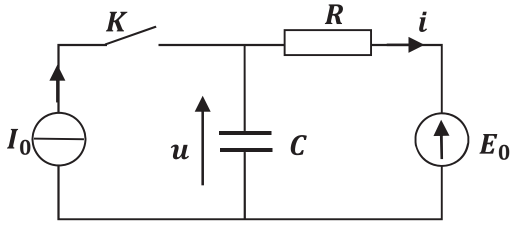
Jour n°1

Exercice 1.1



Soit le circuit ci-dessus, faisant intervenir deux générateurs. L'interrupteur K est ouvert depuis longtemps ($t < 0$) et il est fermé à l'instant $t = 0$ choisi comme origine des temps.

1) Calculer en les justifiant soigneusement : $u(t = 0^+)$; $i(t = 0^+)$.

2) Calculer u et i, lorsque le régime permanent est établi.

3) Calculer $u(t)$ et $i(t)$ pour tout $t > 0$. Commenter.

4) On remplace le générateur de tension continue par un générateur de tension de force électromotrice $e = E_0 cos\omega t$ et le générateur de courant par un générateur de courant de courant électromoteur $i = I_0 sin(\omega t)$. Calculer $i(t)$ en régime sinusoïdal forcé.

Exercice 1.2

Un interféromètre de Michelson préalablement réglé au contact optique est éclairé par une source monochromatique étendue géométriquement. On observe le phénomène lumineux sur un écran à l'aide d'une lentille convergente de 1 m de distance focale.

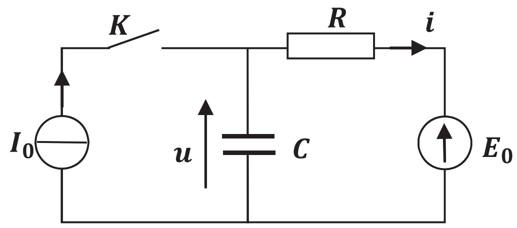
1) Faire un schéma explicite du dispositif. Que représente le contact optique ? Dans quelle configuration sont les miroirs ? Pourquoi la source lumineuse se doit-elle d'être étendue ? Où se trouve la lentille d'observation ? À quoi sert-elle ?

2) On déplace le miroir mobile d'une distance e, déterminer en fonction de λ et e l'ordre d'interférences au centre. Donner l'expression de l'intensité, la forme des franges.

3) On éclaire maintenant avec deux raies de même intensité et de longueur d'onde $\lambda_1 = 541\, nm$ et $\lambda_2 = 577\, nm$. Calculer l'intensité en tout point M de l'écran, donner l'allure de la courbe et commenter.

4) On chariote les miroirs de Δe. On voit défiler, au centre de la figure d'interférences, N anneaux entre deux anti-coïncidences successives. Calculer N. En déduire Δe. Si l'erreur sur N est de un anneau, quelle est l'incertitude sur la mesure de Δe ?

Énoncé



Soit le circuit ci-dessus, faisant intervenir deux générateurs. L'interrupteur K est ouvert depuis longtemps ($t < 0$) et il est fermé à l'instant $t = 0$ choisi comme origine des temps.

1) Calculer en les justifiant soigneusement : $u(t = 0^+)$; $i(t = 0^+)$.

2) Calculer u et i, lorsque le régime permanent est établi.

3) Calculer $u(t)$ et $i(t)$ pour tout $t > 0$. Commenter.

4) On remplace le générateur de tension continue par un générateur de tension de force électromotrice $e = E_0 cos\omega t$ et le générateur de courant par un générateur de courant de courant électromoteur $i = I_0 sin(\omega t)$. Calculer $i(t)$ en régime sinusoïdal forcé.

Analyse stratégique de l'énoncé

L'exercice porte sur le programme d'électrocinétique de première année.

1) Cette question est souvent mal explicitée par les étudiants. Sa résolution nécessite de bien connaître les relations de continuité des différentes grandeurs électriques.

↪ Charge d'un condensateur et courant traversant une bobine sont les seules grandeurs électriques toujours continues.

2) La forme du régime permanent dépend de la nature des générateurs et de la présence d'éléments résistifs dissipateurs d'énergie.

↪ En présence d'éléments résistifs, le régime permanent est imposé par la nature des générateurs.

3) Loi des nœuds, loi des mailles permettent d'écrire puis de résoudre les équations différentielles vérifiées par $u(t)$ et $i(t)$.

