

CHAPITRE PREMIER

PHOTONS

§ 2: Quantification du champ électromagnétique libre

Si nous nous proposons de considérer le champ électromagnétique comme un être quantique, il est commode de partir d'une description classique dans laquelle le champ est caractérisé par un ensemble de variables infini mais discret. Une telle description permet d'appliquer directement l'appareil ordinaire de la mécanique quantique. Quant à la description du champ à l'aide de potentiels donnés en chaque point de l'espace, c'est en fait une description à l'aide d'un ensemble continu de variables.

Soit $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ le potentiel vecteur du champ électromagnétique libre satisfaisant à la « condition de transversalité »

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = 0. \quad (2,1)$$

Dans ce cas le potentiel scalaire $\Phi = 0$ et les champs \mathbf{E} et \mathbf{H} ont pour valeur

$$\mathbf{E} = -\dot{\mathbf{A}}, \quad \mathbf{H} = \operatorname{rot} \mathbf{A}. \quad (2,2)$$

Les équations de Maxwell se ramènent à l'équation d'onde pour \mathbf{A} :

$$\Delta \mathbf{A} - \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = 0. \quad (2,3)$$

Nous savons (v. II, § 52) qu'en électrodynamique classique le passage à la description à l'aide d'une série discrète de variables se fait en considérant le champ dans un certain volume V de l'espace, grand mais fini ¹⁾. Rappelons, sans entrer dans les détails du calcul, comment on effectue ce passage.

Le champ régnant dans un volume fini peut être décomposé en ondes planes progressives, si bien que son potentiel sera représenté par une série de la forme

$$\mathbf{A} = \sum_{\mathbf{k}} (\mathbf{a}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \mathbf{a}_{\mathbf{k}}^* e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}), \quad (2,4)$$

¹⁾ Pour ne pas encombrer les formules par des facteurs inutiles, nous poserons $V = 1$.

où les coefficients \mathbf{a}_k varient avec le temps suivant la loi

$$\mathbf{a}_k \sim e^{-i\omega t}, \quad \omega = |\mathbf{k}|. \quad (2,5)$$

En vertu de la condition (2,1), les vecteurs complexes \mathbf{a}_k sont orthogonaux aux vecteurs d'onde correspondants: $\mathbf{a}_k \mathbf{k} = 0$.

La sommation dans (2,4) est étendue à l'ensemble infini discret de valeurs du vecteur d'onde (de ses trois composantes k_x, k_y, k_z). Le passage à l'intégration sur une répartition continue peut se faire à l'aide de l'expression

$$\frac{d^3k}{(2\pi)^3}$$

donnant le nombre des valeurs possibles de \mathbf{k} dans un élément de volume de l'espace des \mathbf{k} : $d^3k = dk_x dk_y dk_z$.

La donnée des vecteurs \mathbf{a}_k détermine entièrement le champ dans le volume considéré. Ainsi, ces grandeurs peuvent être considérées comme un ensemble discret de « variables de champ » classiques. Pour mettre en évidence le procédé du passage à la théorie quantique, ces variables doivent encore être transformées de telle sorte que les équations du champ prennent une forme analogue à celle des équations canoniques de Hamilton de la mécanique classique. Les variables canoniques du champ s'expriment par

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_k &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} (\mathbf{a}_k + \mathbf{a}_k^*), \\ \mathbf{P}_k &= \frac{-i\omega}{\sqrt{4\pi}} (\mathbf{a}_k - \mathbf{a}_k^*) = \dot{\mathbf{Q}}_k \end{aligned} \quad (2,6)$$

(elles sont évidemment réelles). Le potentiel vecteur s'exprime par l'intermédiaire des variables canoniques sous la forme suivante:

$$\mathbf{A} = \sqrt{4\pi} \sum_{\mathbf{k}} \left(\mathbf{Q}_k \cos \mathbf{k}\mathbf{r} - \frac{1}{\omega} \mathbf{P}_k \sin \mathbf{k}\mathbf{r} \right). \quad (2,7)$$

Pour déterminer la fonction H de Hamilton il faut calculer l'énergie totale du champ

$$\frac{1}{8\pi} \int (\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2) d^3x,$$

en l'exprimant moyennant les grandeurs \mathbf{Q}_k et \mathbf{P}_k . Si l'on représente \mathbf{A} par le développement (2,7) et qu'on calcule \mathbf{E} et \mathbf{H} à partir de (2,2), on obtient après intégration

$$H = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} (\mathbf{P}_k^2 + \omega^2 \mathbf{Q}_k^2).$$

