

Partie 1 : Électrocinétique

Chapitre 1 : Les bases de l'électrocinétique

1. INTRODUCTION

1.1. Généralités

Un courant électrique est un mouvement d'ensemble ordonné de porteurs de charge (électrons, ions) dans un conducteur. La plus petite charge en mouvement est appelée charge élémentaire, elle est notée e . Sa valeur est :

$$e = +1,6 \times 10^{-19} \text{C}$$

L'unité de cette charge électrique est le Coulomb (C).

La charge d'un électron est de $-e$.

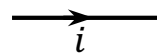
Un circuit électrique est un ensemble de composants électriques parcourus par un courant électrique. Ces composants peuvent être générateurs ou bien récepteurs.

1.2. Définitions

En notant δq le nombre de charges traversant une surface en un instant dt , on définit le débit de charges électriques par :

$$i(t) = \frac{\delta q}{dt}(t)$$

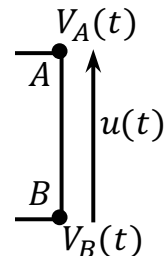
i est appelée l'**intensité du circuit**, son unité est l'**Ampère [A]**. On a donc $1A = 1C \cdot s^{-1}$. Sa représentation dans un schéma électrique se fait par une flèche par branche comme représentée ci-contre.



La **tension $u(t)$** est définie comme une différence de **potentiel V** entre deux points A et B. On note donc :

$$u(t) = V_A(t) - V_B(t)$$

On peut fixer arbitrairement le potentiel d'un point à 0. Ce point sera appelé la **masse du circuit**. L'unité de la tension est le **Volt [V]**. Sa représentation se fait par une flèche pointant vers le point A.



Dans le cas où le composant étudié est un générateur, les relations sont établies en **convention générateur**. C'est-à-dire que la flèche de l'intensité va dans le même sens que la flèche de la tension. A contrario, lorsque le composant étudié est un récepteur, les relations établies le sont en **convention récepteur**, avec la flèche de l'intensité en sens opposé de la flèche de la tension.

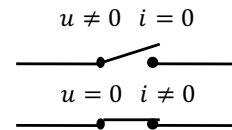
1.3. Composants électriques de base

1.3.1. Le fil

Le fil est l'élément le plus simple composant un circuit électrique. Le potentiel dans ce fil électrique est partout le même, ce qui implique que la tension dans un fil est toujours nulle. L'intensité dans un fil est la même quel que soit le point à condition qu'il n'y ait pas de nœud (point où arrivent au moins 3 branches) entre les deux points considérés. Le schéma associé au composant est un simple trait.

1.3.2. L'interrupteur

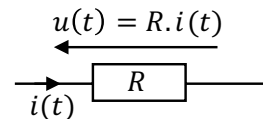
L'interrupteur sert à couper le courant électrique (interrupteur ouvert) ou bien à le laisser passer (interrupteur fermé). Par conséquent le comportement de l'interrupteur fermé est le même que celui du fil. Lorsque l'interrupteur est ouvert, la tension est non nulle aux bornes de l'interrupteur et $i = 0$. Le schéma associé au composant est représenté ci-contre. Le schéma du haut représente l'interrupteur ouvert, celui du bas représente un interrupteur fermé.



1.3.3. Le conducteur ohmique

Le conducteur ohmique (ou résistance) est le composant électrique le plus simple à étudier. La relation entre la tension et l'intensité établie en convention récepteur dans un conducteur ohmique est appelée la **loi d'Ohm** :

$$u(t) = R \times i(t)$$



R est appelée **la résistance** du conducteur ohmique. Son unité est l'**Ohm** [Ω].

Le schéma utilisé pour représenter une résistance est ci-dessus.

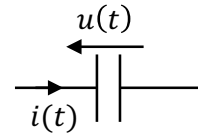
1.3.4. Le condensateur

Le condensateur est un récepteur composé de deux faces métalliques en regard l'une de l'autre, séparées d'un matériau isolant. Cette disposition spéciale permet d'avoir une relation simple entre l'intensité traversant le condensateur et la tension à ses bornes.

Cette relation est :

$$i(t) = C \frac{du}{dt}(t)$$

On note C la **capacité** du condensateur, exprimée en **Farad** [F].
Le schéma du condensateur est représenté ci-contre.

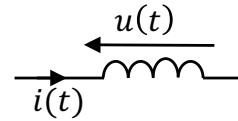


1.3.5. La bobine

Une bobine est un long fil enroulé en forme de spires jointives. La longueur du fil et la spirale qu'il forme permettent de donner au composant une relation intéressante entre l'intensité le traversant et la tension à ses bornes. Il s'agit d'une expression analogue à celle du condensateur :

$$u(t) = L \frac{di}{dt}(t)$$

On note L l'**inductance** de la bobine, exprimée en **Henry** [H].
Le schéma de la bobine est représenté ci-contre.

