Chapitre 1

Révisions

1 Rappels

1.1 Quotients

Un quotient $\frac{n}{d}$ comporte un numérateur n et un dénominateur d.
Il n'est défini que si son dénominateur d est différent de 0.

Somme. Dans le cas d'un même dénominateur : $\boxed{\frac{a}{d}+\frac{b}{d}=\frac{a+b}{d}.}$

Sinon réduire les quotients au même dénominateur : $\boxed{\frac{a}{c}+\frac{b}{d}=\frac{ad}{cd}+\frac{bc}{cd}=\frac{ad+cb}{cd}.}$

Produit. Produit des numérateurs / produit des dénominateurs : $\boxed{\frac{a}{c}\times\frac{b}{d}=\frac{ab}{cd}.}$

Inverse. Si $a\neq 0$, $a\times\frac{1}{a}=1$; $\boxed{\text{l'inverse de } a\neq 0 \text{ est } \frac{1}{a}.}$

Si $a\neq 0$ et si $b\neq 0$, $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1$; $\boxed{\text{l'inverse de } \frac{a}{b}\text{, avec } a\neq 0 \text{ et } b\neq 0\text{, est } \frac{b}{a}.}$

Quotient. Diviser A par B, c'est multiplier A par l'inverse de B : $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}=\mathrm{A}\times\frac{1}{\mathrm{B}}$.

Si $b\neq 0, c\neq 0, d\neq 0$, $\boxed{\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}.}$

Si $b\neq 0, c\neq 0$, $\boxed{\frac{a}{b}:c=\frac{a}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}.}$ Si $b\neq 0, c\neq 0$, $\boxed{a:\frac{b}{c}=\frac{a}{1}\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}.}$

Quotient égal à 0. Un quotient défini est nul si son numérateur est nul.

$$\boxed{\frac{n}{d}=0\Leftrightarrow d\neq 0 \text{ et } n=0.}$$

La seule règle de simplification des quotients : $\boxed{\frac{ac}{bc}=\frac{a}{b}}$, $b\neq 0, c\neq 0$.

1.2 Puissances

Définitions. $\forall n \in \mathbb{N}^*$, a^n est le produit de n facteurs égaux à a : $\boxed{a^n = a.a....a.}$
a est la base de la puissance et n l'exposant.
Cas particuliers : $\boxed{a = a^1}$ et par convention : $\boxed{a^0 = 1}$.

Pour tout n de $\mathbb{Z}$, et tout $a \neq 0$, a^{-n} est l'inverse de a^n : $\boxed{a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}.}$

Cas particuliers : a^{-1} est l'inverse de a : $\boxed{a^{-1} = \dfrac{1}{a}.}$

Produits. Pour n et p dans $\mathbb{Z}$, et $a \neq 0$ si $n < 0$ ou $p < 0$, $\boxed{a^n.a^p = a^{n+p}.}$

Pour n dans $\mathbb{Z}$, et $ab \neq 0$ si $n < 0$, $\boxed{(ab)^n = a^n b^n.}$

Quotients. Pour n et p dans $\mathbb{Z}$, et $a \neq 0$, $\boxed{\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}.}$

Pour n dans $\mathbb{Z}$, $b \neq 0$, et $a \neq 0$ si $n < 0$, $\boxed{\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}.}$

1.3 Propriétés des inégalités dans $\mathbb{R}$

Si $\quad a < b \quad$ et $\quad c < d \quad$ alors $\quad a + c < b + d.$
On peut additionner membre à membre deux inégalités de même sens.

On ne peut pas soustraire membre à membre deux inégalités !

Pour tout réel c, $\quad a < b \quad \Leftrightarrow \quad a + c < b + c.$
On peut additionner un même nombre aux deux membres d'une inégalité.

Pour tout $c \in \mathbb{R}_+^*$ $\quad a < b \quad \Leftrightarrow \quad ac < bc.$
En multipliant les deux membres d'une inégalité par un même nombre réel **strictement positif**, on obtient une inégalité de **même sens**, équivalente.

Pour tout $c \in \mathbb{R}_-^*$ $\quad a < b \quad \Leftrightarrow \quad ac > bc.$
En multipliant les deux membres d'une inégalité par un même nombre réel **strictement négatif**, on obtient une inégalité de **sens contraire**, équivalente.