Chacun des vecteurs \mathbf{P}_k et \mathbf{Q}_k est perpendiculaire au vecteur d'onde \mathbf{k} , c'est-à-dire qu'il comporte deux composantes indépendan-

tes. L'orientation de ces vecteurs détermine la direction de polarisation de l'onde correspondante. En désignant les deux composantes des vecteurs \mathbf{Q}_k et \mathbf{P}_k (dans un plan perpendiculaire à \mathbf{k}) par $Q_{k\alpha}$, $P_{k\alpha}$ ($\alpha = 1, 2$), récrivons la fonction de Hamilton sous la forme

$$H = \sum_{k\alpha} \frac{1}{2} (P_{k\alpha}^2 + \omega^2 Q_{k\alpha}^2). \quad (2,8)$$

Ainsi, la fonction de Hamilton se décompose en une somme de termes indépendants dont chacun ne contient qu'une paire de quantités $Q_{k\alpha}$, $P_{k\alpha}$. Chacun de ces termes correspond à une onde progressive de vecteur d'onde et de polarisation déterminés et se présente sous forme de la fonction de Hamilton d'un oscillateur harmonique unidimensionnel. C'est pour cette raison que le développement ainsi obtenu est appelé développement du champ *en oscillateurs*.

Passons maintenant à la quantification du champ électromagnétique libre. Le procédé de description classique exposé plus haut rend évidente la voie à suivre pour passer à la théorie quantique. Nous devons considérer ici les variables canoniques — les coordonnées généralisées $Q_{k\alpha}$ et les impulsions généralisées $P_{k\alpha}$ — comme des opérateurs vérifiant la relation de commutation

$$\hat{P}_{k\alpha} \hat{Q}_{k\alpha} - \hat{Q}_{k\alpha} \hat{P}_{k\alpha} = -i \quad (2,9)$$

(quant aux opérateurs de $k\alpha$ différents, ils commutent tous l'un avec l'autre). De même que les variables canoniques, le potentiel A et, en vertu de (2,2), les intensités des champs \mathbf{E} et \mathbf{H} deviennent opérateurs (hermitiques).

La détermination logiquement conséquente de l'hamiltonien du champ exige que l'on calcule l'intégrale

$$\hat{H} = \frac{1}{8\pi} \int (\hat{\mathbf{E}}^2 + \hat{\mathbf{H}}^2) d^3x \quad (2,10)$$

dans laquelle les opérateurs $\hat{\mathbf{E}}$ et $\hat{\mathbf{H}}$ sont exprimés moyennant les opérateurs $\hat{P}_{k\alpha}$, $\hat{Q}_{k\alpha}$. Pourtant la non-commutativité de ces derniers ne se manifeste en fait pas, parce que les produits $Q_{k\alpha} P_{k\alpha}$ apparaissent avec le facteur $\cos kx \sin kx$ qui s'annule lorsque l'intégration s'effectue sur tout le volume. Aussi, obtient-on finalement pour l'hamiltonien l'expression

$$\hat{H} = \sum_{k\alpha} \frac{1}{2} (\hat{P}_{k\alpha}^2 + \omega^2 \hat{Q}_{k\alpha}^2), \quad (2,11)$$

qui correspond exactement à la fonction de Hamilton classique comme on pouvait s'y attendre.

La détermination des valeurs propres de cet hamiltonien n'exige pas que l'on fasse des calculs spéciaux, parce qu'elle se ramène au

problème connu concernant les niveaux d'énergie des oscillateurs linéaires (voir III, § 23). Nous pouvons donc écrire immédiatement pour les niveaux énergétiques du champ

$$E = \sum_{\mathbf{k}\alpha} \left(N_{\mathbf{k}\alpha} + \frac{1}{2} \right) \omega, \quad (2,12)$$

où $N_{\mathbf{k}\alpha}$ sont des entiers.