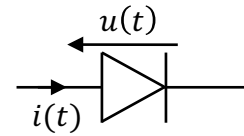


1.3.6. La diode

La diode est un composant électrique ne laissant passer le courant électrique que dans un seul sens, une fois que la tension appliquée à ses bornes a dépassé une tension de seuil (généralement comprise entre 0,7V et 2V ; 0V si on considère la diode parfaite). Lorsque la diode laisse passer le courant, on dit qu'elle est **passante**, dans le cas contraire, la diode est dite **bloquante**. La relation entre courant et tension aux bornes est alors :

$$\begin{cases} i \neq 0 & \text{si } u > u_{\text{seuil}} \\ i = 0 & \text{si } u < u_{\text{seuil}} \end{cases}$$

Le schéma de la diode est représenté ci-dessus.



1.3.7. Le transistor

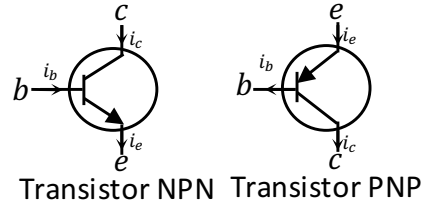
Le transistor est un dispositif à trois électrodes : le **collecteur** (c), la **base** (b) et l'**émetteur** (e). Le courant arrivant à la base, noté i_b contrôle le courant i_c qui arrive dans le collecteur à la manière d'un robinet qui contrôle le débit d'eau.

- Si le transistor fonctionne en régime linéaire, alors : $i_c = \beta i_b$, β étant un coefficient propre au transistor, généralement de l'ordre de 50 à 200 suivant les modèles.
- Si le transistor fonctionne en commutation, alors $i_c < \beta i_b$ et $i_c = i_{\text{max}}$, i_{max} étant l'intensité délivrée par l'alimentation dans la branche qui arrive jusqu'au collecteur.

Évidemment, l'intensité i_c ne peut pas dépasser l'intensité disponible dans le circuit. Le transistor est un récepteur.

La tension v_{be} entre la base et l'émetteur est également un paramètre connu, c'est la tension de seuil d'une diode, par défaut $v_{be} = 0,7V$. En revanche, on ne connaît pas a priori les tensions v_{bc} et v_{ce} .

Il existe deux types de transistors : les NPN et PNP qui ne se différencient que dans le sens du courant qui les traverse, comme présenté sur le schéma des deux transistors ci-contre.

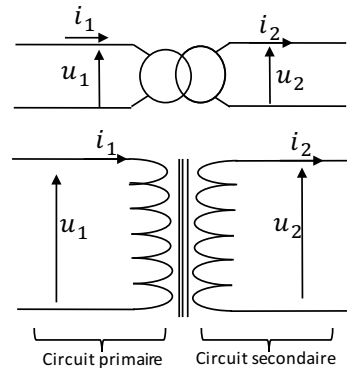


1.3.8. Le transformateur

Le transformateur est un composant électronique composé de deux bobines dont la variation du champ magnétique d'une bobine affecte l'autre. Le fonctionnement précis du dispositif est détaillé dans le cours d'induction, mais deux représentations schématiques sont d'ores et déjà présentées ci-contre.

L'**inductance mutuelle**, caractérisant l'influence entre les deux bobines est notée M , de telle sorte que :

$$\begin{cases} u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \end{cases}$$

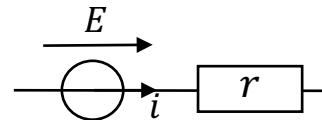


1.3.9. Le générateur de tension

Le générateur de tension parfait délivre une tension E indépendante de l'intensité délivrée i . Un générateur de tension réel délivre une tension $u = E - ri$ avec E la **force électromotrice** et r la **résistance interne** du générateur, de l'ordre de quelques ohms.

Le générateur de tension peut délivrer une tension sinusoïdale, il est dans ce cas appelé **générateur de basses fréquences** (G.B.F.).

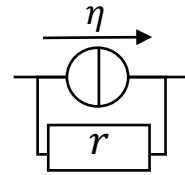
La représentation utilisée pour un générateur de tension est la **représentation dite de Thévenin**, illustrée ci-contre.



