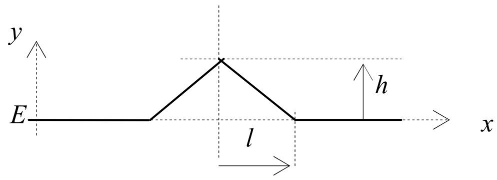
1. Produire un ébranlement

On veut produire à l'extrémité E d'une corde un ébranlement ayant l'aspect suivant.



On a l = 0,10 m et h = 2,0 cm.

1. Quel mouvement doit-on imposer à l'extrémité E ? Préciser la direction, le sens et la valeur de la vitesse v de E en fonction du temps si la célérité de l'ébranlement le long de la corde est V = 5,0 m / s.
2. Même question si la célérité de l'ébranlement est de V' = 10,0 m / s.
3. Quelle difficulté rencontre-t-on pour créer un ébranlement de cette forme ? Quelle est la forme de l'ébranlement qu'on a tendance à créer ?

Correction

▸ **1.** On se place dans le repère (*Ex, Ey*). L'extrémité E doit être déplacée de la hauteur *h* dans le sens des $y > 0$ pendant le temps *t* à la vitesse *v* constante puis dans le sens des $y < 0$ jusqu'à revenir à sa position initiale d'un mouvement de vitesse de même valeur, même direction et sens contraire.
La célérité de l'ébranlement étant *V*, l'ébranlement se déplace de $l = V.t$ pendant que *E* se déplace de $h = v.t.$

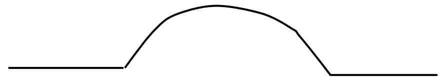
On a $t = \frac{l}{V} = \frac{0,1}{5} = 0,02 \text{ s}$; $v = \frac{h}{t} = \frac{0,02}{0,02} = 1,0 \text{ m / s}$.

Donc de 0 à $t = 0,02$ s on imprime à *E* un mouvement rectiligne uniforme de vitesse dirigée vers les $y > 0$ de valeur 1,0 m / s ; puis de $t = 0,02$ s à $t = 0,04$ s un mouvement rectiligne uniforme de vitesse dirigée vers les $y < 0$ et de même valeur.

▸ **2.** On a de même $t' = \frac{l}{V'} = \frac{0,1}{10} = 0,01 \text{ s}$ et $v' = \frac{h}{t'} = \frac{0,02}{0,01} = 2,0 \text{ m / s}$.

Donc de 0 à $t = 0,01$ s on imprime à *E* un mouvement rectiligne uniforme de vitesse dirigée vers les $y > 0$ de valeur 2,0 m / s ; puis de $t = 0,01$ s à $t = 0,02$ s un mouvement rectiligne uniforme de vitesse dirigée vers les $y < 0$ et de même valeur.

▸ **3.** Quand *E* est écarté de *h*, la vitesse doit passer instantanément d'une valeur *v* ou *v'* à zéro pour changer de sens, ce qui est difficile ! En pratique, la vitesse passe de *v* ou *v'* à zéro en décroissant pendant un certain temps, et on a plutôt un ébranlement de ce type.



2. Des appels de bergers

Trois bergers, prénommés A, B et C, situés sur trois collines différentes, se répondent. A et B sont distants de $AB = 800$ m, B et C de $BC = 500$ m, C et A de $AC = 1000$ m.
A l'instant $t = 0$, A lance un appel de durée $T_1 = 2{,}0$ s. Une seconde après avoir entendu la fin de cet appel, (donc après une durée $T_2 = 1{,}0$ s), B répond par un appel de même durée 2,0 s ; C se comporte de la même façon.

1. A quelles dates A entend-il les appels de B et de C ?
2. Pendant quelle durée ces appels se superposent-ils ?
3. Existe-t-il un point sur la droite BC où un observateur O recevrait les appels de B et C en même temps ?

BONUS. Quel est l'ensemble des positions où l'observateur O recevrait les appels de B et C en même temps ?

On prendra pour célérité du son dans l'air $v = 340$ m / s.

