

# Chapitre I

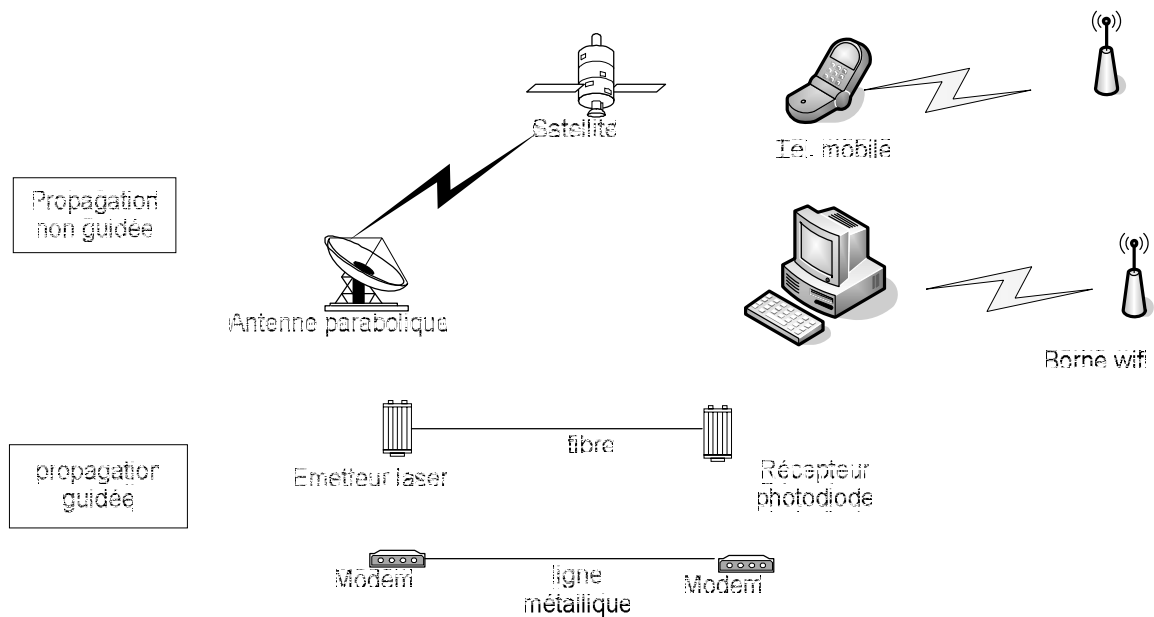
## La fonction transmission

### 1. Terminologies

#### 1.1 Mode guidé / non guidé

Le signal est le vecteur de l'information à transmettre. La transmission s'effectue entre un émetteur et un récepteur reliés entre eux par un support (figure 1). On distingue :

- Les supports guidés : paire de cuivre torsadée, câble coaxial, fibre optique
- Les supports non guidés : air, vide



**Figure 1.** Modes de guidage des signaux

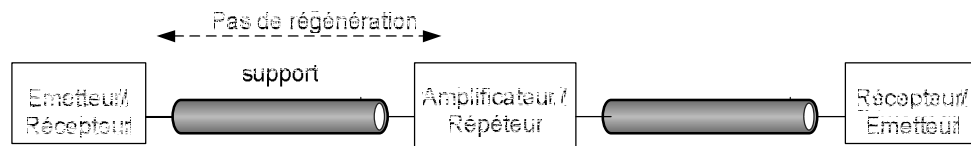
La nature des signaux varie selon les supports :

- Ondes électriques : supports métalliques (cuivre essentiellement)
- Ondes lumineuses : fibre optique
- Ondes électromagnétiques : mode non guidé

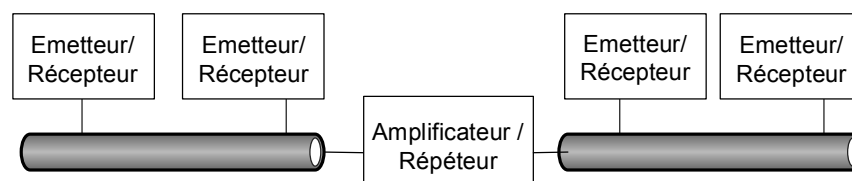
Le rôle de l'émetteur est d'abord de générer physiquement des signaux conformes à la nature du support utilisé.