↪ Penser à utiliser la question **1)** dans la détermination des constantes d'intégration et à vérifier les résultats établis en **2)** lorsque l'on fait tendre t vers l'infini. C'est toujours réconfortant de sentir qu'on est sur la bonne voie !

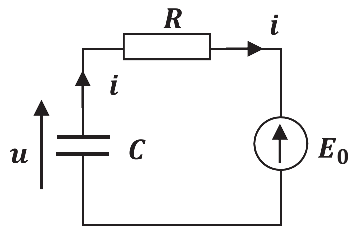
4) On passe dans cette question au régime sinusoïdal forcé. Il faut penser à utiliser la notation complexe associée à toute grandeur sinusoïdale et travailler avec les impédances. Le plus simple ensuite est de transformer en générateur de Thévenin le générateur de Norton (I, Z_C), puis d'écrire une simple loi des mailles.

↪ Dans cette question ne vous laissez pas déstabiliser par l'écriture en $\sin(\omega t)$ du générateur de courant, il suffit de le transformer en $\cos(\omega t - \pi/2)$.

Corrigé

1) À $t = 0^-$, l'interrupteur K est ouvert depuis longtemps, le condensateur a eu le temps de se charger complètement. Un premier régime permanent constant imposé par le générateur E_0 est atteint, la charge $q(0^-)$ est alors constante, notons q_0 cette constante. Or i et q sont reliés par la relation :

$$i(t) = -\frac{dq}{dt} \quad \mathit{Attention\ au\ fléchage\ en\ convention\ récepteur.}$$



D'où :

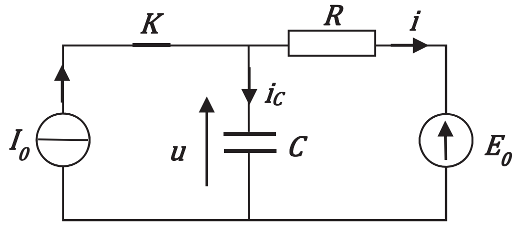
$$i(0^-) = -\frac{dq_0}{dt} = 0.$$

Loi des mailles :

$$u(t) = u_R + E_0 = Ri + E_0$$
$$u(0^-) = Ri(0^-) + E_0 = E_0$$
$$q(0^-) = Cu(0^-) = CE_0.$$

À $t = 0^+$, l'interrupteur K est fermé or la charge du condensateur ainsi que la tension à ses bornes sont deux grandeurs continues donc :

$$q(0^-) = q(0^+) = CE_0$$
$$u(0^+) = \frac{q(0^+)}{C} = E_0.$$



La loi des mailles impose alors :

$$u(0^+) = Ri(0^+) + E_0 \quad or \quad u(0^+) = E_0.$$

D'où finalement :

$$i(0^+) = 0 = i(0^-).$$

et … le courant qui traverse la résistance est continu mais c'est tout à fait fortuit !

La loi des nœuds impose :

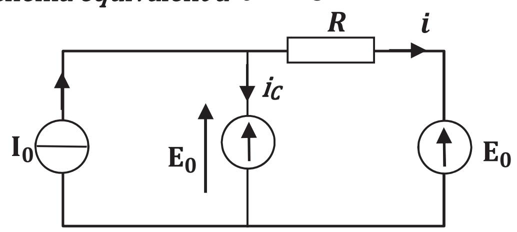
$$I_0 = i_C(0^-) + i(0^-) = i_C(0^+)$$

Le courant I_0 traverse en totalité le condensateur, d'où la relation suivante :

$$\boxed{I_0 = i_C(0^+) = \left.\frac{dq}{dt}\right]_{0^+} = C\left.\frac{du}{dt}\right]_{0^+}.}$$

- **Remarques :** ces différentes relations, valables uniquement à l'instant $t = 0^+$ qui suit la fermeture du circuit, nous serviront de conditions initiales à la question 3).

Schéma équivalent à $\boldsymbol{t = 0^+}$



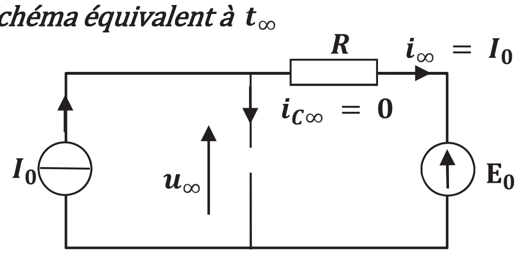
- Il est aussi possible de travailler avec le schéma équivalent du condensateur à $t = 0^+$.
- Il est immédiat que le courant $i(0^+) = 0$ et que $i_C(0^+) = I_0$.