1.3.10. Le générateur de courant

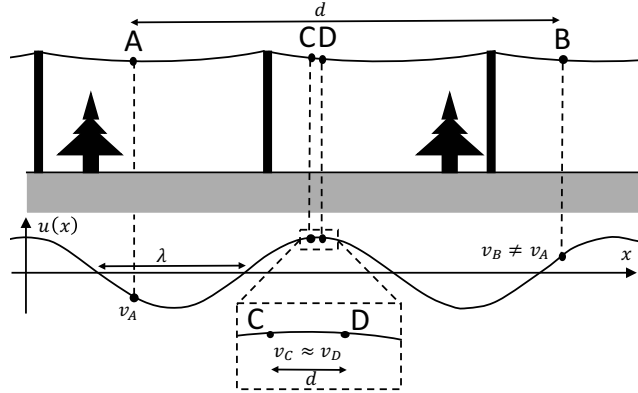
Le générateur de courant idéal est un générateur qui délivre une intensité η indépendante de la tension demandée.

La représentation utilisée pour un générateur de courant réel est la **représentation de Norton**, illustrée ci-contre.



1.4. L'approximation de régimes quasi-stationnaires

En électrocinétique, comme en électromagnétisme, on considère que l'on se place dans les conditions de **l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS)** ou **approximation des régimes quasi-permanents (ARQP)** pour établir les relations du cours.



Cette approximation consiste à négliger le déplacement du signal électrique le long des câbles. En notant d la longueur caractéristique du circuit ($d \sim cm$ dans un circuit électronique, $d \sim m$ dans un circuit de TP et $d \sim km$ dans un réseau électrique), on cherche à ce que la longueur d'onde du signal électrique λ soit très grande devant d . Soit :

$$\lambda = \frac{c}{f} \gg d \rightarrow f \ll \frac{c}{d} \sim GHz$$

2. Lois dans un circuit

2.1. La loi des nœuds

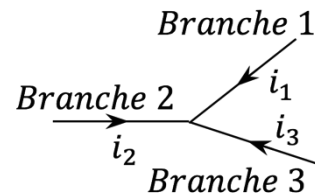
On appelle **nœud** tout point d'un circuit d'où partent au moins trois chemins électriques (ou branches). Les circuits entre deux nœuds sont appelés **branches**. L'intensité est égale en tout point d'une même branche, mais à un nœud, la **loi des nœuds** donne :

$$\sum_k i_k = 0$$

k représente la branche arrivant sur le nœud étudié.

i_k est l'intensité associée à chaque branche.

Le schéma d'un nœud à 3 branches est représenté ci-dessus pour illustrer la loi des nœuds. Dans ce cas la loi des nœuds donne : $i_1 + i_2 - i_3 = 0$.



Remarque :

Dans deux branches en parallèle (cf. 2.3), parcourues par des intensités i_1 et i_2 , auxquelles sont associées les résistances R_1 et R_2 , on peut exprimer les intensités de chaque branche en fonction de l'intensité commune i avant le nœud. Il s'agit du **pont diviseur de courant** issu de la loi des nœuds : $i_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2} i$ et $i_2 = \frac{R_1}{R_1+R_2} i$.

2.2. La loi des mailles

Dans une même maille, c'est-à-dire une ou plusieurs branches formant un circuit fermé, la tension suit la **loi des mailles** :

$$\sum_k U_k = 0$$

k représente chaque composant dans la maille étudiée.

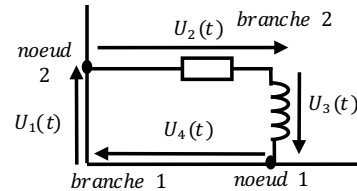
U_k est la tension aux bornes de ce composant.

Le schéma ci-contre illustre la loi des mailles. La relation établie dans cet exemple est :

$$U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = 0$$

Les tensions U_1 et U_4 sont nulles car mesurées aux bornes d'un fil, il reste donc :

$$U_2 + U_3 = 0.$$

**Remarque :**

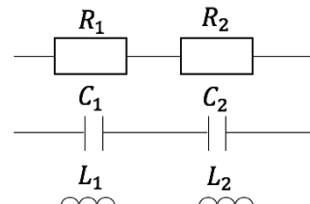
Aux bornes de 2 résistances R_1 et R_2 en série (cf. 2.3), on peut exprimer les tensions U_1 et U_2 à leurs bornes en fonction de la tension U aux bornes de l'ensemble. Il s'agit du **pont diviseur de tension**, issu de la loi des mailles : $U_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2} U$ et $U_2 = \frac{R_1}{R_1+R_2} U$.

2.3. Circuit en série – en parallèle

Dans le cas particulier où plusieurs composants sont branchés bout à bout dans une même branche, on dit qu'ils sont en **série**. S'ils sont montés dans deux branches différentes reliées aux mêmes nœuds, on dit que ces composants sont en **parallèle**.