## 1.2 Mode point à point / multipoints

Quand le support relie directement (via éventuellement des amplificateurs ou répéteurs) deux équipements de transmission distants, on parle de transmission point à point (figure 2). Quand le support est partagé par plusieurs équipements, on parle de transmission multipoints (figure 3).



*Figure 2. Mode point à point*



*Figure 3. Mode multipoints*

## 1.3 Information analogique / numérique

L'information est analogique quand elle varie en continu avec le temps. L'exemple le plus représentatif est la voix humaine. Les cordes vocales produisent un signal acoustique continu et l'oreille capte un signal acoustique continu. Cette information analogique doit être convertie en signal électrique pour toute opération de type amplification, filtrage, stockage, transmission. La musique est un autre exemple.

L'information est numérique quand elle se présente sous forme d'une suite d'états parmi un ensemble d'états possible. Dans ce cas il est possible de représenter chaque état par un nombre représenté en binaire (suite de 0 et de 1). Ceci est valable pour un texte (chaque symbole a une représentation binaire), l'intensité lumineuse et la couleur d'un point (pixel), une suite de nombres, etc.

## 1.4 Transmission analogique / numérique

Si la transmission est analogique alors l'information est portée par les variations continues du signal  $x(t)$ . Le signal est borné en amplitude (et donc en puissance) et on a les deux cas :

(a)  $-A \leq x(t) \leq +A$  ou encore (b)  $0 \leq x(t) \leq +A$ .

Dans le cas (a) la valeur moyenne du signal peut être nulle, ce qui présente des avantages en transmission sur lesquels nous reviendront. Dans le cas (b) le signal est toujours positif.

Si la transmission est numérique alors l'information est transportée par les changements de niveaux du signal  $x(t)$  à intervalle régulier. On notera alors le signal  $x(n)$  où  $n$  est le  $n^{\text{ième}}$  intervalle de temps, intervalle qui correspond à la durée d'un niveau. Les niveaux sont prédéfinis soit  $x(n) \in \{x_1, \dots, x_k\}$ . Au minimum  $k=2$ .

## 2. Représentation des signaux

### 2.1 Représentation temporelle

Selon les cas (analogique ou numérique) on a deux représentations temporelles, le mode continu et le mode discret. Comme on peut le voir figure 4 la représentation temporelle ne permet pas de représenter de manière simple les caractéristiques des signaux quand ceux-ci sont aléatoires. Quand des signaux sont déterministes avec une forme ad hoc (sinusoïde, triangle, carré) et le plus souvent périodiques la représentation temporelle est plus pertinente.

Un signal sinusoïdal s'écrit :  $x(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \psi)$  avec :  $A$ , amplitude (volts) ;  $f$ , fréquence (Hz) ;  $\omega$ , vitesse angulaire (radians/s).  $\omega t$  et  $\psi$  sont donc des angles (ou phases).  $\psi \neq 0$  si  $x(0) \neq 0$ . On voit aussi dans cette formule que la relation entre la fréquence et vitesse angulaire :  $\omega = 2\pi \cdot f$

