

# TABLE DES MATIÈRES

<b>1</b>	<b>CALCUL NUMÉRIQUE APPROCHÉ</b>	<b>1</b>
1.1	ERREURS ABSOLUE ET RELATIVE . . . . .	1
1.1.1	Erreur absolue . . . . .	1
1.1.2	Erreur relative . . . . .	2
1.2	INCERTITUDES ABSOLUE ET RELATIVE . . . . .	2
1.3	REPRÉSENTATION DÉCIMALE D'UN NOMBRE APPROCHÉ . . . . .	3
1.4	CHIFFRES SIGNIFICATIFS EXACTS D'UN NOMBRE APPROCHÉ . . . . .	4
1.5	TRONCATURE ET ARRONDISSEMENT D'UN NOMBRE . . . . .	5
1.6	RELATION ENTRE ERREUR RELATIVE ET C.S.E . . . . .	6
1.7	EXERCICES RÉSOLUS . . . . .	6
1.8	EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES . . . . .	19
<b>2</b>	<b>EQUATIONS NON LINÉAIRES</b>	<b>21</b>
2.1	RACINES D'ÉQUATIONS NON LINÉAIRES . . . . .	21
2.2	SÉPARATION DES RACINES . . . . .	21
2.2.1	Méthode graphique . . . . .	22
2.2.2	Méthode de balayage . . . . .	22
2.3	APPROXIMATION DES RACINES : MÉTHODES ITÉRATIVES . . . . .	23
2.3.1	Méthode de Newton-Raphson . . . . .	23
2.3.2	Critère d'arrêt dans la méthode de Newton-Raphson . . . . .	24
2.3.3	Convergence de la méthode de Newton-Raphson . . . . .	25
2.3.4	Méthode de Newton-Raphson pour deux inconnues . . . . .	27
2.3.5	Méthode de Newton-Raphson et polynômes . . . . .	29
2.3.6	Méthode du point fixe . . . . .	30
2.3.7	Critère d'arrêt n°1 dans la méthode du point fixe . . . . .	31
2.3.8	Critère d'arrêt n°2 dans la méthode du point fixe . . . . .	32
2.3.9	Accélération de la convergence dans la méthode du point fixe . . . . .	33

2.3.10	Méthode de la sécante . . . . .	34
2.3.11	Critère d'arrêt dans la méthode de la sécante . . . . .	35
2.3.12	Méthode de dichotomie . . . . .	35
2.3.13	Critère d'arrêt dans la méthode de dichotomie . . . . .	36
2.4	EXERCICES RÉSOLUS . . . . .	37
2.5	EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES . . . . .	59
<b>3</b>	<b>SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES</b>	<b>61</b>
3.1	INTRODUCTION . . . . .	61
3.2	MÉTHODES DIRECTES . . . . .	63
3.2.1	Méthode de Gauss . . . . .	63
3.2.2	Stratégie du choix du pivot dans la méthode de Gauss . . . . .	67
3.2.3	Décomposition de $A$ en $LU$ . . . . .	68
3.2.4	Méthode de Gauss-Jordan . . . . .	69
3.2.5	Méthode de Cholesky . . . . .	73
3.3	MÉTHODES ITÉRATIVES . . . . .	75
3.3.1	Méthode de Jacobi . . . . .	75
3.3.2	Critère d'arrêt dans la méthode de Jacobi . . . . .	77
3.3.3	Convergence de la méthode de Jacobi . . . . .	78
3.3.4	Méthode de Gauss-Seidel . . . . .	79
3.3.5	Critère d'arrêt dans la méthode de Gauss-Seidel . . . . .	82
3.3.6	Convergence de la méthode de Gauss-Seidel . . . . .	82
3.3.7	Réduction à la forme commode pour l'itération . . . . .	82
3.4	EXERCICES RÉSOLUS . . . . .	83
3.5	EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES . . . . .	109
<b>4</b>	<b>INTERPOLATION POLYNÔMIALE</b>	<b>111</b>
4.1	ÉVALUATION D'UN POLYNÔME ET DE SES DÉRIVÉES . . . . .	111
4.2	INTERPOLATION POLYNÔMIALE . . . . .	112
4.2.1	Méthode de Lagrange . . . . .	113
4.2.2	Méthode de Newton . . . . .	115
4.2.3	Erreur d'interpolation . . . . .	119
4.2.4	Cas des points équidistants . . . . .	120
4.2.5	Polynôme d'interpolation d'Hermite . . . . .	124
4.3	EXERCICES RÉSOLUS . . . . .	125
4.4	EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES . . . . .	138
<b>5</b>	<b>APPROXIMATION AU SENS DES MOINDRES CARRÉS</b>	<b>141</b>
5.1	FORMULATION DU PROBLÈME . . . . .	141
5.2	POLYNÔMES ORTHOGONAUX . . . . .	142
5.3	CONSTRUCTION DU MEILLEUR APPROXIMANT . . . . .	143

