Méthode des différences finies	115
7.1	Problèmes unidimensionnels	115
7.1.1	Problème modèle	115
7.1.2	Approximation par la méthode de différences finies	115
7.1.3	Condition aux limites de Neumann	117
7.1.4	Résultats numériques	118
7.2	Problèmes d'évolution unidimensionnels	118
7.2.1	Approximation par la méthode des différences finies	119
7.2.2	Résultats numériques	121
7.3	Problèmes bidimensionnels	123
7.3.1	Problème modèle	123
7.3.2	Approximation par la méthode des différences finies	123
7.3.3	Génération de la grille	125
7.3.4	Génération de la matrice et du second membre	127
7.3.5	Exemple 1	128
7.3.6	Exemple 2	131
7.4	Exercices	131
7.A	Programmes complets	137
7.A.1	Le programme pour l'approximation du problème (7.18)-(7.19)	137
7.A.2	Le programme pour l'approximation du problème (7.30)-(7.32)	138
7.A.3	Le programme pour l'approximation du problème (7.40)-(7.41)	138
7.A.4	Le programme pour l'approximation du problème (7.42)-(7.45)	139
8	Méthode des éléments finis en dimension un	141
8.1	Problème modèle	141
8.1.1	Formulation variationnelle	142
8.1.2	Problème de minimisation	142
8.2	Autres problèmes	143
8.2.1	Problème de Dirichlet non homogène	143
8.2.2	Problème de Neumann	143
8.3	Approximation P^1	144
8.3.1	Problème variationnel approché	144
8.3.2	Méthode de Galerkin	145
8.3.3	Formules de quadrature	146
8.4	Assemblage des matrices	147
8.4.1	Élément de référence	147
8.4.2	Assemblage de la matrice de rigidité	148
8.4.3	Assemblage de la matrice de masse	150
8.4.4	Assemblage du second membre	151
8.4.5	Prise en compte des conditions aux limites de Dirichlet	151
8.5	Résultats numériques	151
8.5.1	Problème avec une solution exacte	152
8.5.2	Équation de la chaleur	153
8.5.3	Problème non linéaire	154
8.6	Exercices	156

8.A	Programmes complets	159
8.A.1	Programme pour la résolution du problème de Poisson (8.42)-(8.43)	159
8.A.2	Programme pour l'approximation de l'équation de la chaleur (8.47)-(8.49)	159
8.A.3	Programme pour la résolution du problème non linéaire (8.52)-(8.53) par la méthode de Newton-Raphson	160
9	Méthode des éléments finis en dimension deux	163
9.1	Problème modèle	163
9.2	Autres problèmes modèles	164
9.2.1	Problème de Dirichlet non homogène	164
9.2.2	Problème de Neumann	165
9.3	Maillage	166
9.3.1	Triangulation	166
9.3.2	Élément de référence	167
9.3.3	Représentation MATLAB	168
9.3.4	Génération	169
9.4	Approximation P^1	170
9.4.1	Problème variationnel approché	170
9.4.2	Méthode de Galerkin	172
9.4.3	Formules de quadrature	173
9.5	Assemblage des matrices et du second membre	174
9.5.1	La fonction MATLAB <i>sparse</i>	174
9.5.2	Assemblage de la matrice de rigidité	175
9.5.3	Assemblage de la matrice de masse	177
9.5.4	Assemblage du second membre	179
9.5.5	Assemblage de la condition aux limites de Neumann	179
9.5.6	Prise en compte de la condition aux limites de Dirichlet	180
9.6	Résultats numériques	182
9.6.1	Visualisation	182
9.6.2	Problème linéaire	182
9.6.3	Pourquoi vectoriser les fonctions d'assemblage?	185
9.6.4	Problème non linéaire	188
9.6.5	Problème de la surface minimum	190
9.7	Exercices	194
9.A	Programmes complets	197
9.A.1	Programme pour la résolution du problème (9.46)-(9.47)	197
9.A.2	Programme pour la résolution du problème non linéaire (9.50)-(9.51)	198
9.A.3	Programme pour la résolution du problème de la surface minimum (9.61)-(9.62)	200
10	Quelques applications en dimension deux	201
10.1	Décomposition de domaine	201
10.1.1	Introduction	201
10.1.2	Principe de la méthode	201
10.1.3	Fonctionnelle duale	203
10.1.4	Sensibilité, gradient de la fonctionnelle duale	205
10.1.5	Algorithme	206
10.1.6	Discrétisation par éléments finis P^1	208
10.1.7	Exemple	208
10.2	Élasticité linéaire	209
10.2.1	Problème Modèle	209
10.2.2	Discrétisation par éléments finis	210
10.2.3	Assemblage de la matrice de rigidité	211
10.2.4	Assemblage du second membre	213
10.2.5	Visualisation	214