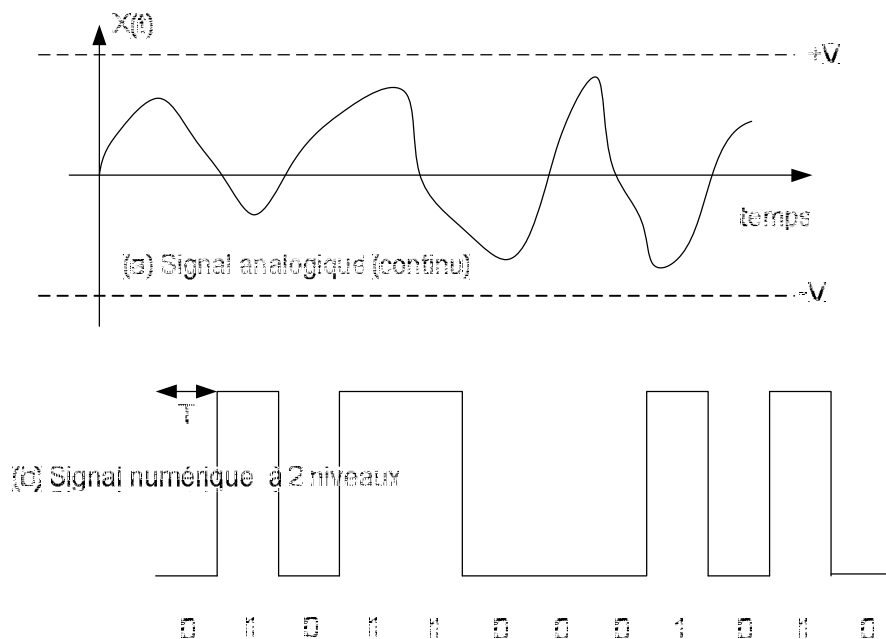


Figure 4. Représentations temporelles (a) modes continu (b) discret

### 2.2 Représentation fréquentielle

La représentation fréquentielle d'une sinusoïde de période  $T_0$  se caractérise par deux raies d'amplitude  $A/2$  à la fréquence  $f_0 = 1/T_0$  et  $-A/2$  à la fréquence  $-f_0$ .

### 2.3 Signaux périodiques

Un cas plus intéressant est celui d'un signal  $x(t) \in [-A, +A]$ , périodique carré, de période  $T$ . Les signaux périodiques en général peuvent se représenter par une série de Fourier:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \cdot \exp(j \cdot n \omega \cdot t) \quad (1)$$

Où les coefficients  $C_n$  sont calculés par :

$$C_n = (1/T) \int_{t=-T/2}^{T/2} x(t) \cdot \exp(-j \cdot n \omega \cdot t) dt \quad (2)$$

Nous laissons le lecteur établir que pour un signal carré :

$$x(t) = (4A/\pi) \sum_{k=1,3,\dots,2p+1}^{\infty} \sin(2k\pi f t) / k \quad (3)$$

On voit que la représentation spectrale d'un signal temporel carré périodique est une série de sinusoides aux fréquences  $f_0, 3f_0, 5f_0, \dots, (2p+1)f_0$ , c'est-à-dire aux fréquences multiples impaires de la fréquence fondamentale  $f_0$  (appelées aussi harmoniques impaires), avec une amplitude qui décroît en  $1/k$ , ce qui fait que les amplitudes de ces fréquences deviennent vite négligeables. La figure 5 montre ce spectre avec les 3 premières harmoniques.

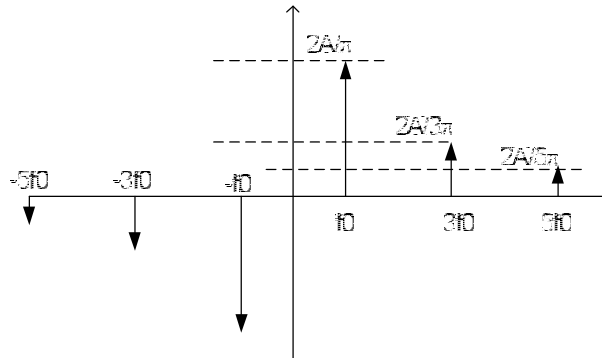


Figure 5. Spectre d'un signal carré (trois premières termes de la série de Fourier)

## 2.4 Signal numérique quelconque

Pour établir une relation simple entre représentation temporelle et fréquentielle, nous dirons qu'un signal quelconque est constitué d'une somme de fréquences. Dans l'absolu cette somme est infinie mais les signaux étant à énergie finie, on peut dire que l'énergie décroît avec la fréquence. Cette somme est discrète ou continue. Mais contrairement aux signaux périodiques, la distribution des fréquences et de leurs amplitudes est quelconque et il n'y a pas de relation analytique entre les fréquences et les amplitudes comme dans la relation (3). L'outil de base pour la représentation fréquentielle est la mesure du signal et le calcul algorithmique de la transformée de Fourier.

## 3. Notion de canal

### 3.1 Relation entre bande passante et débit binaire

Sans entrer dans les détails de la théorie du signal et dans le cas des signaux numériques on peut donner des indications suivantes.

