

## LOIS FONDAMENTALES DE L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

### 1. GÉNÉRALITÉS SUR LA LUMIÈRE ET APPROXIMATION DE L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

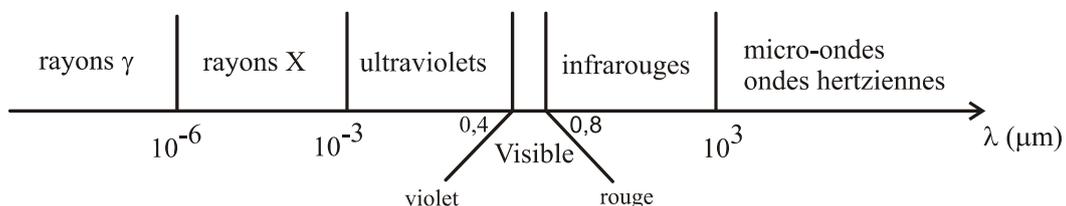
#### 1.1. Nature ondulatoire de la lumière

##### 1.1.1. Propagation de la lumière dans le vide

La lumière blanche peut être considérée comme la superposition d'ondes électromagnétiques monochromatiques se propageant dans le vide à la célérité  $c = 299792458 \text{ m.s}^{-1} \approx 3,00.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

Une onde électromagnétique monochromatique correspond à la propagation d'un champ électrique  $\vec{E}(M,t)$  et d'un champ magnétique  $\vec{B}(M,t)$ . Elle est caractérisée par sa fréquence  $\nu$  ou sa période temporelle  $T = \frac{1}{\nu}$  indépendante du milieu de propagation. Elle possède également une période spatiale appelée longueur d'onde. Elle est définie dans le vide par  $\lambda = c.T = \frac{c}{\nu}$ .

Le domaine de la lumière visible par l'œil humain correspond aux longueurs d'onde dans le vide comprise entre 0,4 et 0,8  $\mu\text{m}$ . Le spectre visible ne représente qu'une infime partie du spectre électromagnétique :



##### 1.1.2. Propagation de la lumière dans les milieux matériels

Dans un milieu homogène (même composition en tout point), transparent (n'absorbe pas la lumière) et isotrope (mêmes propriétés dans toutes les

directions), la vitesse de propagation  $v$  d'une onde monochromatique devient inférieure à la célérité de la lumière dans le vide  $c$ .

**On appelle indice de réfraction du milieu, le rapport noté  $n$  et supérieur à 1 :**

$$n = \frac{c}{v}$$

Pour la lumière visible et les milieux transparents,  $n$  décroît lorsque la longueur d'onde augmente :

$$\lambda_{\text{bleu}} < \lambda_{\text{rouge}} \quad \text{donc} \quad n_{\text{bleu}} > n_{\text{rouge}}$$

Cette dépendance de  $n$  avec  $\lambda$  est à l'origine du **phénomène de dispersion** qui correspond à une décomposition de la lumière lorsque celle-ci traverse un milieu transparent (un prisme, des gouttelettes d'eau lors d'un arc-en-ciel...)

La plupart des milieux transparents ont un indice qui vérifie assez bien la formule empirique de Cauchy :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad (\text{A et B sont des constantes spécifiques du milieu}).$$

La longueur d'onde d'une radiation monochromatique dépend de l'indice  $n$  du milieu traversé, contrairement à la période  $T$ .

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{vide}} &= c.T && \text{longueur d'onde dans le vide} \\ \lambda_{\text{milieu}} &= v.T = \frac{c}{n}.T = \frac{\lambda_{\text{vide}}}{n} && \text{longueur d'onde dans un milieu} \\ &&& \text{d'indice } n. \end{aligned}$$

L'indice de l'air dans les conditions normales (au niveau de la mer, sous 1 bar et 273 K) est 1,000293. Nous assimilerons donc, par la suite, l'air au vide, avec une précision à 4 chiffres significatifs.

Le tableau ci-dessous donne quelques valeurs d'indices. On retiendra la valeur usuelle 1,33 pour l'indice de l'eau. Les variétés de verre sont nombreuses et leurs indices varient entre 1,4 et 1,9. Les valeurs élevées de l'indice du diamant sont à l'origine de sa brillance tant appréciée.