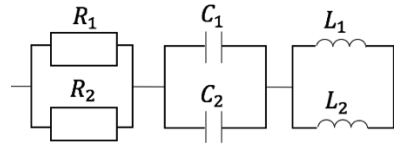
Suivant les composants, les lois d'associations ont différentes expressions suivant qu'ils sont montés en série ou en parallèle. Dans le cas d'un montage de n composants **en série** les relations d'association sur les résistances, les capacités et les inductances sont respectivement :

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i ; \frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} ; L_{eq} = \sum_{i=1}^n L_i$$



Dans le cas d'un montage **en parallèle**, les relations sont similaires :

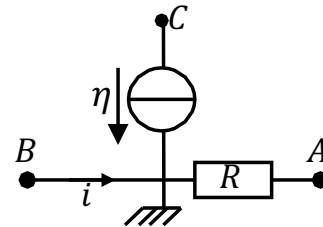
$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} ; C_{eq} = \sum_{i=1}^n C_i ; \frac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}$$



2.4. Loi des nœuds en terme de potentiel (LNT) et théorème de Millman

En un point M d'un circuit électrique, on réécrit la loi des nœuds en utilisant la loi d'Ohm afin de relier l'intensité d'une branche à la différence de potentiel entre deux points.

$$\sum_k i_k = 0 \rightarrow \sum_k \frac{V_k - \overset{=0}{\widetilde{V}_M}}{R_k} = 0$$



Dans le cas de l'exemple ci-dessus comportant une branche parcourue par une intensité i , une branche comportant une résistance dont le potentiel à l'autre borne vaut V_A et une branche avec un générateur d'intensité η , on peut écrire :

$$\eta + i + \frac{V_A - V_M}{R} = 0$$

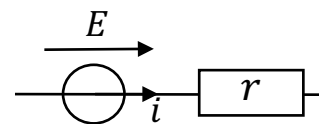
Le **théorème de Millman** est une simple réécriture de cette loi des nœuds de manière à isoler le potentiel en M. Le théorème de Millman s'écrit donc :

$$V_M = \frac{\sum_i \frac{V_i}{R_i}}{\sum_i \frac{1}{R_i}}$$

Dans le cas de l'exemple précédent, on peut écrire que $V_M = \frac{i + \frac{V_A}{R} + \eta}{\frac{1}{R}}$.

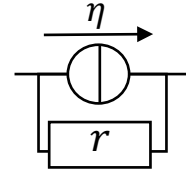
2.5. Transformation Thévenin Norton

Pour trouver l'intensité dans une branche, ou la tension aux bornes d'un composant, il est parfois intéressant de modifier le générateur utilisé afin d'opérer des simplifications du circuit par associations de composants.



Pour cela, on peut établir qu'il y a une équivalence entre le générateur de tension de Thévenin et le générateur de courant de Norton, à la condition que :

$$\eta = \frac{E}{r}$$



3. Puissance et énergie

La **puissance** d'un composant électrique est notée $P(t)$, exprimée en **Watt** [W]. Son expression est le résultat du produit de la tension aux bornes du dipôle par l'intensité le traversant :

$$P(t) = u(t) \times i(t)$$

Si $P(t) > 0$, le dipôle reçoit de l'énergie, c'est donc un **récepteur**.

Si $P(t) < 0$, le dipôle fournit de l'énergie, c'est donc un **générateur**.

Remarque :

On peut dire ici que l'on se place dans une convention « banquier » par rapport au système {dipôle}. Tout ce qui sort du dipôle est compté négativement, tout ce qui rentre est compté positivement. Une puissance absorbée est donc positive et une puissance délivrée est négative.

Pour un conducteur ohmique (résistance), la puissance consommée est intégralement dissipée par effet Joule et vaut $P_j(t) = u(t) \times i(t) = R \times i^2(t)$. Pour un condensateur, la puissance stockée sous forme électromagnétique vaut :

$$P_c(t) = u(t) \times C \frac{du}{dt}(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C u^2 \right) (t)$$

et pour la bobine :

$$P_L(t) = L \frac{di}{dt}(t) \times i(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i^2 \right) (t)$$

L'**énergie** d'un composant électrique, notée $\mathcal{E}(t)$ et exprimée en **Joule** [J], est définie comme l'intégrale temporelle de cette puissance, soit $\frac{d\mathcal{E}}{dt} = P$. L'énergie dissipée par effet Joule dans une résistance est donc : $\mathcal{E}_j(t) = \int R \cdot i^2(t) dt$. L'énergie stockée sous forme électromagnétique dans une bobine et un condensateur sont respectivement :

$$\mathcal{E}_L(t) = \frac{1}{2} L i^2(t) \quad \text{et} \quad \mathcal{E}_c(t) = \frac{1}{2} C u^2(t)$$