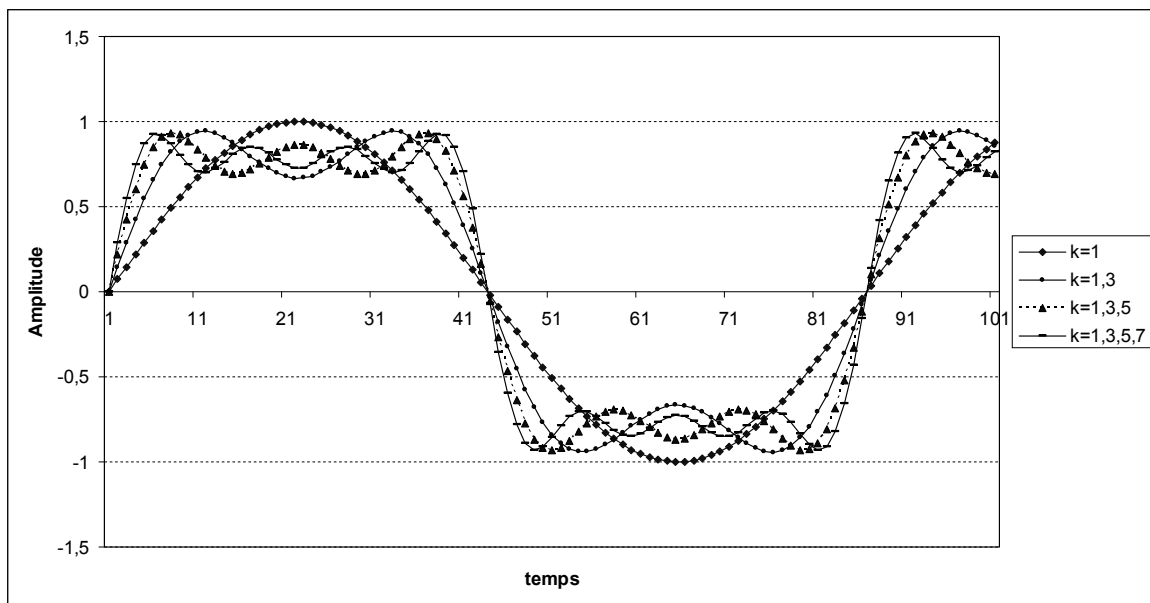
Pour transmettre une information binaire 0 ou 1 on utilise deux éléments de signal distincts  $x_0$  et  $x_1$  dont la représentation temporelle ressemble à un carré (voir figure 4b). On admettra que l'un des niveaux peut être nul. La représentation fréquentielle d'un signal carré est une somme infinie mais décroissante. Or tout canal de transmission  $[f_1, f_2]$  se comporte comme un filtre passe-bande. La question est alors la suivante :

Q1) quelle relation doit-il y avoir entre largeur du canal ( $W=f_2-f_1$ ) et largeur de bande d'un signal ( $B$ ) pour que le signal soit exploitable en réception? Cette problématique n'existe pas vraiment en transmission analogique, car le signal à transmettre a naturellement une largeur de bande limitée. Mais la nature d'un signal carré (périodique ou non) rend la largeur de bande de ce signal infinie en théorie. Les contraintes à respecter sont les suivantes :

C1) Le signal numérique est une suite de niveaux, qu'on appellera élément de signal ou symbole, chacun de largeur temporelle  $T_b$ . La source émet donc avec une fréquence symbole de  $1/T_b$  (symboles/s).

C2) Le récepteur échantillonne le signal reçu à la même fréquence  $1/T_b$  mais contrairement à la transmission analogique, il ne cherche pas à retrouver la forme d'un signal continu mais à identifier les niveaux ( $x_0$  ou  $x_1$ ) dans la période  $T_b$ . Pour cela l'échantillonnage (la mesure) du signal reçu s'effectue à des instants caractéristiques qui correspondent au milieu de la période de chaque symbole.