Si $\quad 0 \leqslant a \leqslant b \quad$ et $\quad 0 \leqslant c \leqslant d \quad$ alors $\quad 0 \leqslant ac \leqslant bd.$
On peut multiplier membre à membre 2 inégalités entre **réels positifs**.

On ne peut pas diviser membre à membre deux inégalités !

Pour comparer deux réels a et b, on étudiera souvent le signe de leur différence : chercher un signe est souvent plus facile que travailler sur des inégalités.

$$\boxed{a \leqslant b \quad \Leftrightarrow \quad b - a \in \mathbb{R}_+.}$$

1.4 Inégalités, carrés et inverses

Si $0 \leqslant a < b$ alors $0 \leqslant a^2 < b^2$.
La fonction f telle que $f(x) = x^2$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+$.

Si $a < b \leqslant 0$ alors $0 \leqslant b^2 < a^2$.
La fonction f telle que $f(x) = x^2$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}_-$.

$0 < a < b \Leftrightarrow 0 < \dfrac{1}{b} < \dfrac{1}{a}$.
La fonction f telle que $f(x) = 1/x$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}_+^*$.

$0 < a < b \Leftrightarrow 0 < \dfrac{1}{b} < \dfrac{1}{a}$.
La fonction f telle que $f(x) = 1/x$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}_+^*$.

Attention : $a^2 < b^2$ n'équivaut pas à $a < b$: $(-3)^2 > 2^2$ mais $-3 < 2$.
$a < b$ n'équivaut pas à $\dfrac{1}{b} < \dfrac{1}{a}$: $-3 < 2$ et $\dfrac{1}{-3} < \dfrac{1}{2}$.

Si $0 < x < 1$ alors $0 < ...x^4 < x^3 < x^2 < x < 1$.
Si $x > 1$ alors $1 < x < x^2 < x^3 < x^4 < ....$
Attention : x^2 n'est pas toujours supérieur à x : $\dfrac{1}{2} > \left(\dfrac{1}{2}\right)^2$.

1.5 Valeur absolue

Définition : $|a| = a$ si $a \geqslant 0$ $\quad |a| = -a$ si $a \leqslant 0$.
$|a|$ est toujours un réel positif ou nul.

$|a|$ est la distance de a à 0. $\quad |a-b|$ est la distance de a à b.

Propriétés : $|a| = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a = 0$.
$|a| = |b| \quad \Leftrightarrow \quad a = b$ ou $a = -b$.

Pour tous réels a et b : $|ab| = |a||b|$ et si $b \neq 0$ $\left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|}$.
Pour tous reéls a et b : $||a| - |b|| \leqslant |a+b| \leqslant |a| + |b|$.

Pour tous réels x et a et tout $r > 0$: $|x| < r \quad \Leftrightarrow \quad -r < x < r$.

$$\boxed{|x-a| < r \quad \Leftrightarrow \quad -r < x-a < r \quad \Leftrightarrow \quad a-r < x < a+r.}$$

1.6 Racines carrées

Pour tout **a positif** , $\sqrt{a}$ est le réel **positif** dont le carré est a : $(\sqrt{a})^2 = a$.
Pour tous a et b positifs ou nuls : $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$; $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, b \neq 0$.
Attention : Pour tout réel a, $\boxed{\sqrt{a^2} = |a|.}$
Attention : il n'y a pas de règle sur la racine d'une somme !

1.7 Partie entière

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists n \in \mathbb{N} \quad | \quad n \leqslant x < n+1.}$$

Tout réel est compris entre deux entiers consécutifs n et $n+1$.
L'entier unique n est la partie entière de x et est noté Ent(x) ou $\lfloor x \rfloor$.

Pour tout réel x et tout entier p : $\mathrm{Ent}(x+p)=\mathrm{Ent}(x)+p$.
Pour tout réel x : $\boxed{\mathrm{E}nt(x) \leqslant x < \mathrm{E}nt(x)+1.}$
Pour tout réel x : $\boxed{x-1 < \mathrm{E}nt(x) \leqslant x.}$

1.8 La fonction trinôme du second degré

Fonction trinôme du second degré : $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.
Le **discriminant** de ce trinôme est le réel $\Delta = b^2 - 4ac$.

Equation du second degré

Si $\Delta > 0$, l'équation $f(x) = 0$ a 2 racines : $x' = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x' = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.
Si $\Delta = 0$, l'équation $f(x) = 0$ a 1 racine : $x' = \dfrac{-b}{2a}$.
Si $\Delta < 0$, l'équation $f(x) = 0$ n'a pas de racines.