10.2.6	Exemple 1: structure en L	215
10.2.7	Exemple 2: membrane de Cook	218
10.3	Problème de Stokes: Élément P^1 -bulle/ P^1	219
10.3.1	Problème modèle	219
10.3.2	Discrétisation par éléments finis P^1 -bulle/ P^1	220
10.3.3	Assemblage de la matrice	224
10.3.4	Assemblage du second membre	226
10.3.5	Récupération de la bulle	227
10.3.6	Visualisation de l'écoulement	227
10.3.7	Exemple 1: problème avec solution exacte	229
10.3.8	Exemple 2: Écoulement autour d'un disque	231
10.4	Problème de Stokes: Élément P^1 -iso- P^2/P^1	232
10.4.1	Discrétisation	233
10.4.2	Représentation MATLAB	233
10.4.3	Assemblage des matrices et du second membre	234
10.4.4	Algorithme d'Uzawa gradient conjugué	235
10.4.5	Implémentation	237
10.4.6	Résultats numériques	238
10.5	Exercices	239
10.A	Programmes complets	242
10.A.1	Programme MATLAB complet pour la décomposition de domaine.	242
10.A.2	Fonction d'assemblage de la matrice de rigidité en élasticité linéaire.	244
10.A.3	Fonction MATLAB pour calculer la contrainte de Von Mises sur chaque noeud	244
10.A.4	Fonction MATLAB de visualisation en élasticité	245
10.A.5	Programme MATLAB complet pour la résolution du problème de la structure en L par la méthode des éléments finis.	246
10.A.6	Programme MATLAB complet pour la résolution du problème de la membrane de Cook par la méthode des éléments finis.	246
10.A.7	Calcul de la valeur de la bulle dans chaque triangle	247
10.A.8	Programme MATLAB complet pour la résolution du problème de Stokes avec solution exacte par la méthodes des éléments finis.	248
10.A.9	Programme MATLAB complet pour la résolution du problème d'écoulement autour d'un disque par la méthodes des éléments finis.	249
10.A.10	Fonction MATLAB de génération d'un maillage P^1 -iso- P^2/P^1 à partir d'un maillage P^1 .	250
10.A.11	Fonction MATLAB de résolution du problème de Stokes par l'algorithme d'Uzawa gradient conjugué	251
10.A.12	Programme MATLAB complet pour la résolution du problème de Stokes avec solution exacte par la méthodes des éléments finis.	253
11	Méthode des éléments finis en dimension trois	255
11.1	Problème modèle	255
11.2	Autres problèmes modèles	256
11.2.1	Problème de Dirichlet non homogène	256
11.2.2	Problème de Neumann	257
11.3	Maillage	257
11.3.1	Triangulation	257
11.3.2	Élément de référence	257
11.3.3	Représentation MATLAB	259
11.3.4	Génération	259
11.4	Approximation P^1 et méthode de Galerkin	260
11.5	Assemblage des matrices et vecteurs	262
11.5.1	Calcul du volume des tétraèdres	262
11.5.2	Assemblage de la matrice de rigidité	263

11.5.3	Assemblage de la matrice de masse	266
11.5.4	Assemblage du second membre	266
11.5.5	Assemblage de la condition aux limites de Neumann	266
11.6	Résultats numériques	269
11.6.1	Visualisation	269
11.6.2	Problème linéaire	270
11.6.3	Problème non linéaire: le p -laplacien	273
11.7	Elasticité linéaire	276
11.7.1	Discrétisation par éléments finis	277
11.7.2	Assemblage de la matrice de rigidité	278
11.7.3	Assemblage du second membre	282
11.7.4	Visualisation	282
11.7.5	Exemple	283
11.8	Exercices	285
11.A	Programmes complets	287
11.A.1	Programme MATLAB complet pour la résolution du problème linéaire § 11.6.2 par la méthode des éléments finis.	287
11.A.2	Programme MATLAB complet pour la résolution du problème non linéaire § 11.6.2 par la méthode des éléments finis.	288
11.A.3	Programme MATLAB de calcul de la contrainte de Von Mises en élasticité linéaire 3D.	290
11.A.4	Programme MATLAB complet pour la résolution du problème délasticité linéaire 3D du § 11.7.5 par la méthode des éléments finis.	291