

# **CHAPITRE I**

## **LES TRANSFERTS**

### **EN GENIE DES PROCEDES**

Les phénomènes de transfert occupent une place essentielle lorsqu'il s'agit de comprendre et expliquer le fonctionnement d'un procédé de transformation de la matière. Leur connaissance est indispensable lorsqu'il s'agit de les mettre en œuvre, qu'il s'agisse de processus impliquant de simples séparations avec ou sans changements de phase. Ils deviennent complexes en présence des réactions chimiques et lorsqu'ils sont couplés. Par exemple, l'écoulement et le mélange des fluides, le contrôle de la température, la nature et la vitesse des réactions chimiques ou biochimiques sont fortement tributaires des transferts à la fois mécaniques, énergétiques et matériels.

Pour faciliter l'étude, ces phénomènes de transfert seront abordés de façon séquentielle. Nous débuterons par les processus mis en jeu dans le transfert de matière : diffusion moléculaire et transfert convectif. Dans la deuxième partie nous développerons l'étude du transfert de quantité de mouvement en rappelant les notions indispensables de la mécanique des fluides. Nous terminerons par la présentation du transfert d'énergie et plus particulièrement du transfert de chaleur par conduction convection et rayonnement. Chaque fois que possible on cherchera à donner un aperçu des théories moléculaires des transferts et établir les bases des modèles phénoménologiques utilisés par l'ingénieur pour le calcul des procédés.

Sans s'attarder sur le formalisme mathématique nous aborderons les processus à l'échelle macroscopique et microscopique afin de disposer des outils indispensables à l'ingénieur de procédé. En effet lorsque l'on cherche à simuler un procédé, l'outil mathématique est incontournable pour résoudre une grande variété de problèmes qui se présente à chaque étape de son développement depuis sa conception jusqu'à son optimisation en passant par son fonctionnement. Que ce soit en régime permanent ou transitoire, les bilans de matière, de quantité de mouvement et d'énergie doivent être parfaitement appréhendés.

## 1 – TRANSFERTS UNIDIRECTIONNELS

### 1.1. Cas d'une phase non homogène

Le transport de la matière et de l'énergie dans un milieu monophasique solide, liquide ou gazeux obéit à des lois qui décrivent les mécanismes et permettent de savoir comment favoriser ou limiter les transferts.

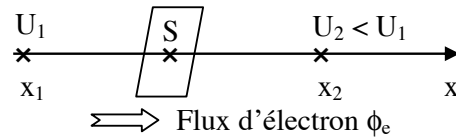
On montrera que le transport est conditionné par la présence d'un gradient (de température, de potentiel électrique, de concentration ou de vitesse...) qui se traduit par des débits ou flux (de chaleur, d'électron, de matière et de quantité de mouvement).

Nous nous limiterons à une analyse séparée des transferts en sachant que très fréquemment ces transferts sont couplés c'est-à-dire qu'ils se produisent simultanément en s'influçant.

### 1.2. Transfert électrique

Dans le cas du transfert des électrons on a l'expression de la loi d'Ohm :

$$\phi_e = I = \frac{de}{dt} = -\gamma \cdot S \cdot \frac{dU}{dx}$$



avec  $R = \frac{x}{\gamma S}$  soit  $U = RI$

Le transfert d'électron a lieu lorsque dans le milieu considéré deux points sont à des potentiels électriques différents  $U_1 \neq U_2$ . Le transfert s'effectue des hauts potentiels vers le potentiel le plus bas. Les unités SI suivantes sont utilisées :

e : coulomb [C]	$\frac{de}{dt} = I$ : débit d'électron, intensité [A] $\equiv$ [C/s]
U : potentiel électrique [V]	$\gamma$ : conductivité électrique [A/m.V]
x : longueur [m]	$\frac{\phi_e}{S}$ : densité de flux électrique [A/m <sup>2</sup> ]
S : section de passage [m <sup>2</sup> ]	R : résistance [ $\Omega$ ] $\equiv$ [V/A]

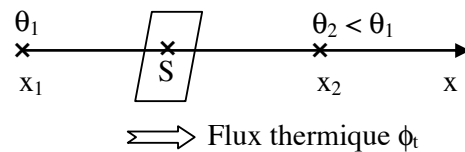
$\phi_e$  : flux électronique [A]