La question Q1 peut alors se préciser en Q'1 : Sachant que le récepteur doit identifier le niveau de signal dans une période  $P(k) = [k \cdot T_b, (k+1) \cdot T_b]$  à partir de ce qu'il mesure à l'instant caractéristique  $k \cdot T_b + T_b/2$ , jusqu'à quel niveau de filtrage par le support peut-il retrouver sans erreur la valeur du symbole émis? On peut illustrer le problème avec un exemple ad hoc. Supposons la suite  $s(n) = \{010101010\dots\}$ . Elle sera transmise sous la forme d'un signal carré périodique. La figure 6 donne une représentation temporelle du signal avec 1, 2, 3, 4 composantes. On voit qu'avec 3 composantes ( $k=1,3$  et 5) le signal résultant approxime une forme carrée, ce qui veut dire que le récepteur serait capable d'identifier  $x_0$  ou  $x_1$  en mesurant le signal reçu au milieu de la période symbole. Or dans ce cas particulier la période symbole est égale à la moitié de la période du signal carré :  $T_b = T_0/2$ .



**Figure 6.** Série de Fourier d'un signal carré périodique ( $1/f_0$ ) jusqu'au rang  $k$  ( $k=1, 3, 5$  et  $7$ )

Supposons maintenant que la bande passante du canal de transmission a une largeur de  $W=1\text{MHz}$ . Pour que le signal soit exploitable, il faut que les composantes  $f_0$ ,  $3f_0$  et  $5f_0$  puissent être transmises sans atténuation. La fréquence  $f_0$  possible est donc telle que :

$$W=5f_0 - f_0 = 4f_0 \quad (4)$$

Comme on transmet 2 bits par période  $T_0$ , on a donc  $T_b = T_0/2 = 1/D$ , le débit binaire possible sera alors de :

$$W=4/T_0=2D. \quad (5)$$

Avec un signal quelconque tel que celui de la figure 4b, le sens de la relation (5) resterait valable. Si on doublait la bande passante du canal, alors on doublerait aussi la capacité de transmission en termes de débit binaire.

On peut donc conclure ceci: en transmission numérique le support utilisé offre une capacité limitée mais on peut se contenter d'une approximation du signal à cause de cette limitation dès lors que le récepteur est capable de retrouver les niveaux d'origine. De plus, il y a une relation de cause à effet entre bande passante du support et débit binaire exploitable.

### 3.2 Atténuation et distorsion

Pour caractériser la transmission et l'optimiser il a d'abord fallu établir un modèle électrique des lignes métalliques. Pour les supports apparus ensuite (fibre optique notamment) il a fallu de même les caractériser en terme de comportement, c'est-à-dire identifier leurs défauts. Les paramètres primaires concernent l'atténuation et le bruit. Les paramètres secondaires portent sur la distorsion de délai et d'atténuation.

L'atténuation est le résultat de l'érosion du signal par la transmission. Elle dépend de la longueur du trajet et des caractéristiques physiques du support. Elle se mesure par une perte d'énergie et donc de puissance et s'exprime en décibel. Si les signaux émis et reçu ont une puissance respectivement  $P_e$  et  $P_r$  (Watts) alors l'atténuation est donnée en décibel par :

$$A \text{ (dB)} = 10 \cdot \log_{10} (P_r/P_e). \quad (6)$$

Le résultat (6) est un nombre négatif. Il est positif si on considère le rapport  $P_e/P_r$ .

On peut aussi caractériser l'atténuation en mesurant la puissance d'un signal à une fréquence donnée par rapport à la puissance  $P^*$  d'un signal de référence à une fréquence donnée (par ex.  $f^*=1000$  Hz pour une ligne téléphonique). On peut alors mesurer l'atténuation

