1. Fonctions

1. Images et antécédents

Soit *f* la fonction définie par son expression $f(x)=3x^2-6$
Pour obtenir **l'image** de 5 par *f*, soit $f(5)$, on remplace x par 5 dans l'expression :
$f(5)=3\times5^2-6=3\times25-6=75-6=69$; 69 est l'image de 5 par *f*.
$f(-2)=3\times(-2)^2-6=3\times4-6=12-6=6$; 6 est l'image de -2 par *f*.

◗ Question 1

Détermine les images de -4, de 1 et de $\dfrac{2}{3}$ par la même fonction *f*.

✍ $f(-4)=$ ____

$f(1)=$ ____

$f\left(\dfrac{2}{3}\right)=$ ____

◗ Question 2

g est définie par : $g(x)=\dfrac{2x-1}{3x+1}$; détermine l'image de $\dfrac{3}{4}$.

✍ $g\left(\dfrac{3}{4}\right)=$ ____

____

◗ Question 3

Montre que les nombres opposés a et $-a$ ont la même image par f.

✍ $f(a) =$ ______________________________

$f(-a) =$ ______________________________

$f(2) = 3 \times 2^2 - 6 = 3 \times 4 - 6 = 12 - 6 = 6$; 6 est l'image de 2 par f.
2 et -2 ont la même image : 6 ; on dit que 2 et -2 sont des **antécédents** de 6.
Les antécédents du nombre 6 sont les nombres x tels que $f(x) = 6$.
Pour les déterminer, on résout l'équation : $f(x) = 6$.

◗ Question 4

Montre que les seuls antécédents de 6 par f sont -2 et 2.

✍ ______________________________

____

◗ Question 5

Détermine, s'ils existent, les antécédents de 4, -10 et -6 par f.

✍ ______________________________

____

____

____

____

____

◗ *Question 6*

$g(x)=\dfrac{2x-1}{3x+1}$. Détermine s'ils existent les antécédents de 1, $\dfrac{2}{3}$, $\dfrac{2}{5}$.

✍ ______________________________

____

____

____

2. Courbe représentative d'une fonction

Soit *f* la fonction définie par son expression : $f(x)=3x^2-6$.

Sa **courbe représentative** *C* dans un repère *R* du plan est l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;f(x))$; l'ordonnée de ces points est l'image de leur abscisse.

Pour la tracer, on donne des valeurs à *x* et on calcule les images de ces valeurs.

◗ *Question 7*

Complète les tableaux de valeurs suivants :

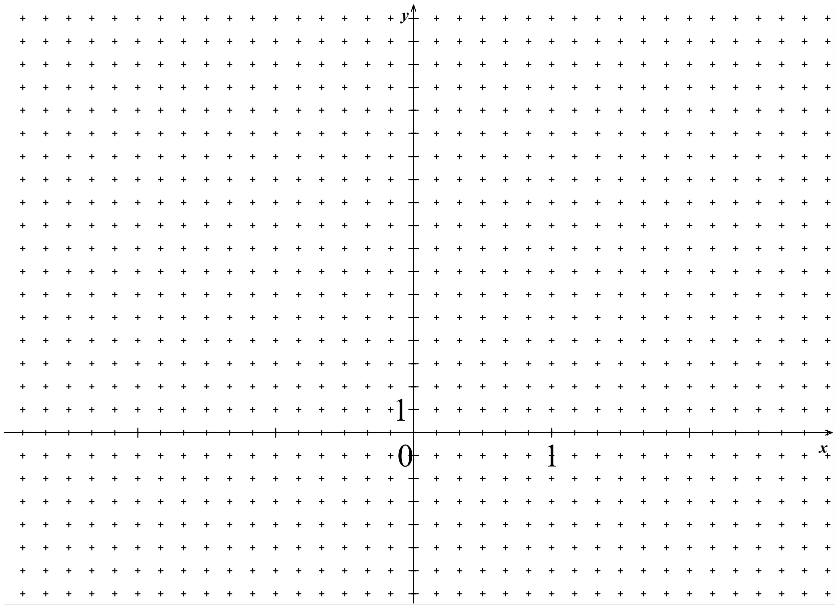
✍

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)						

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5
f(x)					

Question 8

Trace soigneusement C en utilisant le repère ci-après ; trace-la également sur ta calculatrice.

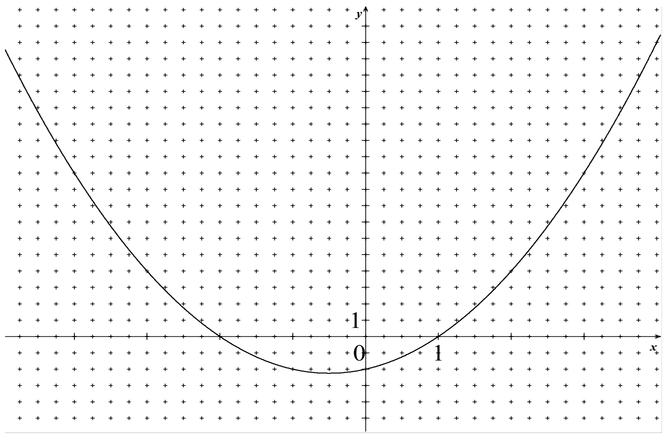


Un point M de coordonnées $(x\ ;y)$ appartient à la courbe C si et seulement si : $y = f(x)$, autrement dit, si son ordonnée est l'image par f de son abscisse.

Ainsi le point $M(4\ ;\ 42)$ appartient à C car $f(4) = 3\times 4^2 - 6 = 3\times 16 - 6 = 42$, alors que $N(-3\ ;\ 20)$ n'appartient pas à C car $f(-3) = 3\times(-3)^2 - 6 = 21 \neq 20$.