Nous reviendrons sur cette formule au paragraphe suivant et maintenant nous allons écrire les éléments de matrice des quantités $Q_{\mathbf{k}\alpha}$, ce qui peut se faire directement à l'aide des formules connues donnant les éléments de matrice des coordonnées de l'oscillateur (voir III, § 23). Les éléments de matrice non nuls sont égaux à

$$\langle N_{\mathbf{k}\alpha} | Q_{\mathbf{k}\alpha} | N_{\mathbf{k}\alpha} - 1 \rangle = \langle N_{\mathbf{k}\alpha} - 1 | Q_{\mathbf{k}\alpha} | N_{\mathbf{k}\alpha} \rangle = \sqrt{\frac{N_{\mathbf{k}\alpha}}{2\omega}}. \quad (2,13)$$

Les éléments de matrice des quantités $P_{\mathbf{k}\alpha} = \dot{Q}_{\mathbf{k}\alpha}$ ne diffèrent des éléments de matrice de $Q_{\mathbf{k}\alpha}$ que par le facteur $\pm i\omega$.

Toutefois, pour les calculs ultérieurs il sera plus commode d'utiliser, au lieu des quantités $Q_{\mathbf{k}\alpha}$ et $P_{\mathbf{k}\alpha}$, leurs combinaisons linéaires $\omega Q_{\mathbf{k}\alpha} \pm iP_{\mathbf{k}\alpha}$ qui n'ont des éléments de matrice que pour les transitions $N_{\mathbf{k}\alpha} \rightarrow N_{\mathbf{k}\alpha} \pm 1$. Nous introduisons donc les opérateurs

$$\hat{c}_{\mathbf{k}\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2\omega}} (\omega \hat{Q}_{\mathbf{k}\alpha} + i \hat{P}_{\mathbf{k}\alpha}), \quad \hat{c}_{\mathbf{k}\alpha}^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{2\omega}} (\omega \hat{Q}_{\mathbf{k}\alpha} - i \hat{P}_{\mathbf{k}\alpha}) \quad (2,14)$$

(les quantités classiques $c_{\mathbf{k}\alpha}$, $c_{\mathbf{k}\alpha}^*$ coïncident, au facteur $\sqrt{2\pi/\omega}$ près, avec les coefficients $a_{\mathbf{k}\alpha}$ et $a_{\mathbf{k}\alpha}^*$ qui apparaissent dans le développement (2,4)). Les éléments de matrice de ces opérateurs sont égaux à

$$\langle N_{\mathbf{k}\alpha} - 1 | c_{\mathbf{k}\alpha} | N_{\mathbf{k}\alpha} \rangle = \langle N_{\mathbf{k}\alpha} | c_{\mathbf{k}\alpha}^{\dagger} | N_{\mathbf{k}\alpha} - 1 \rangle = \sqrt{N_{\mathbf{k}\alpha}}. \quad (2,15)$$

La relation de commutation entre $\hat{c}_{\mathbf{k}\alpha}$ et $\hat{c}_{\mathbf{k}\alpha}^{\dagger}$ s'obtient à l'aide de la relation de définition (2,14) et de la relation de commutation (2,9):

$$\hat{c}_{\mathbf{k}\alpha} \hat{c}_{\mathbf{k}\alpha}^{\dagger} - \hat{c}_{\mathbf{k}\alpha}^{\dagger} \hat{c}_{\mathbf{k}\alpha} = 1. \quad (2,16)$$

Pour déterminer le potentiel vecteur, nous revenons au développement de la forme (2,4) dont les coefficients sont maintenant des opérateurs. Écrivons-le sous la forme

$$\hat{A} = \sum_{\mathbf{k}\alpha} (\hat{c}_{\mathbf{k}\alpha} \mathbf{A}_{\mathbf{k}\alpha} + \hat{c}_{\mathbf{k}\alpha}^{\dagger} \mathbf{A}_{\mathbf{k}\alpha}^*), \quad (2,17)$$

où

$$\mathbf{A}_{\mathbf{k}\alpha} = \sqrt{4\pi} \frac{e^{(\alpha)}}{\sqrt{2\omega}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}. \quad (2,18)$$

Nous avons introduit la désignation $e^{(\alpha)}$ pour les vecteurs unitaires qui indiquent la direction de polarisation des oscillateurs; les vecteurs $e^{(\alpha)}$ sont perpendiculaires au vecteur d'onde \mathbf{k} et chacun des \mathbf{k} possède deux polarisations indépendantes.

