

Table des matières

1^{ère} Partie

GEOMETRIE DES MASSES

Chapitre 1. Cours	13
1. Centre d'inertie	14
1.1. Système continu	14
1.1.1. Définition	14
1.1.2. Coordonnées du centre d'inertie	14
1.1.3. Application pédagogique n° 1	15
1.1.4. Application pédagogique n° 2	15
1.2. Système discret	16
1.3. Système composé	16
1.3.1. Application pédagogique n° 3	17
1.3.2. Application pédagogique n° 4	18
1.4. Propriété de symétrie	20
1.5. Théorèmes de Guldin	20
1.5.1. Premier théorème de Guldin	20
1.5.2. Application pédagogique n° 5	21
1.5.3. Deuxième théorème de Guldin	21
1.5.4. Application pédagogique n° 6	23
1.6. Applications pédagogiques supplémentaires	23
1.6.1. Application pédagogique n° 7	23
1.6.2. Application pédagogique n° 8	25
1.6.3. Application pédagogique n° 9	26
1.6.4. Application pédagogique n° 10	27
2. Moment d'inertie d'un solide par rapport à un axe	28
2.1. Définition	28
2.2. Signification physique du moment d'inertie	29
2.3. Calcul de $I(S/\Delta)$	29
2.4. Signification physique des produits d'inertie	30

3. Matrice d'inertie	30
3.1. Opérateur d'inertie	30
3.2. Matrice d'inertie	31
3.2.1. Application pédagogique n° 11	33
3.2.2. Application pédagogique n° 12	34
3.3. Expression du moment d'inertie en fonction de la matrice d'inertie	35
3.3.1. Application pédagogique n° 13	36
3.4. Base principale d'inertie	37
3.5. Symétries matérielles	38
3.5.1. Cas où le solide admet un plan de symétrie	38
3.5.2. Cas où le solide admet deux plans de symétrie	39
3.5.3. Cas où le solide admet un axe de symétrie de révolution	39
3.5.4. Cas où le solide admet une symétrie sphérique	41
3.5.5. Théorème de Huygens ou théorème des axes parallèles	41
3.5.6. Théorème de Koenig ou Théorème de Huygens généralisé	42
3.5.7. Application pédagogique n° 14	44
3.5.8. Différents moments d'inertie	46
3.5.9. Changement de base - Matrice de passage	47
3.5.10. Application pédagogique n° 15	47
4. Quadrique d'inertie-Ellipsoïde d'inertie	49
4.1. Quadrique d'inertie	49
4.1.1. Définition à partir de l'opérateur d'inertie $\vec{J}_O(S, \overrightarrow{OM})$	49
4.1.2. Définition à partir du moment d'inertie $I_{\Delta}^{(S)}$	49
4.1.3. Interprétation	50
4.2. Ellipsoïde d'inertie : interprétation géométrique de la matrice d'inertie	50
4.2.1. Définition	50
4.2.2. Méthode pratique pour déterminer l'ellipsoïde d'inertie	51
4.2.3. Remarques	51
4.2.4. Résumé	51
5. Matrice d'inertie d'un système composé	52
5.1. Application pédagogique n° 16	52
5.2. Application pédagogique n° 17	54
6. Tableau récapitulatif	57

Chapitre 2. Boîte à outils	59
1. Résumé de cours	60
1.1. Centre d'inertie	60
1.1.1. Définition	60
1.1.2. Détermination - Calcul intégral	60
1.1.3. Système composé - Propriété d'associativité	60
1.1.4. Propriété de symétrie - Localisation	60
1.2. Matrice d'inertie	60
1.2.1. Définition	60
1.2.2. Base principale d'inertie	61
1.2.3. Symétrie matérielle	61
1.3. Théorème de Koenig ou Théorème de Huygens généralisé	62
1.4. Moment d'inertie de (S) par rapport à un axe quelconque	62
2. Les fiches de synthèse	63
Fiche n° 1 : centre d'inertie	63
Fiche n° 2 : premier théorème de Guldin	64
Fiche n° 3 : deuxième théorème de Guldin	65
Fiche n° 4 : matrice d'inertie	66
Fiche n° 5 : symétries matérielles	67
Fiche n° 6 : théorème de Huygens	68
Fiche n° 7 : théorème de Huygens généralisé	69
Fiche n° 8 : moment d'inertie par rapport à un axe	70
Fiche n° 9 : changement de base - matrice de passage	71
3. Les tableaux mnémotechniques	72
Tableau n° 1 : centre d'inertie	72
Tableau n° 2 : matrice d'inertie	73
Tableau n° 3 : théorème de Huygens généralisé	74
Chapitre 3. Exercices corrigés	75
1. Série 1 : pour commencer	76
2. Série 2 : pour s'exercer	112
3. Série 3 : pour approfondir	140

2^{ème} Partie
CINETIQUE DU SOLIDE

Chapitre 4. Cours	183
1. Torseur cinétique	184
1.1. Principe de conservation de la masse	184
1.2. Torseur cinétique d'un ensemble matériel	184
1.2.1. Définition	184
1.2.2. Détermination de la résultante cinétique	185
1.2.3. Détermination du moment cinétique	185
2. Torseur dynamique	186
2.1. Torseur dynamique d'un ensemble matériel	186
2.1.1. Définition	186
2.1.2. Détermination de la résultante dynamique	187
2.1.3. Détermination du moment dynamique	187
3. Relation entre les torseurs cinétique et dynamique	188
3.1. Relation entre les résultantes cinétique et dynamique	188
3.2. Relation entre les moments cinétique et dynamique	188
4. Moment cinétique d'un solide en l'un de ses points	189
5. Energie cinétique	190
5.1. Energie cinétique d'un système matériel	190
5.2. L'énergie cinétique en fonction des torseurs cinématique et cinétique	190
5.3. Energie cinétique d'un solide indéformable	191
6. Eléments cinétiques d'un système de solides	193
6.1. Torseur cinétique	193
6.2. Torseur dynamique	193
6.3. Energie cinétique	193
7. Applications pédagogiques	193
7.1. Application pédagogique n° 1	193
7.2. Application pédagogique n° 2	196
7.3. Application pédagogique n° 3	199
8. Tableau récapitulatif	203

Chapitre 5. Boîte à outils	205
1. Résumé de cours	206
1.1. Torseur cinétique	206
1.1.1. Cas d'un système matériel	206
1.1.2. Cas d'un solide indéformable	206
1.1.3. Cas particuliers	207
1.2. Torseur dynamique	207
1.2.1. Cas d'un système matériel	207
1.2.2. Cas d'un solide indéformable	207
1.2.3. Cas particuliers	208
1.3. Energie cinétique	208
1.3.1. Cas d'un système matériel	208
1.3.2. Cas d'un solide indéformable	208
1.3.3. Cas particuliers	209
2. Les fiches de synthèse	210
Fiche n° 1 : torseur cinétique	210
Fiche n° 2 : torseur dynamique	211
Fiche n° 3 : énergie cinétique	212
3. Les tableaux mnémotechniques	213
Tableau n° 1 : torseur cinétique	213
Tableau n° 2 : torseur dynamique	214
Tableau n° 3 : énergie cinétique	215
Chapitre 6. Exercices corrigés	217
1. Série 1 : pour commencer	218
2. Série 2 : pour s'exercer	270
3. Série 3 : pour approfondir	328
Références bibliographiques	389
Index	393