---

5.4	UTILITÉ DES POIDS . . . . .	150
5.5	EXERCICES RÉSOLUS . . . . .	150
5.6	EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES . . . . .	159
<b>6</b>	<b>DÉRIVATION ET INTÉGRATION NUMÉRIQUES</b>	<b>161</b>
6.1	FORMULATION DU PROBLÈME . . . . .	161
6.2	APPROXIMATION D'UNE FONCTIONNELLE LINÉAIRE . . . . .	162
6.3	DÉRIVATION APPROCHÉE . . . . .	165
6.3.1	Une méthode de dérivation numérique . . . . .	165
6.3.2	Erreur d'approximation . . . . .	166
6.4	INTÉGRATION APPROCHÉE . . . . .	167
6.4.1	Méthode des trapèzes ( $n = 1$ ) . . . . .	168
6.4.2	Méthode de Simpson ( $n = 2$ ) . . . . .	170
6.4.3	Méthode de Newton ( $n = 3$ ) . . . . .	172
6.4.4	Méthode de Newton-Cotes ( $n > 3$ ) . . . . .	172
6.4.5	Erreur dans la formule des trapèzes . . . . .	173
6.4.6	Erreur dans la formule de Simpson . . . . .	173
6.4.7	Méthode de Gauss . . . . .	176
6.4.8	Erreur dans la formule de Gauss . . . . .	177
6.5	EXERCICES RÉSOLUS . . . . .	177
6.6	EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES . . . . .	190
<b>7</b>	<b>EQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ORDINAIRES</b>	<b>193</b>
7.1	INTRODUCTION . . . . .	193
7.2	MÉTHODES NUMÉRIQUES À UN PAS . . . . .	194
7.2.1	Méthode d'Euler . . . . .	194
7.2.2	Précision de la méthode d'Euler . . . . .	195
7.2.3	Méthodes de Taylor . . . . .	195
7.2.4	Précisions des méthodes de Taylor . . . . .	196
7.2.5	Méthode du point milieu . . . . .	197
7.2.6	Précision de la méthode du point milieu . . . . .	198
7.2.7	Méthodes de Runge-Kutta . . . . .	198
7.2.8	Précisions des méthodes de Runge-Kutta . . . . .	199
7.3	MÉTHODES NUMÉRIQUES À PAS MULTIPLES . . . . .	200
7.3.1	Méthodes d'Adams-Bashforth . . . . .	201
7.3.2	Précisions des méthodes d'Adams-Bashforth . . . . .	202
7.3.3	Méthodes d'Adams-Moulton . . . . .	202
7.3.4	Précisions des méthodes d'Adams-Moulton . . . . .	203
7.3.5	Méthode de prédiction-correction d'Adams-Moulton . . . . .	203

---

7.3.6	Précision de la méthode de prédiction-corrrection d'Adams-Moulton . . . . .	204
7.3.7	Méthode d'Adams . . . . .	204
7.3.8	Précision de la méthode d'Adams . . . . .	206
7.4	MÉTHODE DES APPROXIMATIONS SUCCESSIVES DE PICARD . . . . .	206
7.5	EXERCICES RÉSOLUS . . . . .	207
7.6	EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES . . . . .	222
	RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES . . . . .	227
	INDEX . . . . .	229