D'une manière analogue, écrivons pour les opérateurs $\hat{\mathbf{E}}$ et $\hat{\mathbf{H}}$

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{E}} &= \sum_{\mathbf{k}\alpha} (\hat{c}_{\mathbf{k}\alpha} \mathbf{E}_{\mathbf{k}\alpha} + \hat{c}_{\mathbf{k}\alpha}^* \mathbf{E}_{\mathbf{k}\alpha}^*), \\ \hat{\mathbf{H}} &= \sum_{\mathbf{k}\alpha} (\hat{c}_{\mathbf{k}\alpha} \mathbf{H}_{\mathbf{k}\alpha} + \hat{c}_{\mathbf{k}\alpha}^* \mathbf{H}_{\mathbf{k}\alpha}^*)\end{aligned}\quad (2,19)$$

avec

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}\alpha} = i\omega \mathbf{A}_{\mathbf{k}\alpha}, \quad \mathbf{H}_{\mathbf{k}\alpha} = [\mathbf{n} \mathbf{E}_{\mathbf{k}\alpha}] \quad (\mathbf{n} = \mathbf{k}/\omega). \quad (2,20)$$

Les vecteurs $\mathbf{A}_{\mathbf{k}\alpha}$ sont orthogonaux entre eux en ce sens que

$$\int \mathbf{A}_{\mathbf{k}\alpha} \mathbf{A}_{\mathbf{k}'\alpha'}^* d^3x = \frac{2\pi}{\omega} \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}. \quad (2,21)$$

En effet, si $\mathbf{A}_{\mathbf{k}\alpha}^*$ et $\mathbf{A}_{\mathbf{k}'\alpha'}^*$ diffèrent par les vecteurs d'onde, leur produit contient le facteur $e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot \mathbf{r}}$ qui s'annule par l'intégration sur le volume; s'ils ne diffèrent que par les polarisations, $e^{(\alpha)} e^{(\alpha')*} = 0$, car deux directions de polarisation indépendantes sont perpendiculaires entre elles. Des relations analogues sont également valables pour les vecteurs $\mathbf{E}_{\mathbf{k}\alpha}$ et $\mathbf{H}_{\mathbf{k}\alpha}$. Leur condition de normalisation peut s'écrire commodément sous la forme

$$\frac{1}{4\pi} \int (\mathbf{E}_{\mathbf{k}\alpha} \mathbf{E}_{\mathbf{k}'\alpha'}^* + \mathbf{H}_{\mathbf{k}\alpha} \mathbf{H}_{\mathbf{k}'\alpha'}^*) d^3x = \omega \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \delta_{\alpha\alpha'}. \quad (2,22)$$

En reportant les opérateurs (2,19) dans (2,10) et en intégrant à l'aide de (2,22), on obtient l'hamiltonien du champ exprimé moyennant les opérateurs \hat{c} , \hat{c}^* :

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}\alpha} \frac{1}{2} \omega (\hat{c}_{\mathbf{k}\alpha} \hat{c}_{\mathbf{k}\alpha}^* + \hat{c}_{\mathbf{k}\alpha}^* \hat{c}_{\mathbf{k}\alpha}). \quad (2,23)$$

Dans la représentation considérée (les éléments de matrice des opérateurs \hat{c} , \hat{c}^* étant définis par (2,15)), cet opérateur est diagonal et ses valeurs propres coïncident évidemment avec celles de (2,12).

En théorie classique, l'impulsion de champ est définie par l'intégrale

$$\mathbf{P} = \frac{1}{4\pi} \int [\mathbf{E}\mathbf{H}] d^3x.$$

Pour passer à la théorie quantique, nous remplaçons \mathbf{E} et \mathbf{H} par les opérateurs (2,19) et trouvons sans peine que

$$\hat{\mathbf{P}} = \sum_{\mathbf{k}\alpha} \frac{1}{2} (P_{\mathbf{k}\alpha}^2 + \hat{Q}_{\mathbf{k}\alpha}^2) \mathbf{n} \quad (2,24)$$

conformément à la relation classique bien connue entre l'énergie et l'impulsion des ondes planes. Les valeurs propres de cet opérateur sont égales à

$$P = \sum_{\mathbf{k}\alpha} \mathbf{k} \left(N_{\mathbf{k}\alpha} + \frac{1}{2} \right). \quad (2,25)$$

