1. Que de 1 !

◗ 1 x 1 = 1…

Calculez
$11 \times 11 = 11^2$
111^2
$1\ 111^2$
$11\ 111^2$
$111\ 111^2$
$1\ 111\ 111^2$
$11\ 111\ 111^2$
$111\ 111\ 111^2$

Que constate-t-on ? Saurez-vous le démontrer ?

★ *Votre réponse*

$11 \times 11 =$ ………………………………………………………………………………
$111^2 =$ ………………………………………………………………………………
$1\ 111^2 =$ ………………………………………………………………………………
$11\ 111^2 =$ ………………………………………………………………………………
$111\ 111^2 =$ ………………………………………………………………………………
$1\ 111\ 111^2 =$ ………………………………………………………………………………
$11\ 111\ 111^2 =$ ………………………………………………………………………………
$111\ 111\ 111^2 =$ ………………………………………………………………………………

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ *Solution* ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

On a

$11 \times 11 = 121$

$111^2 = 12\ 321$

$1\ 111^2 = 1\ 234\ 321$

$11\ 111^2 = 123\ 454\ 321$

$111\ 111^2 = 12\ 345\ 654\ 321$

$1\ 111\ 111^2 = 1\ 234\ 567\ 654\ 321$

$11\ 111\ 111^2 = 123\ 456\ 787\ 654\ 321$

$111\ 111\ 111^2 = 12\ 345\ 678\ 987\ 654\ 321$.

On voit apparaître la suite (croissante puis décroissante) des chiffres 1 ; 2 ; 3 ; … jusqu'à 9 (autant de chiffres que le nombre de 1 dans le nombre dont on prend le carré)… due à la succession des additions de 1 décalées d'un cran à chaque fois.

2. Multiplier par 2

◗ 2 x 2 = ...

On connait la légende du roi qui voulut récompenser l'inventeur du jeu d'échec en lui offrant autant de grains de riz que l'échiquier pouvait en contenir, en mettant un grain sur la 1re case, deux grains sur la 2e case, $2 \times 2 = 4 = 2^2$ grains sur la 3e case et ainsi de suite en doublant à chaque fois le nombre de grains en passant d'une case à la suivante.
Saurez-vous compter combien de grains l'échiquier de 64 cases aurait dû recevoir ?
Est-ce possible ?
Faites un calcul approché en montrant d'abord que $2^{30} = 10^9$ environ.

★ *Votre réponse*

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ *Solution* ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

On peut écrire : $2^{10} = 1\,024$ et $2^{30} = 1\,024^3 \approx 1\,000^3 = 10^9$.

L'échiquier contiendrait $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{63}$ grains de riz.

Pour calculer ce nombre, il faut faire la somme *S* de 64 termes d'une suite géométrique de raison 2.

On a $S = (2^{64} - 1) / 2 \approx 2^{64} / 2 = 2^{63} = 2^3 \times 2^{60} = 8 \times 10^{18}$.

Il faudrait donc environ huit milliards de milliards de grains, quantité évidemment impossible à produire.

3. La grande table

Établissez la table de multiplication des nombres de 1 à 9 en complétant le tableau ci-dessous.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

Quelle remarque peut-on faire relativement à la table de 1 ?
Quelle remarque peut-on faire si on compare les lignes et les colonnes ?

★ *Votre réponse*

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ Solution ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

On a

x	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

◗ Table de 1

1 x *a* = *a* pour tout *a* : on dit que 1 est ***l'élément neutre*** de la multiplication.

◗ Lignes et colonnes

Il y a symétrie par rapport à la diagonale descendante vers la droite :
a x *b* = *b* x *a.*
On dit que la multiplication est ***commutative***.

4. Un premier exemple

En posant les opérations, multipliez 532 par 471 ; puis multipliez 471 par 532.

Que constate-t-on ?

★ *Votre réponse*

Solution

			5	3	2
		X	4	7	1
			5	3	2
	3	7	2	4	
2	1	2	8		
2	5	0	5	7	2

			4	7	1
		X	5	3	2
			9	4	2
	1	4	1	3	
2	3	5	5		
2	5	0	5	7	2

On constate que 532 x 471 est égal à 471 x 532.

La multiplication est ***commutative***.