$\frac{dU}{dx}$  : gradient de potentiel [V/m]

### 1.3. Transfert thermique

Dans le cas du transfert de chaleur on dispose de la loi de Fourier

$$\phi_t = \frac{dQ_t}{dt} = -\lambda S \frac{d\theta}{dx}$$



Le transfert de chaleur se produit lorsqu'en deux points du milieu considéré il apparaît une différence de température  $\theta_1 \neq \theta_2$ . Le transfert de chaleur s'effectue des hautes températures vers les basses températures. Les unités SI suivantes sont utilisées :

$Q_t$  : quantité de chaleur [J]

$\phi_t = \frac{dQ_t}{dt}$  : débit de chaleur [W]

$\theta$  : température [°C]

$\lambda$  : conductivité thermique [W/m.K]

$x$  : longueur [m]

$\frac{\phi_t}{S}$  : densité de flux thermique [W/m<sup>2</sup>]

$S$  : section de passage [m<sup>2</sup>]

$\alpha = \frac{\lambda}{\rho.C_p}$  : diffusivité thermique [m<sup>2</sup>/s]

$\frac{dT}{dx}$  : gradient de température [K/m]

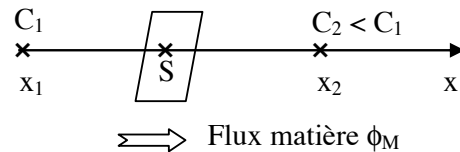
$\rho$  : masse volumique [kg/m<sup>3</sup>]

$C_p$  : capacité massique [J/kg.K]

### 1.4. Transfert de matière

Le transfert de matière est gouverné par la loi de Fick :

$$\phi_M = \frac{dQ_M}{dt} = -D.S. \frac{dC}{dx}$$



Le transfert d'un constituant dans un milieu se produit lorsqu'en deux points de la solution il apparaît des concentrations différentes  $C_1 \neq C_2$ . Le transfert s'effectue des fortes concentrations vers les faibles concentrations. Les unités SI suivantes doivent être utilisées :

$Q_M$  : quantité de matière [kg] ou [mole]       $D$  : coefficient de diffusion [ $m^2/s$ ]  
 $C$  : concentration [ $kg/m^3$ ] ou [ $mole/m^3$ ]       $t$  : temps [s]  
 $x$  : distance [m]       $S$  : section de passage [ $m^2$ ]

$\frac{dC}{dx}$  : gradient de concentration [ $kg/m^4$ ] ou [ $mole/m^4$ ]

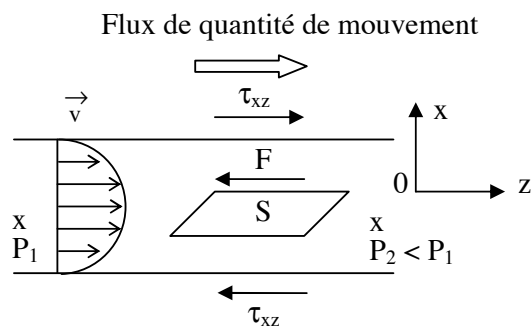
$\phi_M$  : flux ou débit de matière [kg/s] ou [mole/s]

### 1.5. Transfert de quantité de mouvement

Le transfert de quantité de mouvement se produit au cours de l'écoulement d'un fluide. La loi de l'écoulement est donnée par la loi de Newton :

$$\frac{d[m.v]}{dt} = -\mu.S. \frac{dv}{dx} = F$$

avec  $\frac{F}{S} = \tau = -\mu \frac{dv}{dx}$



L'écoulement du fluide se produit lorsqu'une différence de pression apparaît entre deux points d'un circuit  $P_1 \neq P_2$ .