	$n(\lambda = 486 \text{ nm})$	$n(\lambda = 589 \text{ nm})$	$n(\lambda = 656 \text{ nm})$
eau	1,3371	1,3330	1,3311
Verre courant (crown)	1,522	1,517	1,514
Verre cristal (flint)	1,682	1,666	1,658
diamant	2,435	2,417	2,410

## 1.2. Nature corpusculaire et coexistence des 2 modèles

La théorie ondulatoire devient inopérante pour décrire des phénomènes tels que les spectres de raies ou l'effet photoélectrique (émission d'électrons par un métal sous l'action d'un rayonnement électromagnétique). Par contre, ces phénomènes s'interprètent aisément si l'on considère qu'une onde lumineuse de fréquence  $\nu$  est constituée de corpuscules, les photons. Chaque photon a une masse nulle, se déplace à la vitesse de la lumière et possède l'énergie  $E = h.\nu$  ( $h$  est la constante de Planck,  $h = 6,626.10^{-34}$  J.s).

Les 2 modèles, ondulatoire et corpusculaire, ne sont pas contradictoires ; cette dualité onde-corpuscule est en fait nécessaire pour interpréter l'ensemble des propriétés de la lumière.

## 1.3. Approximation de l'optique géométrique

L'optique géométrique est une approximation qui consiste à décrire la lumière en terme de rayons lumineux. **Un rayon lumineux matérialise, par une courbe orientée, le trajet suivi par la lumière.** Nous devrions plutôt parler de pinceau lumineux (ensemble de rayons lumineux indépendants les uns des autres) : il est en effet, impossible d'isoler expérimentalement un rayon lumineux à cause du phénomène de diffraction. L'optique géométrique ne peut être utilisée que lorsque les limitations dues à la diffraction ne sont pas décelables expérimentalement : ceci est réalisé lorsque les dimensions des ouvertures utilisées restent grandes devant la longueur d'onde de l'onde lumineuse.

## 1.4. Principe de Fermat

L'énoncé original du principe de Fermat (Pierre de Fermat, 1601-1665) est le suivant : « la lumière se propage d'un point à un autre sur une trajectoire telle que la durée du parcours soit minimale ».

**Dans un milieu transparent, homogène et isotrope,** le chemin le plus rapide entre deux points étant la ligne droite, **la lumière se propage en ligne droite.**

Dans un milieu non homogène, les rayons lumineux suivent des lignes courbes. L'œil (et le cerveau) n'interprétant que la propagation en ligne droite, la perception des objets est erronée : c'est le phénomène de mirages (Voir paragraphe 4.).

## 2. LOIS DE SNELL-DESCARTES

### 2.1. Introduction

Soit un rayon lumineux se propageant (en ligne droite) dans un milieu transparent, homogène et isotrope. Ce rayon atteint la surface de séparation d'avec un autre milieu transparent, homogène et isotrope. Qu'advient-il de ce rayon ? Quelle est la conséquence de la brusque variation de l'indice de réfraction ?

Des expériences ont permis d'établir des lois régissant le comportement d'un rayon lumineux à l'interface de deux milieux, ce sont **les lois de Snell-Descartes**. Le français René Descartes (1596-1650) étudia, en effet, le phénomène et publia ces résultats en 1637. On s'apercevra plus tard qu'un hollandais, Willebrord Snell (1580-1626), avait déjà découvert ces lois, sans toutefois les publier (il est fort probable que Descartes ait eu connaissance des travaux de Snell).

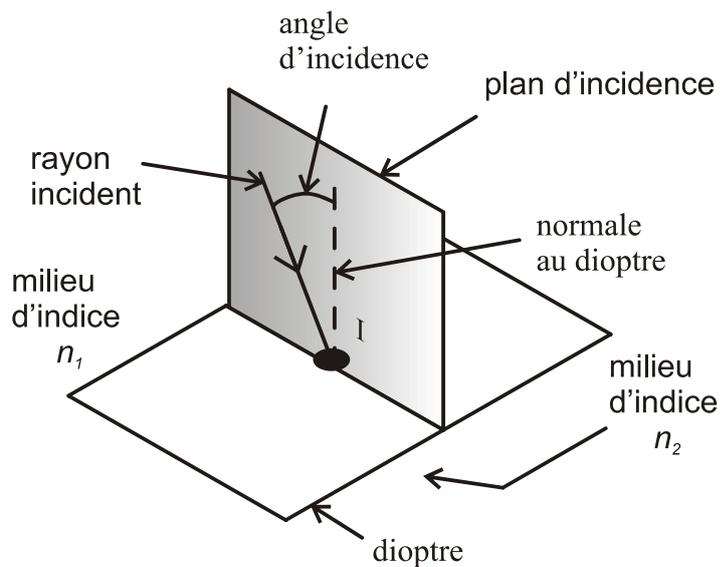
### 2.2. Notions de dioptre et de plan d'incidence