$$A(f) = 10 \log_{10} \{P(f) / P(f^*)\} \quad (7)$$

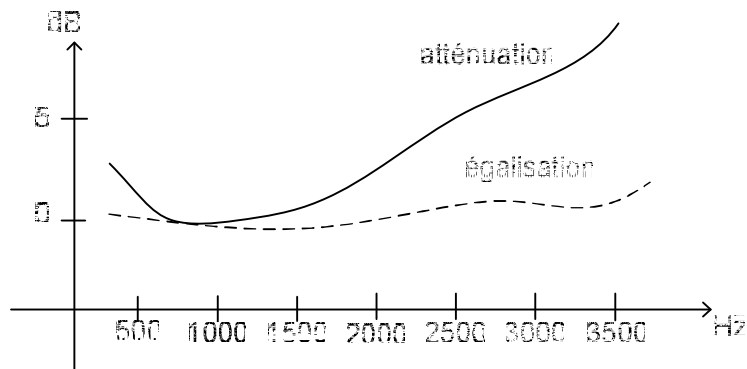
La figure 7 montre un exemple d'une courbe expérimentale. La distorsion d'atténuation existe dès lors que l'atténuation varie en fonction de la fréquence. Si on reprend l'exemple du signal carré et de sa représentation en fréquence (figure 5) on comprend qu'une telle distorsion va compromettre la capacité du récepteur à identifier correctement le niveau reçu car pour les composantes  $f_0$ ,  $3f_0$ ,  $5f_0$ , cela veut dire que les poids (amplitudes) ne seront plus respectivement de 1, 1/3 et 1/5. Il faudrait alors d'avantage de bande passante pour identifier correctement les niveaux reçus.

La correction possible consiste à introduire une opération d'égalisation. On compense l'atténuation variable en amplifiant le signal par intervalles de fréquences pour obtenir une atténuation résultante à peu près constante.

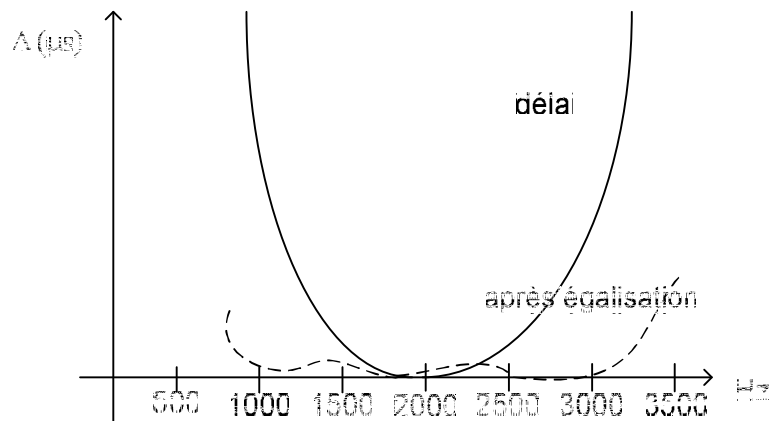
Une autre distorsion importante est la distorsion de délai. Le délai de propagation est celui qui sépare l'émission de la réception. Il dépend de la distance mais aussi des caractéristiques du support. Comme pour l'atténuation on peut constater que selon les fréquences, le délai peut varier (figure 8).

Dans une bande passante donnée, le délai peut être minimal au centre et augmenter à mesure qu'on s'écarte. Si nous reprenons notre exemple du signal carré, cela veut dire que les trois composantes  $f_0$ ,  $3f_0$  et  $5f_0$  vont subir des déphasages différents. La somme de ces trois composantes déphasées va correspondre à une somme de termes décalés dans le temps. Là encore, le résultat (dont les effets s'additionnent à ceux de l'atténuation) sera dégradé. Ce

phénomène est un des principaux défauts perceptibles à l'oreille dans le cas de la transmission de la voix.



**Figure 7.** Exemple de courbe d'atténuation pour une liaison spécialisée.



**Figure 8.** Exemple de distorsion de délai pour une ligne téléphonique

### 3.3 Le bruit

Dans le cas du signal électrique il existe 4 types de bruits qui peuvent combiner leurs effets : B1) bruit thermique ou bruit de fond ; B2) bruit de diaphonie ; B3) bruit d'intermodulation ; B4) le bruit impulsif

B1) est facile à modéliser sous forme de bruit blanc gaussien. Il dépend de la qualité du support et de la température ambiante soit:

$$N \text{ (watts)} = k \cdot T \cdot W \quad (8)$$

Avec : k : constante de Boltzman ( $1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K) ;

T : température en degré Kelvin (K)

W : bande passante (Hz).

