

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Généralités</b>	<b>7</b>
1.1	Formes différentielles de degré 1 . . . . .	7
1.2	Formes différentielles de degré 2 . . . . .	8
1.3	Formes différentielles de degré $k$ . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Produit extérieur</b>	<b>13</b>
2.1	Définition et propriétés . . . . .	13
2.2	Exemples . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Différentielle extérieure</b>	<b>17</b>
3.1	Définition et propriétés . . . . .	17
3.2	Exemples d'opérateurs classiques . . . . .	21
<b>4</b>	<b>Formes fermées, formes exactes</b>	<b>27</b>
4.1	Formes différentielles fermées et formes différentielles exactes . . . . .	27
4.2	Lemme ou théorème de Poincaré . . . . .	30
4.3	Facteur intégrant, équation exacte et groupe de cohomologie . . . . .	35
<b>5</b>	<b>Intégration des formes différentielles</b>	<b>41</b>
5.1	Intégration sur un simplexe ou sur un chemin . . . . .	41
5.2	Intégration sur une chaîne . . . . .	46
<b>6</b>	<b>Transposée des formes différentielles</b>	<b>51</b>
6.1	Définition et exemple . . . . .	51
6.2	Propriétés . . . . .	52
<b>7</b>	<b>Bord d'un simplexe et d'une chaîne</b>	<b>59</b>
7.1	Bord d'un simplexe . . . . .	59
7.2	Bord d'une chaîne . . . . .	61
7.3	Groupes d'homologie . . . . .	61

<b>8</b>	<b>Théorème de Stokes-Cartan</b>	<b>63</b>
8.1	Formule de Stokes-Cartan . . . . .	63
8.2	Cas particuliers . . . . .	67
8.2.1	Formule de Green-Riemann . . . . .	67
8.2.2	Formule de Stokes-Ampère . . . . .	67
8.2.3	Formule de Gauss-Ostrogradski . . . . .	68
<b>9</b>	<b>Intégration des fonctions holomorphes</b>	<b>69</b>
9.1	Fonctions holomorphes . . . . .	69
9.2	Intégration des fonctions holomorphes . . . . .	75
<b>10</b>	<b>Formes symplectiques</b>	<b>93</b>
10.1	Espaces vectoriels symplectiques . . . . .	93
10.2	Formes symplectiques sur une variété différentiable . . . . .	95
<b>11</b>	<b>Calcul variationnel</b>	<b>105</b>
11.1	Equation d'Euler-Lagrange et équations canoniques de Hamilton	105
11.2	Equation d'Hamilton-Jacobi . . . . .	114
<b>12</b>	<b>Formes différentielles sur les surfaces de Riemann</b>	<b>123</b>
12.1	Différentielles abéliennes et relations bilinéaires de Riemann . .	124
12.2	Le théorème de Riemann-Roch et la formule de Riemann-Hurwitz	141
12.3	Le théorème d'Abel et le problème d'inversion de Jacobi . . . .	142
<b>13</b>	<b>Exercices</b>	<b>145</b>
13.1	Exercices résolus . . . . .	145
13.2	Exercices proposés . . . . .	198
<b>14</b>	<b>Appendice 1 (intégrales multiples)</b>	<b>209</b>
14.1	Théorème de Fubini . . . . .	209
14.2	Changement de variables . . . . .	218
<b>15</b>	<b>Appendice 2 (variétés différentiables)</b>	<b>223</b>
15.1	Définitions et propriétés . . . . .	223
15.2	Sous-variétés . . . . .	233
<b>16</b>	<b>Appendice 3 (démonstration de quelques théorèmes)</b>	<b>237</b>
16.1	Théorèmes de Riemann-Roch et de Riemann-Hurwitz . . . . .	237
16.2	Théorèmes d'Abel et de Jacobi . . . . .	246
	<b>Bibliographie</b>	<b>259</b>
	<b>Index</b>	<b>261</b>