2) Le régime permanent, théoriquement obtenu au bout d'un temps t infini, sera de même nature que les générateurs d'attaque, c'est à dire ici constant. Les grandeurs électriques seront donc toutes constantes et parmi ces grandeurs, celles qui s'expriment par une dérivée temporelle comme le courant traversant un condensateur ou la tension aux bornes d'une bobine d'inductance pure, seront donc nulles :

$$i_C(\infty) = \frac{dq_\infty}{dt} = 0 \quad et \quad u_L(\infty) = L\frac{di_\infty}{dt} = 0.$$

Le condensateur peut alors être remplacé par un interrupteur ouvert ($i_C = 0, \forall$ la charge).

Schéma équivalent à $\boldsymbol{t_\infty}$

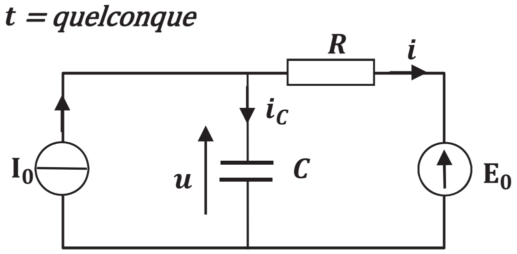


Loi des mailles et loi des nœuds aboutissent aux relations :

$$\boxed{i_\infty = I_0 \quad et \quad u_\infty = E_0 + RI_0.}$$

3) Étude du régime transitoire

à $\boldsymbol{t}$ ***= quelconque***



Loi des nœuds, loi des mailles et relations tension intensité donnent les équations :

$$\boxed{I_0 = i + i_C \quad (1) \quad u = u_R + E_0 \quad (2) \quad u_R = Ri \ \ et \ \ i_C = C\frac{du}{dt} \quad (3)}$$

En combinant ces trois équations de base, il vient :

$$\boxed{I_0 = i + C\frac{d(Ri + E_0)}{dt} = i + RC\frac{di}{dt} \quad (4)}$$

$$\boxed{u = Ri + E_0 \quad (5)}$$

On reconnait en (4) une équation différentielle portant sur la variable i à coefficients constant du premier ordre avec second membre constant. Sa résolution ne pose pas de problèmes :

$$i(t) = I_0 + Aexp\left(-\frac{t}{RC}\right) \quad (4')$$

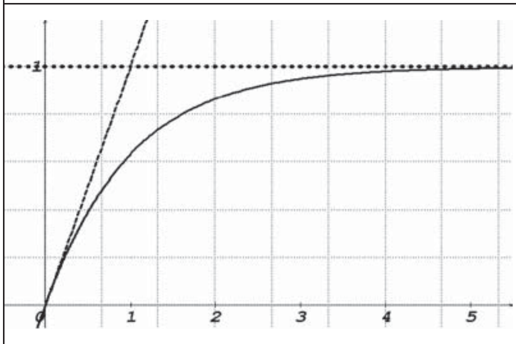
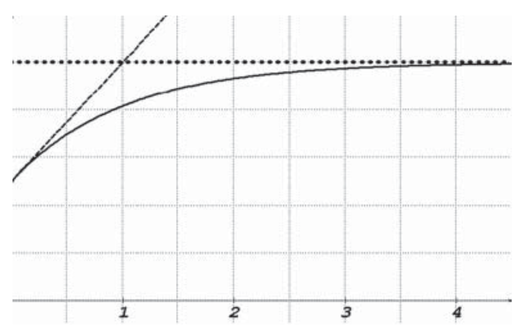
En réinjectant dans (5) il vient :

$$u(t) = R\left(I_0 + Aexp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right) + E_0 \quad (5')$$

La détermination de la constante A se fait à partir des conditions initiales établies en **1)** :

$$i(0^+) = 0 \ et \ u(0^+) = E_0 \quad d'où \quad A = -I_0.$$

$$\boxed{i(t) = I_0\left(1 - exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right) \quad (4') \quad u(t) = R\,I_0\left(1 - exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right) + E_0 \quad (5').}$$