Deux milieux transparents, homogènes, isotropes d'indices de réfraction différents ( $n_1$  et  $n_2$ ) sont séparés par une surface appelée **dioptre**.

Considérons un rayon lumineux incident se propageant dans le milieu d'indice  $n_1$ . Il arrive au point  $I$  de la surface de séparation des 2 milieux.  $I$  est appelé **point d'incidence**.

Le plan contenant le rayon incident et la normale au dioptre est le **plan d'incidence**.

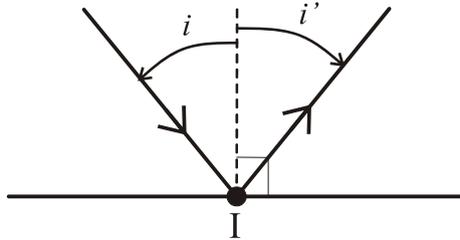
Le rayon incident donne en général naissance à 2 rayons, un rayon **réfléchi** qui se propage dans le milieu d'indice  $n_1$  et un rayon **réfracté** ou transmis qui se propage dans le milieu d'indice  $n_2$ . Si le dioptre est un miroir, le rayon incident est complètement réfléchi ; il n'y a pas de réfraction.



### 2.3. Les lois de la réflexion

**1<sup>ère</sup> loi :** Le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence

**2<sup>ème</sup> loi :** Les angles d'incidence  $i$  et de réflexion  $i'$  sont opposés :  $i' = -i$

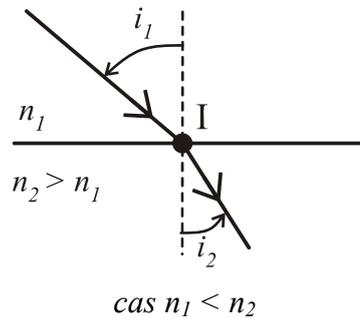
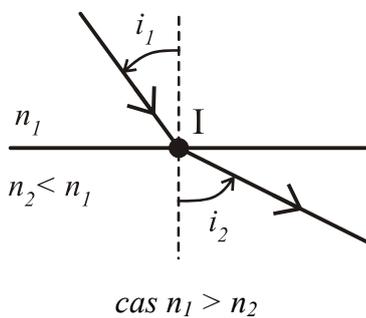


### 2.4. Les lois de la réfraction

**1<sup>ère</sup> loi :** Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence

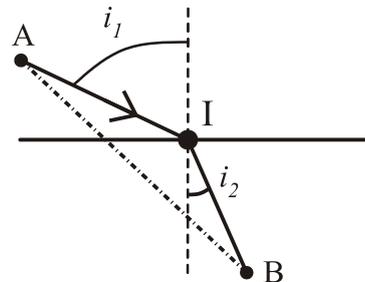
**2<sup>ème</sup> loi :** Les angles d'incidence  $i_1$  et de réfraction  $i_2$  vérifient la relation

$$n_1 \cdot \sin(i_1) = n_2 \cdot \sin(i_2)$$



Le rayon lumineux est plus proche de la normale dans le milieu le plus réfringent, c'est-à-dire d'indice le plus élevé.

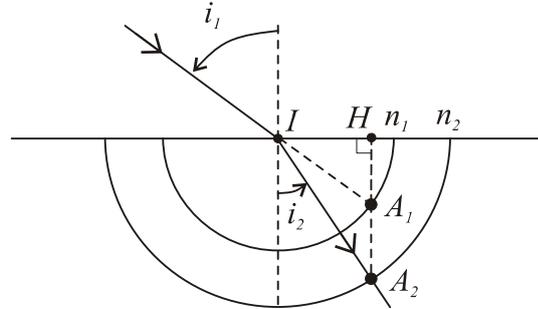
Une analogie simple permet de comprendre que la 2<sup>ème</sup> loi de la réfraction est bien en accord avec le principe de Fermat. Imaginons un maître-nageur se trouvant en un point  $A$  d'une plage, il doit secourir un baigneur se trouvant dans la mer en un point  $B$ . Le maître-nageur se déplaçant plus rapidement sur la plage que dans l'eau (vitesses  $v_{nage} < v_{course}$ ), le chemin le plus rapide pour rejoindre le point  $B$  n'est évidemment pas la ligne droite. Nous pouvons montrer (très bon exercice de