Factorisation du trinôme

Si $\Delta > 0$, le trinôme peut être factorisé : $f(x) = a(x-x')(x-x'')$.
Si $\Delta = 0$, le trinôme peut être factorisé : $f(x) = a(x-x')^2$.
Si $\Delta < 0$, le trinôme ne peut pas être factorisé.

Signe du trinôme

Si $\Delta > 0$ le trinôme est du signe de $-a$ pour tout x compris entre les racines et du signe de a ailleurs.
Si $\Delta = 0$ le trinôme est du signe de a pour tout x ; il s'annule pour $x = x'$.
Si $\Delta < 0$ le trinôme est du signe de a pour tout x.

1.9 Signe d'un produit ; d'une somme

Le produit de deux réels de même signe est un réel positif.
Le produit de deux réels de signes contraires est un réel négatif.

La somme de deux réels positifs est un réel positif.
La somme de deux réels négatifs est un réel négatif.

Mais : Pas de règle pour la somme de deux réels de signes différents !

1.10 Fonction logarithme népérien

Définition : ln est la primitive sur $]0;+\infty[$ de la fonction $x \to 1/x$, qui s'annule pour $x = 1$. Autrement dit : ln est définie sur $\mathbb{R}_+^*$, $\ln 1 = 0$ et $\boxed{\ln'(x) = \frac{1}{x}.}$

Propriétés : ln est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+^*$: $\boxed{a < b \Leftrightarrow \ln a < \ln b.}$

$\boxed{\lim_{x\to 0} \ln x = -\infty}$ $\boxed{\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty}$ $\boxed{\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0}$ $\boxed{\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0 (n \in \mathbb{N}^*).}$

ln est une **bijection** de $]0;+\infty[$ sur $]-\infty;+\infty[$: sur $\mathbb{R}_+^*$, $\boxed{a = b \Leftrightarrow \ln a = \ln b.}$

Propriétés algébriques : pour tous $a > 0$, $b > 0$ et $n \in \mathbb{Z}$: $\boxed{\ln ab = \ln a + \ln b}$

$\boxed{\ln \frac{1}{a} = -\ln a}$ $\boxed{\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b}$ $\boxed{\ln \sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a}$ $\boxed{\ln a^n = n \ln a.}$

Dérivée de $\ln_o u$: Sur tout intervalle où u est strictement positive et dérivable : la fonction f telle que $f(x) = \ln[u(x)]$ est dérivable et $\boxed{f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}.}$

1.11 Fonction exponentielle de base e

Définition : La fonction exp est la réciproque de la fonction ln ; elle est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, avec $\exp'(x) = \exp(x)$. On note $\exp(x) = e^x$.

Propriétés : $\boxed{\forall x \in \mathbb{R}, \ln e^x = x}$ $\boxed{\forall x \in \mathbb{R}_+^*, e^{\ln x} = x.}$

Elle est strictement croissante. Pour tous a et b, $\boxed{a < b \Leftrightarrow e^a < e^b.}$

$\boxed{\lim_{x\to-\infty} e^x = 0}$ $\boxed{\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty}$ $\boxed{\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty}$

$\boxed{\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0}$ $\boxed{\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty (n \in \mathbb{N}^*).}$ $\boxed{\lim_{x\to+\infty} x^n e^{-x} = 0 (n \in \mathbb{N}^*).}$

exp est une **bijection** de $]-\infty;+\infty[$ sur $]0;+\infty[$. On a : $\boxed{a = b \Leftrightarrow e^a = e^b.}$

Propriétés algébriques. Pour tous réels a et b :

$\boxed{e^a.e^b = e^{a+b}}$ $\boxed{e^{-a} = \frac{1}{e^a}}$ $\boxed{\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}}$ $\boxed{(e^a)^b = e^{ab}}.$

Dérivée de $\exp_o u$: Sur tout intervalle où la fonction u est dérivable : la fonction f telle que $f(x) = e^{u(x)}$ est dérivable et $\boxed{(\exp_o u)'(x) = u'(x)e^{u(x)}.}$

1.12 Fonction exponentielle et fonction puissance

Définition : Pour $a > 0$ et tout réel x, $\boxed{a^x = e^{x \ln a}}$. On a : $\boxed{\ln a^x = x \ln a.}$

Définition : Pour α réel et tout réel $x > 0$, $\boxed{x^\alpha = e^{\alpha \ln x}}$.