$\frac{i(t)}{I_0} = f(\frac{t}{RC})$	$\frac{u(t)}{E_0} = g(\frac{t}{RC})$
	

Remarque 1 : on vérifie le bien fondé des résultats établis en **2)** à savoir :

$$i_\infty = I_0 \ et \ u_\infty = E_0 + RI_0.$$

Remarque 2 : le produit RC est homogène à un temps, sa durée est caractéristique du temps d'établissement du régime permanent. On le note généralement τ et on considère que lorsque $t > 5\tau$, le régime permanent est atteint. Pour des valeurs classiques de $R(\mathrm{k\Omega})$ et $C(\mathrm{\mu F})$, $\tau \sim \mathrm{ms}$, ce qui explique qu'en pratique il est difficile de l'observer, et que c'est le régime permanent qui apparaît.

Remarque 3 : il est bon à ce niveau de l'exercice de faire preuve d'autonomie et de penser à représenter les courbes $i(t)$ et $u(t)$ en les interprétant habilement !

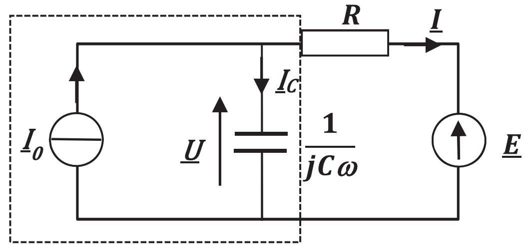
4) Les deux générateurs d'attaque oscillant à la même fréquence, il est possible de traiter le problème en les conservant tous les deux dans le circuit.

Dans le cas contraire, il faudrait les étudier séparément et faire appel au théorème de superposition.

La résistance R dans le circuit assure la disparition du régime transitoire pourvu que l'on attende suffisamment longtemps (en pratique : $t > 5\,\tau$).

On transforme alors le circuit en notation complexe, puis on fait appel à la transformation générateur de Norton / générateur de Thévenin avec respectivement :

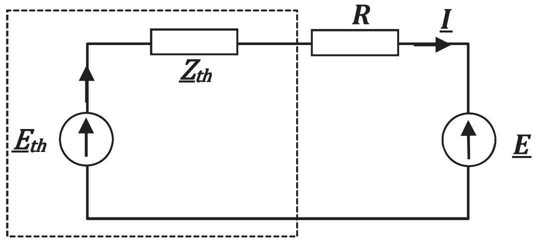
Générateur de Norton



$$\underline{I_0} = I_0\, exp\left(-j\frac{\pi}{2}\right) = -j\, I_0 \quad et \quad \underline{E} = E_0$$

$$\underline{Z_{th}} = \underline{Z_C} = \frac{1}{jC\omega} \quad et \quad \underline{E_{th}} = \underline{Z_{th}}\,\underline{I} = \underline{Z_C}\,\underline{I}$$

Générateur de Thévenin



Il ne reste qu'une seule maille, la résolution ne pose pas de problème :

$$\underline{E_{th}} - \underline{E} = \left(\underline{Z_{th}} + R\right)\underline{i} = \left(\underline{Z_C} + R\right)\underline{i}$$

$$\underline{i} = \frac{\underline{E_{th}} - \underline{E}}{\underline{Z_{th}} + R} = \frac{\underline{Z_C}\,\underline{I} - \underline{E}}{\underline{Z_C} + R} = \frac{\underline{I} - \underline{E}jC\omega}{1 + jRC\omega} = \frac{-jI_0 - E_0 jC\omega}{1 + jRC\omega}$$

$$\underline{i} = -j\,\frac{I_0 + E_0 C\omega}{1 + jRC\omega} = \frac{I_0 + E_0 C\omega}{j - RC\omega} = -\frac{(I_0 + E_0 C\omega)(RC\omega + j)}{1 + (RC\omega)^2}$$

$$\boxed{i(t) = -\frac{I_0 + E_0 C\omega}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}\, co\, s\left(\omega t + arctan\frac{1}{RC\omega}\right).}$$

Techniques à mémoriser

♡ Il faut se souvenir des relations tension intensité des composants passifs de base : résistance, bobine, condensateur et des conventions d'orientation choisies.

> Rapport du jury 2009
>
> Les conventions d'orientation des grandeurs algébriques doivent être précisées sans que l'examinateur ait à en faire la demande.
>
> Rapport du jury 2010
>
> On note des erreurs récurrentes sur le signe de la tension aux bornes d'une bobine ou d'un condensateur.