La représentation des opérateurs à l'aide des éléments de matrice (2,15) est une « représentation des nombres d'occupation »; elle répond à la description de l'état du système (du champ) par la donnée des nombres quantiques $N_{\mathbf{k}\alpha}$ (*nombres d'occupation*). Dans cette représentation, les opérateurs de champ (2,19) (et, avec eux, l'hamiltonien (2,11)) agissent sur la fonction d'onde du système exprimée en fonction des nombres $N_{\mathbf{k}\alpha}$; nous la désignerons par $\Phi(N_{\mathbf{k}\alpha}, t)$. Les opérateurs de champ (2,19) ne dépendent pas explicitement du temps. Cela correspond à la représentation de Schrödinger des opérateurs utilisée communément en mécanique quantique non relativiste. C'est l'état du système $\Phi(N_{\mathbf{k}\alpha}, t)$ qui varie avec le temps et cette variation est déterminée par l'équation de Schrödinger

$$i \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \hat{H} \Phi.$$

Une telle description du champ est en fait une description invariante au sens relativiste puisqu'elle est basée sur les équations invariantes de Maxwell. Mais cette invariance n'est pas exprimée de façon explicite, ce qui tient avant tout au fait que les coordonnées spatiales et le temps interviennent dans la description de façon tout à fait asymétrique.

En théorie relativiste il y a intérêt à donner à la description une forme plus invariante. A cet effet, il convient d'utiliser la représentation dite de Heisenberg dans laquelle la dépendance temporelle explicite est reportée aux opérateurs eux-mêmes (v. III, § 13). Alors, le temps et les coordonnées apparaîtront dans les expressions des opérateurs du champ sur un pied d'égalité et l'état du système Φ sera uniquement fonction des nombres d'occupation.

Pour l'opérateur \hat{A} , le passage à la représentation de Heisenberg se ramène au remplacement du facteur $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ par le facteur $e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$ dans chacun des termes de la somme (2,17), (2,18), ce qui signifie que par $A_{\mathbf{k}\alpha}$ on doit entendre des fonctions du temps suivantes:

$$A_{\mathbf{k}\alpha} = \sqrt{4\pi} \frac{e^{(\alpha)}}{\sqrt{2\omega}} e^{-i(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r})}. \quad (2,26)$$

On peut s'en assurer facilement en constatant que l'élément de matrice de l'opérateur de Heisenberg pour la transition $i \rightarrow f$ doit contenir le facteur $\exp\{-i(E_i - E_f)t\}$, où E_i et E_f sont les énergies des états initial et final (v. III, § 13). Pour une transition dans la-

quelle le nombre $N_{\mathbf{k}}$ diminue ou augmente de 1, ce facteur se réduit respectivement à $e^{-i\omega t}$ ou $e^{i\omega t}$. Cette exigence sera satisfaite par le remplacement indiqué.

Dans la suite de cet ouvrage (tant dans l'étude du champ électromagnétique que dans celle des champs de particules) nous supposons toujours que les opérateurs sont donnés dans la représentation de Heisenberg.

§ 3. Photons

Passons maintenant à la discussion des formules de quantification du champ obtenues au paragraphe précédent.

Signalons tout d'abord que la formule (2,12) exprimant l'énergie du champ fait naître une difficulté. Au niveau énergétique le plus bas du champ correspond la nullité des nombres quantiques $N_{\mathbf{k}\alpha}$ de tous les oscillateurs (cet état est dit *vide du champ électromagnétique*). Mais même en cet état, chaque oscillateur possède une « énergie de point zéro » non nulle, égale à $\omega/2$. La sommation étendue à tout le nombre infini des oscillateurs donne un résultat infini. On est ainsi en présence d'une des « divergences » auxquelles conduit le manque de cohérence logique de la théorie existante.