Pour le cas considéré où le fluide est entre deux plans horizontaux, l'écoulement se produit dans le sens des pressions décroissantes. Sur les parois la vitesse du fluide est nulle. Sur l'axe de l'écoulement la vitesse est maximale. Le plan de fluide de surface  $S$  perpendiculaire à  $Ox$  exerce sur les plans de fluides voisins une force de frottement  $F$ . Le rapport de cette force sur la surface est proportionnel au gradient de vitesse du fluide. Le coefficient de proportionnalité est la viscosité dynamique qui traduit l'importance des interactions intermoléculaires dans le milieu considéré. Les unités SI suivantes doivent être utilisées :

$m.v$  : quantité de mouvement d'un élément de fluide [kg.m/s]

$V$  : vitesse de l'élément de fluide [m/s]

$m$  : masse de l'élément de fluide [kg]

$x$  : distance par rapport à l'axe d'écoulement [m]

$S$  : surface unitaire [m<sup>2</sup>]

$\frac{d[m.v]}{dt}$  : débit de quantité de mouvement [kg.m/s<sup>2</sup>]

$F$  : force de frottement [N]

$\frac{F}{S} = \tau$  contrainte ou densité de quantité de mouvement ou flux [Pa]  $\equiv$  [N/m<sup>2</sup>]

$\tau_{xz}$  : contrainte dans la direction  $z$  sur un plan perpendiculaire à  $Ox$

$\tau_{xz} > 0$  pour  $x > 0$  et  $\tau_{xz} < 0$  pour  $x < 0$

$\frac{dv}{dx}$  : gradient de vitesse [s<sup>-1</sup>]

$\mu$  : viscosité dynamique poiseuille [PI]  $\equiv$  [kg/m.s]  $\equiv$  [Pa.s]

$\eta = \frac{\mu}{\rho}$  : viscosité cinématique [m<sup>2</sup>/s]

$\rho$  : masse volumique [kg/m<sup>3</sup>]

## 1.6. Conclusion sur les transferts

En résumé, quelle que soit la nature du transfert on peut conclure que le transfert d'une grandeur extensive  $E$  dans une phase est réalisé lorsqu'un gradient de potentiel d'une grandeur intensive apparaît dans ce même milieu. Quelle que soit la nature de la grandeur extensive transférée (électron, chaleur, matière, quantité de mouvement) la loi générale est la suivante :

$$\phi = \frac{dE}{dt} = -K.S \cdot \frac{dV}{dx}$$

avec  $\phi$  : flux ou débit de la grandeur extensive

E : grandeur extensive

t : temps

K : conductivité =  $f(T)$  : grandeur tabulée

S : surface, section de passage

V : grandeur intensive

x : distance

$\frac{dV}{dx}$  : gradient de la grandeur intensive

On peut tout d'abord remarquer que les grandeurs  $\alpha$ ,  $\eta$  et D ont la même dimension [ $m^2/s$ ], elles sont donc des grandeurs de similitude entre les différents processus de transfert. Les conductivités mises en jeu dans les transferts ( $\gamma$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ , D) sont des grandeurs tabulées qui varient avec la température. Compte tenu des expressions, l'augmentation du transfert des grandeurs extensives (électron, chaleur, matière et quantité de mouvement) peut être obtenue lorsque la surface (S) et/ou le gradient de la grandeur intensive  $\left(\frac{dV}{dx}\right)$  augmentent. On peut également agir sur les conductivités ( $\gamma$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ , D) qui augmentent généralement avec la température.

## 2 – INTRODUCTION AUX BILANS

Les procédés développés en génie chimique peuvent être décrits par des modèles mathématiques basés sur la conservation des grandeurs fondamentales du phénomène observé : la matière (masse en kg ou mole), l'énergie (J) et la quantité de mouvement  $m \vec{v}$  (en  $kg.m.s^{-1}$ ).

Ces bilans sont réalisés dans tout ou partie de l'espace dit « volume de contrôle » entouré par la « surface de contrôle » qu'il s'agit de définir judicieusement par rapport à l'échelle des phénomènes étudiés. Lorsque le volume de contrôle est petit les bilans sont microscopiques et le formalisme mathématique fait appel aux équations différentielles. Lorsque le volume de contrôle augmente, on utilise les intégrales pour obtenir les bilans de type macroscopique. Le bilan microscopique permettra de connaître l'évolution des paramètres fondamentaux présentant des gradients dans le volume étudié. Le bilan macroscopique est quant à lui fondé sur une analyse globale à l'entrée et à

la sortie du volume sur les grandeurs étudiées (matière, énergie, quantité de mouvement).