♡ Il faut se souvenir de la notation complexe pour l'étude de phénomènes harmoniques, elle permet une résolution beaucoup plus rapide des équations physiques, mais encore faut-il savoir l'utiliser à bon escient et surtout en maîtriser les règles !

> Rapport du jury 2008
>
> L'emploi de la notation complexe pour l'étude des phénomènes harmoniques a également fait trébucher un plus grand nombre de candidats que lors des années précédentes.

♡ Il faut se souvenir qu'un schéma bien fait et bien fléché évite de fastidieuses explications souvent mal maîtrisées !

> Rapport du jury 2009
>
> Un schéma peut permettre, lorsqu'il est tracé et construit avec soin au tableau, de préciser les choix et de fixer les notations. Les séances d'interrogation orale des années de préparation doivent avoir permis à chacun de maîtriser cette articulation entre les explications et la représentation graphique.

♡ Il faut se souvenir des relations de continuité des deux grandeurs : tension aux bornes d'un condensateur et courant traversant une bobine et des raisons de ces continuités.

> Rapport du jury 2008
>
> Les relations de continuité (intensité dans une bobine, tension aux bornes d'un condensateur) sont inconnues de la plupart des candidats et des fautes de signe sont quasi-systématiques pour la relation entre intensité et tension aux bornes d'un condensateur.
>
> Rapport du jury 2009
>
> On a noté également que les raisons de continuité de $u_C(t)$ et $i_L(t)$ restent obscures.

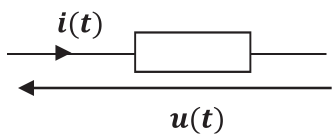
♡ Il faut se souvenir de la manière d'accéder aux grandeurs électriques à $t = 0^+$.

> Rapport du jury 2010
>
> On note des erreurs récurrentes sur la détermination des grandeurs à $t = 0^+$.

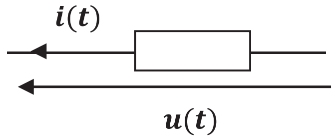
♡ Il faut se souvenir des transformations générateur de Thévenin, générateur de Norton.

Formulaire

- Convention récepteur pour un dipôle quelconque :



- Convention générateur pour un dipôle quelconque :



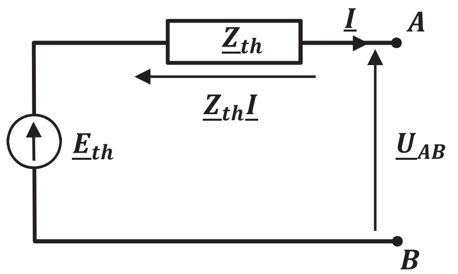
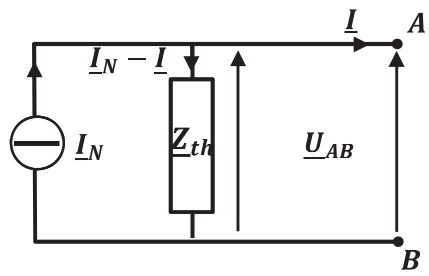
- Loi des nœuds : $\sum_{1}^{n} i_n = 0$; i_n : algébrique

- Loi des mailles : $\sum_{1}^{n} u_n = 0$; u_n : algébrique

- Relations tension-intensité en convention récepteur :

	Résistance	**Bobine**	**Condensateur**
Notation réelle	$u = Ri$	$u = L\dfrac{di}{dt}$	$i = C\dfrac{du}{dt}$
Notation complexe	$\underline{u} = R\underline{i}$	$\underline{u} = jL\omega\underline{i}$	$\underline{i} = jC\omega\underline{u}$
Impédances complexes : $\underline{Z}$	R	$jL\omega$	$\dfrac{1}{jC\omega}$

- Transformation générateur de Thévenin, générateur de Norton :

<table>
<tr><th>Générateur de Thévenin</th><th>Générateur de Norton</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\underline{U}_{AB} = \underline{E}_{th} - \underline{Z}_{th}\underline{I} \quad et \quad \underline{U}_{AB} = \underline{Z}_{th}(\underline{I}_N - \underline{I})$
$par\ identificaton :\quad \underline{E}_{th} = \underline{Z}_{th}\underline{I}_N$</td></tr>
</table>