2 Calculer avec des quotients

Méthode : Les fautes proviennent d'un manque de rigueur dans l'application des règles. Il faut faire des exercices en ayant les règles sous les yeux. On peut " inventer " des exercices et vérifier les résultats avec une calculatrice.

Exemple Réduire les expressions : $a = \frac{3}{7} + \frac{4}{5}$ $b = \frac{2}{15} + \frac{1}{10}$ $c = \frac{3}{175} + \frac{8}{105}$ $d = \frac{4}{5} \times \frac{2}{9}$ $e = \frac{28}{15} \times \frac{55}{91}$ $f = \frac{11}{4} : \frac{5}{17}$ $g = \frac{14}{25} : \frac{21}{20}$ $h = 3 : \frac{9}{8}$ $i = \frac{15}{4} : 8.$

$a = \frac{3}{7} + \frac{4}{5} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} + \frac{4 \times 7}{5 \times 7} = \frac{15}{35} + \frac{28}{35} = \frac{15 + 28}{35}.$ $\boxed{a = \frac{43}{35}.}$

$b = \frac{2}{15} + \frac{1}{10} = \frac{4}{30} + \frac{3}{30} = \frac{4 + 3}{30}.$ $\boxed{b = \frac{7}{30}.}$

$c = \frac{3}{175} + \frac{8}{105} = \frac{3}{7 \times 5^2} + \frac{8}{3 \times 5 \times 7} = \frac{3 \times 3}{7 \times 5^2 \times 3} + \frac{8 \times 5}{7 \times 5^2 \times 3}.$ $\boxed{c = \frac{7}{75}.}$

$d = \frac{4 \times 2}{5 \times 9}.$ $\boxed{d = \frac{8}{45}.}$ $e = \frac{28 \times 55}{15 \times 91} = \frac{7 \times 4 \times 5 \times 11}{3 \times 5 \times 7 \times 13} = \frac{4 \times 11}{3 \times 13}.$ $\boxed{e = \frac{44}{39}.}$

$f = \frac{11}{4} \times \frac{17}{5}.$ $\boxed{f = \frac{187}{20}.}$ $g = \frac{14}{25} \times \frac{20}{21} = \frac{14 \times 20}{25 \times 21} = \frac{2 \times 4}{5 \times 3}.$ $\boxed{g = \frac{8}{15}.}$

$h = \frac{3}{1} \times \frac{8}{9} = \frac{3 \times 8}{9}.$ $\boxed{h = \frac{8}{3}.}$ $i = \frac{15}{4} \times \frac{1}{8}.$ $\boxed{i = \frac{15}{32}.}$

Exemple Réduire les expressions : $a = \frac{3}{x-3} + \frac{2}{x-1}$ $b = \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{x+3}$ $c = 1 - \frac{x-1}{x+2}$ $d = \frac{x}{2x+3} - 5$ $e = \frac{x^2}{2x+3} : \frac{x}{3}$ $f = 3 \times \frac{x+1}{x+2}$ $g = \frac{1}{x+2} : 3.$

$a = \frac{3(x-1)}{(x-3)(x-1)} + \frac{2(x-3)}{(x-3)(x-1)}$. Sur $\mathbb{R} \setminus \{1, 3\}$ $\boxed{a = \frac{5x-9}{(x-3)(x-1)}.}$

$b = \frac{x+3}{(2x-1)(x+3)} - \frac{2x-1}{(2x-1)(x+3)}$. Sur $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}, -3\}$ $\boxed{b = \frac{-x+4}{(x-3)(2x-1)}.}$

Attention à la parenthèse : le numérateur de b est $(x+3) - (2x-1) = -x+4$.

$c = \frac{x+2}{x+2} - \frac{x-1}{x+2} = \frac{x+2-x+1}{x+2} = \frac{3}{x+2}$. Sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ $\boxed{c = \frac{3}{x+2}.}$

$d = \frac{x}{2x+3} - \frac{5(2x+3)}{2x+3} = \frac{x - 10x - 15}{2x+3}$. Sur $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{3}{2}\}$ $\boxed{d = \frac{-9x-15}{2x+3}.}$

$e = \frac{x^2}{2x+3} \times \frac{3}{x} = \frac{3x^2}{x(2x+3)}$. Sur $\mathbb{R} \setminus \{0, -\frac{3}{2}\}$ $\boxed{e = \frac{3x}{2x+3}.}$

$f = \frac{3}{1} \times \frac{x+1}{x+2}$ et $g = \frac{1}{x+2} \times \frac{1}{3}$. Sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ $\boxed{f = \frac{3x+3}{x+2}.}$ $\boxed{g = \frac{1}{3x+6}.}$

Pour s'entraîner : exercices : 1.