## 2.1. Les variables

Les variables sont de deux types. Les variables dépendantes qui s'influencent entre elles ( $\rho$ ,  $P$ ,  $T$ ,  $Q_v$ ,  $\mu$ ,  $C_p$ ...). D'autres sont indépendantes : le temps  $t$  et les coordonnées spatiales en coordonnées rectangulaires ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ), en coordonnées cylindriques ( $r$ ,  $\theta$ ,  $z$ ), ou en coordonnées sphériques ( $r$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$ ).

## 2.2. Les équations de bilans : équations fondamentales

Dans le volume de contrôle retenu, la grandeur fondamentale étudiée de quantité  $X$  est conservative. Ce principe de conservation conduit à trois équations fondamentales.

La première dite équation de continuité repose sur un bilan matière mettant en œuvre le principe de conservation de la masse.

La deuxième dite équation du mouvement est obtenue en effectuant un bilan de force et en appliquant le principe fondamental de la mécanique.

La troisième résulte d'un bilan d'énergie mettant en jeu le principe de conservation de l'énergie.

Soit  $X$  l'une des trois grandeurs conservatives, l'écriture du bilan pour l'intégrale de temps

$$\Delta t = t_2 - t_1 \text{ s'écrit : } X_{t_2} = X_{t_1} + X_{\text{entré ou formé pendant } \Delta t} - X_{\text{sortie ou disparu pendant } \Delta t}$$

avec

$X_{t_2}$  : quantité de  $X$  contenue dans le volume de contrôle au temps  $t_2$

$X_{t_1}$  : quantité de  $X$  contenue dans le volume de contrôle au temps  $t_1$

$X_{\text{entré ou formé}}$  : quantité de  $X$  entrée à travers la surface de contrôle ou produite à l'intérieur du volume de contrôle pendant l'espace temps  $\Delta t$

$X_{\text{sorti ou disparu}}$  : quantité de  $X$  sortie à travers la surface de contrôle ou consommée à l'intérieur du volume de contrôle pendant l'espace temps  $\Delta t$

Selon l'élément de surface  $\Delta S$  ou l'élément de volume  $\Delta V$  considérés

pour le raisonnement il faut admettre que la représentation de la totalité de la surface et du volume pour lesquels nous effectuons les bilans seront d'autant plus précis et localisées que  $\Delta V \rightarrow 0$  et  $\Delta S \rightarrow 0$ .

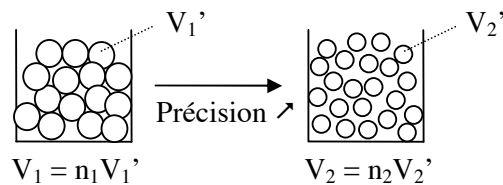
Il y a donc deux approches ; la première consiste à effectuer les bilans macroscopiques qui ne prennent en compte que l'aspect global sur les paramètres entrant et sortant du système. En revanche, la connaissance de l'évolution des paramètres au cœur du système consiste à effectuer les bilans microscopiques ou locaux.

### 2.3. Définitions et relations entre les grandeurs physiques

Au cours de l'exposé qui va suivre nous seront amenés à utiliser des écritures mathématiques et des définitions sur de nombreuses grandeurs. Il est donc nécessaire de bien les définir en préambule.

- **Le volume**  $\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \sum_v \Delta V = \int_v dV$

La signification physique de l'opérateur  $\int_{\Delta V \rightarrow 0}^{dV} V$  peut être illustrée par la figure ci-dessous. Si l'on souhaite connaître le volume  $V$  d'un récipient en comptabilisant le nombre «  $n$  » de sphères de volume unitaire  $V'$ , on augmentera la précision de la mesure si  $V' \rightarrow 0$ .



- **La masse** : la masse  $m$  dans un volume de contrôle  $V$  au temps  $t$  est obtenue à partir de petites masses  $\Delta m$  contenues dans un petit volume  $\Delta V$  avec

$$\sum_v \Delta m = \sum_v \rho \Delta V$$

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \sum_v \rho \Delta V = \int_v \rho dV$$