Correction

▸ **1.** Les ondes sonores se propagent de façon concentrique à partir du point d'émission. Elles parcourent la distance d à la célérité v et mettent donc le temps $t = d / v$ à parvenir à la distance d du point d'émission.
Berger B :
Il perçoit le début de l'appel de A à l'instant AB / v et perçoit la fin de l'appel à l'instant $(AB / v) + T_1$. Il commence son appel à l'instant $t_B = \dfrac{AB}{v} + T_1 + T_2$ et il le finit à l'instant $t'_B = t_B + T_1$.
Berger C :
De même il commence son appel au temps $t_C = \dfrac{AC}{v} + T_1 + T_2$ et il le finit au temps $t'_C = t_C + T_1$.

Berger A : il reçoit l'appel de B avec un retard de AB / v, donc entre les instants $t_1 = \dfrac{2AB}{v} + T_1 + T_2 = \dfrac{2\times 800}{340} + 2 + 1 = 7{,}7$ s et $t'_1 = 9{,}7$ s, et il reçoit l'appel de C avec un retard de AC / v, donc entre les instants $t_2 = \dfrac{2AC}{v} + T_1 + T_2 = \dfrac{2\times 1000}{340} + 2 + 1 = 8{,}9$ s et $t'_2 = 10{,}9$s.

▸ **2.** Ces appels se superposent entre les instants 8,9 s et 9,7 s.

▸ **3.** Le point O reçoit le début de l'appel de B avec un retard de OB / v par rapport à son émission, et C le reçoit avec un retard de OC / v.
O reçoit donc le début de l'appel de B et de C au temps t tel que $t = \dfrac{OB}{v} + t_B = \dfrac{OC}{v} + t_C$. On a $\dfrac{OB}{v} - \dfrac{OC}{v} = t_C - t_B = \dfrac{AC - AB}{v}$,
et $OB - OC = AC - AB = 200$ m . O étant sur la droite BC on aura en plus $OB + OC = BC$. On a alors à la fois $OB - OC = 200$ et $OB + OC = 500$, ce qui donne $OB = 350$ m et $OC = 150$ m.

BONUS. L'ensemble des positions du point O recevant les appels de B et C en même temps devra vérifier $OB - OC = 200$ = constante (en mètres) ; il s'agit d'une hyperbole de foyers B et C.
On peut s'intéresser à ce propos aux définitions des coniques.

3. A propos de marées

Les marées sont dues aux actions conjuguées de la Lune et du Soleil sur les masses d'eau. Dans un modèle simplifié, on considère que la Lune produit sur un point M de la surface de l'eau étudiée un déplacement vertical de la forme $y_1 = a_1 \cos\frac{2\pi t}{T_1}$ et le Soleil un déplacement vertical de la forme $y_2 = a_2 \cos\frac{2\pi t}{T_2}$, avec

$a_1 = 2{,}1$ m ; $a_2 = 0{,}9$ m ; $T_1 = 12$ h 25 min ; $T_2 = 12$ h 00 min.

On étudie les ordonnées y du point M sur un axe vertical Oy.

1. Exprimer le déplacement du point M, résultant des actions conjuguées du Soleil et de la Lune.
2. Calculer l'ordonnée du point M à l'instant initial étudié.
3. A quels instants la Lune produit-elle sur M le déplacement maximal vers le haut ?
4. Même question pour le Soleil.
5. Quelle est l'ordonnée de M aux instants t_1 = 12 h et t_2 = 12 h 25 min ?
6. On se place 5 jours après l'instant initial. Quelle est l'ordonnée de M alors ? Commenter.

✏

Correction

▸ **1.** Le déplacement vertical y de M résultant des actions combinées de la Lune et du Soleil est tel que $y = y_1 + y_2$. On a

$$y = a_1 \cos\frac{2\pi t}{T_1} + a_2 \cos\frac{2\pi t}{T_2} .$$

On choisit comme unités les temps en min et on a

$T_1 = 12$ h 25 min $= 745$ min ; $T_2 = 12$ h 00 min $= 720$ min .

$$y = 2{,}1\cos\frac{2\pi t}{745} + 0{,}9\cos\frac{2\pi t}{720} .$$

▸ **2.** A l'instant initial, t = 0 , cos 0 = 1 et $y = 2{,}1 + 0{,}9 = 3{,}0$ m.