3 Calculer avec des puissances

Méthode : Il est facile de se tromper avec les puissances : là aussi, ayez les règles de calcul sous les yeux en faisant les exercices.

Exemple Réduire : $a = 16(-2)^{2n}$ $b = 5(-5)^{2n-1}$ $c = (-1)^n(-2)^{n-1}$

$d = -9(-3)^{n-1}$ $e = -9(-3^{n-1})$ $f = 2^n.3^{n-2}$ $g = 8\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{2n+1}$.

$a = 2^4(-1)^{2n}2^{2n}$; or 2n est un entier pair, donc $(-1)^{2n} = 1$. $\boxed{a = 2^{2n+4}.}$

$b = 5^1(-1)^{2n-1}5^{2n-1}$; or $2n-1$ est impair, donc $(-1)^{2n-1} = -1$. $\boxed{b = -5^{2n}.}$

$c = (-1)(-1)^{n-1}(-2)^{n-1} = -[(-1)\times(-2)]^{n-1}$. $\boxed{c = -2^{n-1}.}$

$d = (-1)^1 3^2(-1)^{n-1}3^{n-1}$. $\boxed{d = (-1)^n 3^{n+1}.}$

Attention : ici le -1 du -3 n'est pas élevé à une puissance : $e = 3^2\times 3^{n-1}$ $\boxed{e = 3^{n+1}.}$

$f = 2^2 2^{n-2}.3^{n-2} = 4(2\times 3)^{n-2}$. $\boxed{f = 4\times 6^{n-2}.}$

$g = 2^3\dfrac{(-1)^{2n+1}}{2^{2n+1}}$; $2n+1$ est impair. $g = \dfrac{-2^3}{2^{n+1}} = \dfrac{-1}{2^{n+1-3}}$ $\boxed{g = \dfrac{-1}{2^{n-2}} = -2^{-n+2}.}$

Exemple Faire apparaître une seule puissance d'exposant n :

$a = 4(-3)^n + (-3)^{n+2}$ $b = 2^{n+1} - 2^n$ $c = 3(-2)^{n+1} - 5(-2)^{n-1} + (-2)^n$

$d = \dfrac{3^{n+2}}{5^{2n+1}}$ $e = \dfrac{(-1)^{n-1}}{3^{2n+1}}$ $f = \dfrac{(-1)^{n+1}4^{3n}}{5^{n-1}}$ $g = (-2)^n + 3\times 2^n - 2^{n+1}$

$a = 4(-3)^n + 9(-3)^n = (4+9)(-3)^n$. $\boxed{a = 13(-3)^n.}$

$b = 2\times 2^n - 1\times 2^n = (2-1)2^n = 2^n$. $\boxed{b = 2^n.}$

$c = 3(-2)^2(-2)^{n-1} - 5(-2)^{n-1} - 2(-2)^{n-1} = (-2)^{n-1}[12-5-2]$. $\boxed{c = 5(-2)^{n-1}.}$

$d = \dfrac{3^2 3^n}{5\times 5^{2n}} = \dfrac{9\times 3^n}{5\times(5^2)^n}$. $\boxed{d = \dfrac{9}{5}\left(\dfrac{3}{25}\right)^n = 5\left(\dfrac{3}{25}\right)^{n+2}.}$

$(-1)^{n-1} = \dfrac{(-1)^n}{-1}$; $e = \dfrac{-(-1)^n}{3\times 3^{2n}} = \dfrac{-(-1)^n}{3\times(3^2)^n} = \dfrac{-1}{3}\left(\dfrac{-1}{9}\right)^n$. $\boxed{e = -\dfrac{1}{3}\left(-\dfrac{1}{9}\right)^n.}$

$f = \dfrac{-(-1)^n(4^3)^n}{5^n 5^{-1}} = -\dfrac{5\times(-4^3)^n}{5^n} = -5\left(-\dfrac{64}{5}\right)^n$. $\boxed{f = -5\left(-\dfrac{64}{5}\right)^n.}$

$g = (-1)^n 2^n + 3\times 2^n - 2\times 2^n = 2^n\left[(-1)^n + 3 - 2\right]$. $\boxed{g = 2^n\left[1 + (-1)^n\right].}$
g est nul si n est impair et vaut 2^{n+1} si n est pair.

