
Table des matières

Avant-propos

1	Applications linéaires continues	3
1.1	Espaces vectoriels normés	3
1.2	Séries normalement convergentes	5
1.3	Applications linéaires continues	6
1.4	Isomorphisme d'espaces vectoriels normés	8
1.5	Applications multilinéaires continues	11
1.6	Exercices	12
1.7	Solutions	14
2	Applications différentiables	21
2.1	différentielle en un point et sur un ouvert	21
2.1.1	Quelques propriétés	22
2.1.2	Dérivées directionnelles	23
2.1.3	Différentiabilité au sens de Gâteaux	24
2.1.4	Quelques propriétés de la différentiation	26
2.2	Fonctions dans un produit	28
2.3	Différentielles partielles	29
2.4	différentielle de l'inversion	31
2.5	Théorème des accroissements finis	32
2.6	Quelques applications...	35
2.6.1	Convergence d'une suite de fonctions différentiables	35
2.6.2	Différentiabilité et existence et continuité des dérivées partielles	36
2.6.3	Différentiation sous le signe intégration	38
2.7	Exercices	40
2.8	Solutions	44

3	Dérivées d'ordre supérieur	61
3.1	Préliminaires	61
3.2	Dérivées secondes	62
3.3	Dérivées successives	65
3.3.1	Application composée	66
3.4	Formules de Taylor	68
3.4.1	Cas d'une variable réelle	68
3.4.2	Généralisation des formules de Taylor	70
3.5	Points critiques - Extréma simples	71
3.5.1	Rappels	71
3.5.2	Minimum relatif, Maximum relatif	73
3.6	Exercices	75
3.7	Solutions	80
4	Inversion locale - Fonctions implicites	93
4.1	Théorème d'inversion locale	93
4.2	Théorème des fonctions implicites	98
4.3	Exercices	100
4.4	Solutions	107
5	Sous - variétés de \mathbb{R}^n	131
5.1	Définitions - Théorèmes généraux	131
5.2	Applications différentiables entre sous-variétés	135
5.3	Espace tangent à une sous-variété	136
5.4	Application linéaire tangente	137
5.5	Exercices	140
5.6	Solutions	146
6	Équations différentielles	175
6.1	forme normale d'une équation différentielle	175
6.2	Théorème d'existence et d'unicité locales des solutions	178
6.3	Comparaison des solutions d'équations différentielles	186
6.4	Cas des équations différentielles linéaires	188
6.5	Équations linéaires à coefficients constants	194
6.6	Méthode pratique de résolution	198
6.6.1	Procédure	198
6.6.2	Méthode de variation des constantes	199
6.6.3	Application aux systèmes différentiels	199
6.6.4	Application aux équations de second ordre	201
6.7	Stabilité des solutions d'équations différentielles	205

6.7.1	Fonctions de Lyapunov	206
6.7.2	Stabilité des équations linéaires à coefficients constants	210
6.7.3	Cas des équations non linéaires	212
6.8	Exercices	217
6.9	Solutions	228