Tant qu'il ne s'agit que des valeurs propres de l'énergie du champ, nous pouvons contourner cette difficulté en biffant simplement l'énergie des oscillations de point zéro, c'est-à-dire en écrivant pour l'énergie et l'impulsion du champ ¹⁾

$$E = \sum_{\mathbf{k}\alpha} N_{\mathbf{k}\alpha} \omega, \quad \mathbf{P} = \sum_{\mathbf{k}\alpha} N_{\mathbf{k}\alpha} \mathbf{k}. \quad (3,1)$$

Ces formules permettent d'introduire la notion de *quanta lumineux* ou de *photons* ²⁾ qui est fondamentale pour toute l'électrodynamique quantique. En se servant de cette notion on peut considérer le champ électromagnétique libre comme un ensemble de particules dont chacune possède une énergie ω ($= \hbar\omega$) et une impulsion \mathbf{k} ($= \mathbf{n}\hbar\omega/c$). La relation entre l'énergie et l'impulsion du photon est telle que celle que doivent posséder en mécanique relativiste les particules dont la masse au repos est nulle et la vitesse de mouvement est celle de la lumière. Les nombres $N_{\mathbf{k}\alpha}$ d'occupation prennent le

¹⁾ De façon formelle, cette suppression peut être correcte si l'on convient de considérer les produits des opérateurs intervenant dans (2,10) comme « normaux », c'est-à-dire tels que les opérateurs c^+ s'y situent toujours à gauche des opérateurs \hat{c} . Dans ce cas la formule (2,23) devient

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}\alpha} (\omega c_{\mathbf{k}\alpha}^+ \hat{c}_{\mathbf{k}\alpha}).$$

²⁾ La notion de photon a été introduite pour la première fois par *A. Einstein* (1905).

sens des nombres de photons ayant des impulsions \mathbf{k} données et des polarisations $e^{(\alpha)}$ données. La propriété de polarisation du photon est analogue à la notion de spin pour les autres particules (les propriétés spécifiques du photon sous ce rapport seront examinées plus loin, au § 6).

Il est facile de voir que tout le formalisme mathématique développé au cours du paragraphe précédent est en parfait accord avec le concept de champ électromagnétique considéré comme un ensemble de photons; cela n'est rien d'autre que l'appareil dit de seconde quantification appliqué au système de photons ¹⁾. Dans la méthode de seconde quantification (voir III, § 64) le rôle des variables indépendantes est joué par les nombres d'occupation des états et les opérateurs agissent sur les fonctions de ces nombres. Ce sont les opérateurs d'annihilation et de création de particules qui jouent un rôle fondamental: le premier diminue et le second augmente d'une unité les nombres d'occupation. Tels sont précisément les opérateurs $\hat{c}_{\mathbf{k}\alpha}$, $\hat{c}_{\mathbf{k}\alpha}^+$: l'opérateur $\hat{c}_{\mathbf{k}\alpha}$ annihile un photon dans l'état $\mathbf{k}\alpha$, et l'opérateur $\hat{c}_{\mathbf{k}\alpha}^+$ crée un photon dans cet état.

La règle de commutation (2,16) correspond au cas des particules obéissant à la statistique de Bose. Ainsi, les photons sont des bosons, comme il fallait s'y attendre: en tout état, le nombre admissible de photons doit être arbitraire (nous reviendrons plus loin, au § 5, sur le rôle de cette circonstance).

Les ondes planes $A_{\mathbf{k}\alpha}$ (2,26) intervenant dans l'opérateur \hat{A} (2,17) comme coefficients devant les opérateurs d'annihilation de photons peuvent être interprétées comme les fonctions d'onde des photons possédant des impulsions \mathbf{k} et des polarisations $e^{(\alpha)}$ déterminées. Une telle interprétation correspond au développement de l'opérateur ψ en fonctions d'onde des états stationnaires de la particule dans l'appareil non relativiste de seconde quantification (toutefois, à l'inverse du précédent, le développement (2,17) fait intervenir aussi bien les opérateurs d'annihilation que les opérateurs de création de particules; le sens de cette différence sera élucidé plus loin, au § 12).

La fonction d'onde (2,26) est normalisée par la condition

$$\int \frac{1}{4\pi} (|\mathbf{E}_{\mathbf{k}\alpha}|^2 + |\mathbf{H}_{\mathbf{k}\alpha}|^2) d^3x = \omega. \quad (3,2)$$

C'est une normalisation « à un photon dans un volume $V = 1$ ». En effet, l'intégrale au premier membre de cette égalité traduit la valeur moyenne de l'énergie du photon dans l'état caractérisé par une fonc-

¹⁾ La méthode de seconde quantification dans la théorie du rayonnement a été développée par *P.A.M. Dirac* (1927).