On écrit aussi :  $N = N_0 \cdot W$  où le terme  $N_0$  représente la puissance de bruit par Hz (W/Hz).

B2) est dû à un défaut d'une paire de cuivre dans un câble. Une capacité parasite laisse passer un courant de fuite d'une paire vers les autres d'un même câble. Le résultat est bien

connu en téléphonie : un résidu de signal passe d'une ligne à une autre. Dans le sens contraire des amplificateurs (para-diaphonie) le défaut s'évanouit. Dans le sens de l'amplification, une conversation peut en parasiter une autre et servir de trame à un célèbre film noir <sup>1</sup>(1). La solution est de changer le câble défectueux.

B3) est dû à la mauvaise linéarité des circuits actifs utilisés dans les systèmes d'amplification, de modulation, de multiplexage notamment. Concrètement, quand le système est parfaitement linéaire alors on a :  $H(f_1+f_2) = H(f_1)+H(f_2)$  où  $f_1$  et  $f_2$  sont des fréquences et  $H$  une opération sur le signal (par ex. l'amplification). Quand la linéarité n'est pas parfaite alors il arrive que  $H(f_1+f_2) = H(f_1)+H(f_2) + \varepsilon(f_1+f_2)$  où  $\varepsilon(f_1+f_2)$  correspond à de l'énergie résiduelle et parasite à la fréquence  $f_3=f_1+f_2$ . Quand  $f_3$  se situe dans la bande passante du signal transmis alors ce terme est assimilable à du bruit. La solution réside dans des circuits de meilleure qualité.

B4) désigne une brusque variation de tension sur une ligne causée par un signal perturbateur aléatoire. Son intensité dépend du signal perturbateur. Les causes sont multiples: décharge électrostatique, orage, sonnerie... Un bruit impulsif est bref et d'intensité comparable au signal. Sa nature est aléatoire en termes de durée, d'intensité, d'occurrence. C'est la principale source d'erreur en transmission électrique.

Dans les domaines optiques et hertziens il existe des sources de bruits et des défauts spécifiques sur lesquels nous reviendront ultérieurement.

### 3.4 Du support réel au canal

Un support est caractérisé par un niveau de bruit  $N_0$  (W/Hz) et une atténuation par unité de longueur  $\alpha$  (dB/km). Ces paramètres caractéristiques sont de nature physique. Le système de transmission exploite le support sur une bande passante  $W$  (Hz) avec une puissance d'émission  $P_e$ , exprimée en watt ou en dBm ou en dBw si on compare à un signal de référence de 1mW ou de 1W:

$$P_e \text{ (dBm)} = 10 * \log_{10} \{P_e \text{ (mW)}/1 \text{ (mW)}\}$$

$$P_e \text{ (dBw)} = 10 * \log_{10} \{P_e \text{ (W)}/1 \text{ (W)}\}$$

Le canal est un modèle indépendant du type de support et caractérisé par le débit exploitable et le taux d'erreurs (tableau 1). Un canal réel est toujours bruité. Le bruit a des répercussions sur les erreurs commises (un niveau  $x_0$  ou  $x_1$  mesuré par erreur donc un bit pris pour un autre). On caractérise donc un canal réel par un taux d'erreurs TEB (taux d'erreur binaire) ou BER (*Bit Error Rate*). TEB est assimilable à une probabilité.

Nous avons déjà vu le lien entre bande passante et débit exploitable. La relation de Nyquist fixe une borne pour le débit symbole maximum  $R$ .

$$R_{\max} = 2W \tag{9}$$

Où :  $R$  est un débit symbole exprimé en Bauds (de monsieur Baudot, inventeur du code utilisé par le télex) ou encore en symboles /s et  $W$  est la largeur de la bande passante du support (Hz). Un symbole est un élément de signal (ou niveau). Au minimum on utilise deux symboles pour 0 et 1. Dans ce cas  $R$  est assimilable au débit binaire. Mais dans le cas des supports à bande étroite il peut être intéressant de coder plus de 2 bits par symbole. Dans ce cas le débit binaire est supérieur au débit symbole :

$$D = R * \log_2 v \tag{10}$$

<sup>1</sup> « Raccrochez c'est une erreur » d'Anatole Litvak (1948)