▸ **3.** Le déplacement dû à la Lune est maximal pour y_1 maximal c'est-à-dire $\cos\frac{2\pi t}{745} = 1$; $\frac{2\pi t}{745} = 2k\pi$ avec k entier, d'où $t = 745\ k$. La Lune produit un déplacement maximal vers le haut toutes les 12 h 25.

▸ **4.** On a de même y_2 maximal pour $t = 720\ k$. Le Soleil produit un déplacement maximal vers le haut toutes les 12 h 00.

▸ **5.** Pour t_1 = 12 h = 720 min on a

$$y = 2{,}1\cos\frac{2\pi\times 720}{745} + 0{,}9\cos 2\pi = 2{,}95 \text{ m} .$$

Pour t_2 = 12 h 25 min = 745 min on a

$$y = 2{,}1\cos 2\pi + 0{,}9\cos\frac{2\pi\times 745}{720} = 2{,}98 \text{ m} .$$

▸ **6.** On a t_3 = 5 jours = 120 h = 7200 min et

$$y = 2{,}1\cos\frac{2\pi\times 7200}{745} + 0{,}9\cos\frac{2\pi\times 7200}{720} = -0{,}175 \text{ m} .$$

On voit qu'alors le Soleil produit un déplacement maximal, mais pas la Lune, et le décalage entre les deux ondes fait que le déplacement résultant n'est plus du tout important.

4. Ondes lumineuses, ondes sonores

L’être humain perçoit en général les sons de 16 à 20 000 Hz et les couleurs de longueurs d’onde comprises entre 400 et 800 nm. Deux ondes distantes d’une octave ont des fréquences doubles l’une de l’autre.

1. Calculer la fréquence des radiations lumineuses limites rouges et violettes que l’œil perçoit.
2. Sur combien d’octaves s’étend le spectre lumineux perçu par l’homme ?
3. De même, sur combien d’octaves s’étendent les ondes sonores perçues par l’homme ?
4. Comparer et commenter les résultats.

Correction

▸ **1.** Les radiations lumineuses sont des ondes électromagnétiques dont la fréquence et la longueur d'onde sont liées par la relation $f = \frac{c}{\lambda}$, où c est la vitesse de la lumière.

400 nm est la longueur d'onde de la dernière radiation violette perçue.

Sa fréquence est $f = \frac{3.10^8}{400.10^{-9}} = 7,5.10^{14}$ Hz.

800 nm est la longueur d'onde de la dernière radiation rouge perçue.

Sa fréquence est $f' = \frac{3.10^8}{800.10^{-9}} = 3,75.10^{14}$ Hz.

▸ **2.** On fait le rapport des 2 fréquences extrêmes.

On a $\frac{f}{f'} = \frac{7,5.10^{14}}{3,75.10^{14}} = 2$. Les fréquences extrêmes sont dans le rapport 2, les ondes lumineuses extrêmes perçues sont donc distantes d'une octave.

▸ **3.** Le son le plus grave perçu a pour fréquence f_1 = 16 Hertz et le plus aigu a pour fréquence f_2 = 20 000 Hz. Le rapport des fréquences est $\frac{f_2}{f_1} = \frac{20\,000}{16} = 1250$. Combien d'octaves cela couvre-t-il ?

On cherche la puissance $n^{\text{ième}}$ de 2, telle que

$2^n < 1250 < 2^{n+1}$. En calculant les puissances successives de 2 on obtient $2^{10} = 1024$; $2^{10} < 1250 < 2^{11}$.

L'oreille perçoit donc un peu plus de 10 octaves.

▸ **4.** Le spectre audible est bien plus étendu en fréquences que le spectre visible.