Pour s'entraîner : exercices 2, 3.

4 Calculer avec des valeurs absolues

Méthode : Commencer par essayer d'utiliser :
- **Si** $b \geqslant 0, |X| = b \Leftrightarrow X = b$ **ou** $X = -b$.
- $|X| = |b| \Leftrightarrow X = b$ **ou** $X = -b$.
- **Si** $b \geqslant 0, |X| < b \Leftrightarrow -b < X < b$.
- **Si** $b \geqslant 0, |X - a| < b \Leftrightarrow -b < X - a < b \Leftrightarrow a - b < X < a + b$.

Sinon, utiliser : $|X| = X$ **si** $X \geqslant 0$ **et** $|X| = -X$ **si** $X \leqslant 0$.

Exemple Résoudre dans $\mathbb{R}$: a. $|x+2| = 3$ b. $|x-2| = |2x+3|$
c. (E) : $|x-3| + |x-1| = 4$ d. (F) : $|2x-4| + 3|x+1| = 10$

a. $|x+2| = 3 \Leftrightarrow x+2 = 3$ ou $x+2 = -3 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -5$. $\boxed{S = \{-5; 1\}}$.

b. $|x-2| = |2x+3| \Leftrightarrow x-2 = 2x+3$ ou $x-2 = -(2x+3)$. $\boxed{S = \{-5; -\frac{1}{3}\}}$.

c. Si $x \geqslant 3$, (E) s'écrit : $x-3+x-1 = 4$, soit $x = 4$ et on a bien $4 \geqslant 3$.
Si $1 < x < 3$, (E) s'écrit : $3-x+x-1 = 4$, soit $0x = 2$: pas de solution.
Si $x \leqslant 1$, (E) s'écrit : $1-x+3-x = 4$, soit $x = 0$, et on a bien $0 \leqslant 1$.
On a donc : $\boxed{S = \{0; 4\}}$.

d. Si $x > 2$, (F) s'écrit : $2x-4+3x+3 = 10$; on obtient $x = \frac{11}{5}$ et $\frac{11}{5} > 2$.
Si $-1 \leqslant x \leqslant 2$, (F) s'écrit : $-2x+4+3x+3 = 10$; on obtient $x = 3$ mais 3 n'est pas compris entre -1 et 2 : ce n'est donc pas une solution de (F).
Si $x < -1$, (F) s'écrit : $-2x+4-3x-3 = 10$; on obtient $x = -\frac{9}{5}$ et $-\frac{9}{5} < -1$.

On a donc : $\boxed{S = \left\{-\frac{9}{5}, \frac{11}{5}\right\}}$.

Exemple Résoudre : a. $|x-5| \leqslant 3$ b. $|2x-4| > 8$ c. (G) $|2x-4| < |x-5|$.

a. $|x-5| \leqslant 3 \Leftrightarrow -3 \leqslant x-5 \leqslant 3 \Leftrightarrow 2 \leqslant x \leqslant 8$; $\boxed{S = [2; 8]}$.

b. $|2x-4| > 8$ est la négation de $|2x-4| \leqslant 8$. Cette dernière inéquation équivaut à $-8 \leqslant 2x-4 \leqslant 8$, soit $-4 \leqslant 2x \leqslant 12$, soit $-2 \leqslant x \leqslant 6$.
Les solutions de l'inéquation initiale sont les réels qui n'appartiennent pas à cet intervalle. $\boxed{S =]-\infty; -2[\cup]6; +\infty[}$.

c. (G) $\Leftrightarrow -|x-5| < 2x-4 < |x-5|$.
Si $x \geqslant 5$, (G) $\Leftrightarrow -x+5 < 2x-4 < x-5 \Leftrightarrow 3x > 9$ et $x < -1$: les deux inéquations sont incompatibles ; il n'y a pas de solution supérieure à 5.
Si $x < 5$, (G) $\Leftrightarrow x-5 < 2x-4 < 5-x \Leftrightarrow x > -1$ et $x < 3$: ces conditions sont compatibles avec la condition $x < 5$, donc : $\boxed{S =]-1; 3[}$.

Pour s'entraîner : exercices 5, 6.