

# Table des matières

<b>I</b>	<b>De la statistique descriptive aux probabilités</b>	<b>9</b>
<b>1</b>	<b>Statistique descriptive</b>	<b>11</b>
1.1	Séries univariées . . . . .	12
1.1.1	Variabiles qualitatives et quantitatives discrètes . . . . .	13
1.1.2	Variabiles quantitatives continues . . . . .	17
1.2	Séries bivariées . . . . .	25
1.2.1	Distributions jointes, marginales et conditionnelles . . . . .	26
1.2.2	Nuages de points et coefficient de corrélation linéaire . . . . .	29
<b>2</b>	<b>Eléments d'algèbre et d'analyse</b>	<b>35</b>
2.1	Calcul matriciel . . . . .	35
2.1.1	Généralités sur les matrices . . . . .	35
2.1.2	Opérations sur les matrices . . . . .	37
2.2	Topologie et analyse . . . . .	40
2.2.1	Généralités sur les espaces vectoriels normés . . . . .	41
2.2.2	Espaces de Hilbert . . . . .	44
2.3	Calcul intégral . . . . .	46
2.3.1	L'intégrale de Riemann . . . . .	46
2.3.2	Lien entre intégrale et primitives . . . . .	49
<b>3</b>	<b>Probabilités</b>	<b>51</b>
3.1	Espaces probabilisés . . . . .	51
3.1.1	Univers et tribus . . . . .	52
3.1.2	Mesures de probabilité . . . . .	53
3.2	Variabiles aléatoires et lois de probabilité . . . . .	56
3.2.1	Variabiles aléatoires . . . . .	57
3.2.2	Lois de probabilité usuelles . . . . .	66
3.3	Inégalités et théorèmes limites classiques . . . . .	71

3.4	Espérance conditionnelle . . . . .	76
<b>II</b>	<b>Modèles statistiques</b>	<b>81</b>
<b>4</b>	<b>Estimation de paramètres</b>	<b>83</b>
4.1	Choix d'un estimateur . . . . .	84
4.1.1	Fonctions de risque, biais et relations d'ordre sur les estimateurs . . . . .	85
4.1.2	Critères asymptotiques . . . . .	92
4.2	Construction d'estimateurs . . . . .	95
4.2.1	Méthode des moments . . . . .	95
4.2.2	Méthode du maximum de vraisemblance . . . . .	97
4.3	Intervalles de confiance . . . . .	99
4.3.1	Intervalles de confiance et risque quadratique . . . . .	100
4.3.2	Intervalles de confiance asymptotiques . . . . .	101
<b>5</b>	<b>Modèles linéaires</b>	<b>105</b>
5.1	Estimation des paramètres et évaluation du modèle . . . . .	106
5.2	Le modèle linéaire gaussien . . . . .	110
5.3	Application en pharmacocinétique . . . . .	112
5.3.1	Le modèle monocompartimental . . . . .	112
5.3.2	Estimation des paramètres du modèle monocompartimental . . . . .	113
5.3.3	Application sur des données réelles . . . . .	114
5.4	Introduction à la sélection de variables . . . . .	117
<b>III</b>	<b>Modèles stochastiques</b>	<b>121</b>
<b>6</b>	<b>Processus à temps discret, chaînes de Markov</b>	<b>123</b>
6.1	Généralités sur les processus à temps discret . . . . .	123
6.2	Généralités sur les chaînes de Markov . . . . .	125
6.3	Classification des états d'une chaîne de Markov . . . . .	128
6.4	Mesures invariantes, ergodicité et statistique . . . . .	132
6.5	Le modèle d'Ehrenfest en thermodynamique . . . . .	137
<b>7</b>	<b>Processus à temps continu</b>	<b>141</b>
7.1	Processus, filtrations et temps d'arrêts . . . . .	141
7.1.1	Généralités . . . . .	141

7.1.2	Filtrations et temps d'arrêts . . . . .	142
7.2	Processus de Markov et martingales . . . . .	144
7.3	Processus gaussiens et mouvement brownien . . . . .	148
<b>8</b>	<b>Equations différentielles stochastiques</b>	<b>153</b>
8.1	Introduction : l'intégrale de Wiener . . . . .	154
8.2	Intégrale stochastique et formule d'Itô . . . . .	158
8.2.1	L'intégrale stochastique d'Itô . . . . .	158
8.2.2	Formule d'Itô et applications . . . . .	164
8.2.3	Théorème de Girsanov . . . . .	165
8.3	Equations différentielles stochastiques . . . . .	171
8.3.1	Généralités et EDS linéaires . . . . .	172
8.3.2	Représentation des martingales browniennes et mar- tingales exponentielles . . . . .	178
8.3.3	Statistique des EDS linéaires . . . . .	181
8.3.4	Schéma d'Euler et simulation des solutions d'EDS non- linéaires . . . . .	182
8.4	Application en finance : le modèle de Black-Scholes . . . . .	186