Question 9

Les points suivants appartiennent-ils à C :
$A(5\ ;\ 69)$; $B(-9\ ;\ -237)$; $E(11\ ;\ 357)$; $F(-7\ ;\ 141)$?



Voici la courbe représentative d'une fonction *h*.
Pour déterminer graphiquement l'image approximative de 2 :

- A partir du point de coordonnées $(2\ ;\ 0)$ on mène la parallèle *d* à l'axe des *y*.
- La droite *d* coupe la courbe en un point *M*.
- Par *M* on mène la parallèle *D* à l'axe des *x* : *D* coupe l'axe des *y* au point d'ordonnée $h(2)$.

Question 10

En utilisant la courbe Γ ci-dessus de la fonction *h*, détermine graphiquement les images par *h* de 2, de -3 et de 3,5.

✍ ______________________________

____

Pour déterminer graphiquement les antécédents approximatifs de 5 :

- A partir du point de coordonnées $(0\ ;\ 5)$ on mène la parallèle *D* à l'axe des *x*.
- La droite *D* coupe la courbe en deux points *N* et *N'*.
- Par *N* et *N'*, on mène les parallèle *d* et *d'* à l'axe des *y* : elles coupent l'axe des *x* en 2 points dont les abscisses sont les antécédents de 5.

Question 11

Détermine graphiquement les antécédents de 10 par *h*.

✍ ______________________________

____

3. Ensemble de définition d'une fonction

L'ensemble de définition D_f d'une fonction f est l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le calcul de $f(x)$ est possible.

Ainsi pour $f(x)=\sqrt{x}$, $D_f=[0\ ;\ +\infty[$, car $\sqrt{x}$ n'existe que si $x \geq 0$.

Pour $f(x)=\dfrac{x-1}{x-3}$, $D_f=\mathbb{R}\setminus\{3\}$, car le dénominateur n'a pas le droit d'être nul.

Les seuls problèmes qu'on rencontrera pour l'instant sont :

- les quotients : ils ne sont définis que si leur dénominateur est différent de 0.
- les radicaux $\sqrt{g(x)}$: ils ne sont définis que si $g(x) \geq 0$.

◗ Question 12

Détermine les ensembles de définition des fonctions suivantes :

$f(x)=\sqrt{x-1}$; $g(x)=\dfrac{2}{3x+1}$; $h(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$.

✍

◗ Question 13

Détermine les ensembles de définition des fonctions suivantes :

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{4-2x}$; $g(x)=\dfrac{2x-5}{5x}$; $h(x)=\dfrac{2x-4}{x^2+1}$.

✍

4. Ensemble de définition en géométrie

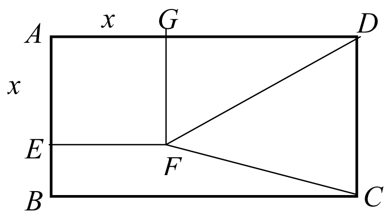
En géométrie, l'ensemble de définition est souvent limité par la figure.

Rappels : L'aire d'un triangle est égale à : $\dfrac{\text{base}\times\text{hauteur}}{2}$.

L'aire d'un trapèze est égale à : $\dfrac{(\text{petite base}+\text{grande base})\times\text{hauteur}}{2}$.

Question 14

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB=2$ et $BC=4$.



E est un point de $[AB]$ et on pose $AE=x$; $AEFG$ est le carré tel que $G\in[AD]$.

Calcule les aires $f(x)$ et $g(x)$ des triangles FGD et DFC et l'aire $h(x)$ du trapèze $GFCD$.

Quel est l'ensemble de définition de ces fonctions ?

$f(x)=$ ____

$g(x)=$ ____

$h(x)=$ ____

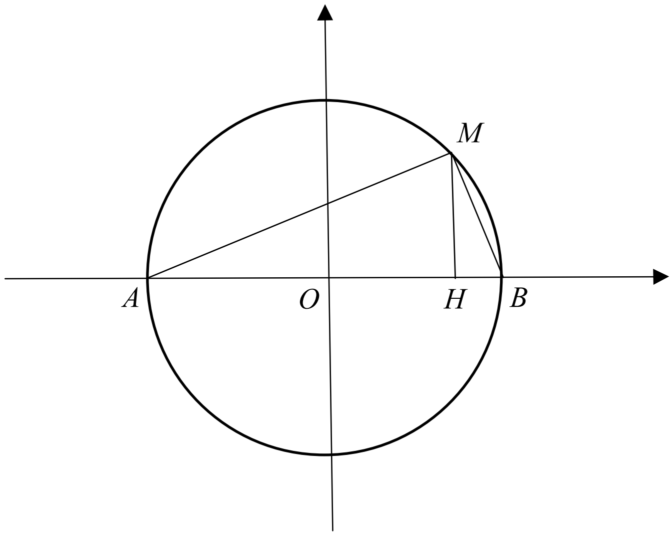
$D_f=$ ____________ $D_g=$ ____________ $D_h=$ ______________

Théorème de Pythagore

Si ABC est un triangle rectangle en A, $AB^2+AC^2=BC^2$.

◗ Question 15

$(O,\vec{i},\vec{j})$ est un repère orthonormé du plan ; soit $A(-4\ ;\ 0)$ et $B(4\ ;\ 0)$.
(C) est le cercle de diamètre $[AB]$. Le point $M(x\ ;\ y)$ tel que $x > 0$ appartient au cercle (C) et H est sa projection orthogonale sur $[AB]$.



On suppose $y > 0$.
A l'aide du théorème de Pythagore, calcule MH en fonction de x.
Calcule l'aire $f(x)$ du triangle AMB en fonction de x.
Quel est l'ensemble de définition de f ?

✍