cinématique du point matériel !) que le chemin le plus rapide sera tel que  $n_1 \cdot \sin(i_1) = n_2 \cdot \sin(i_2)$  avec  $\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_{nage}}{v_{course}}$ .

#### Construction de Descartes d'un rayon réfracté :

Traçons, dans le plan d'incidence, deux demi-cercles de centre  $I$  (point d'incidence), placés dans le milieu d'indice  $n_2$  et de rayons  $n_1$  et  $n_2$ . Notons  $A_1$ , le point d'intersection du demi-cercle de rayon  $n_1$  avec le prolongement du rayon incident et  $H$ , le projeté orthogonal de  $A_1$  sur le plan tangent au dioptre passant par  $I$ .



$IH = IA_1 \cdot \sin(i_1) = n_1 \cdot \sin(i_1) = n_2 \cdot \sin(i_2)$  donc  $IH = IA_2 \cdot \sin(i_2)$  où  $A_2$  est le point d'intersection du demi-cercle de rayon  $n_2$  avec la droite  $(HA_1)$ . Le rayon réfracté passe  $A_2$ .

### 2.5. Principe du retour inverse de la lumière

Le sens de propagation de la lumière n'intervient pas dans les lois de Descartes. Un rayon lumineux se propageant dans le milieu d'indice  $n_2$  avec un angle d'incidence  $i_2$  est réfracté dans le milieu d'indice  $n_1$  avec un angle de réfraction  $i_1$  tel que  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ . Les lois de Descartes obéissent ainsi au principe du retour inverse de la lumière : **Tout trajet suivi par la lumière dans un sens peut l'être en sens opposé.**

## 3. CONSÉQUENCES DES LOIS DE SNELL-DESCARTES

### 3.1. Passage d'un milieu (1) à un milieu (2) plus réfringent ( $n_2 > n_1$ ). Angle de réfraction limite

Alors  $i_2 < i_1$  : le rayon réfracté se rapproche donc de la normale et l'angle de réfraction admet une valeur maximale appelée angle de réfraction limite  $i_{2\text{lim}}$ .

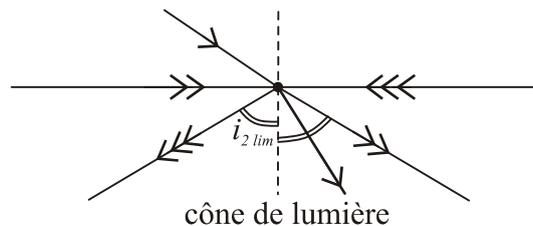
L'angle d'incidence  $i_1$  appartient à l'intervalle  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .

D'où  $0 \leq \sin(i_1) \leq 1$  puis  $0 \leq n_1 \cdot \sin(i_1) \leq n_1$  et sachant que  $n_1 \cdot \sin(i_1) = n_2 \cdot \sin(i_2)$ , il vient  $0 \leq \sin(i_2) \leq \frac{n_1}{n_2}$  puis, en prenant  $i_2$  dans l'intervalle  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ , on obtient  $0 \leq i_2 \leq \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$

L'angle de réfraction limite est donc  $i_{2\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$

En conséquence, lors du passage d'un milieu (1) vers un milieu (2) plus réfringent, les rayons réfractés sont tous situés dans un cône de réfraction de demi-angle au sommet  $i_{2\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$ .

Représentons le cheminement de quelques rayons lumineux :



Exemple : pour le dioptre air-verre,  $i_{2\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{1,00}{1,33}\right) = 48,7^\circ$

### 3.2. Passage d'un milieu (1) à un milieu (2) moins réfringent ( $n_2 < n_1$ ). Réflexion totale

Alors  $i_2 > i_1$  : le rayon réfracté s'éloigne donc de la normale et l'angle de réfraction peut prendre toutes les valeurs de l'intervalle  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .

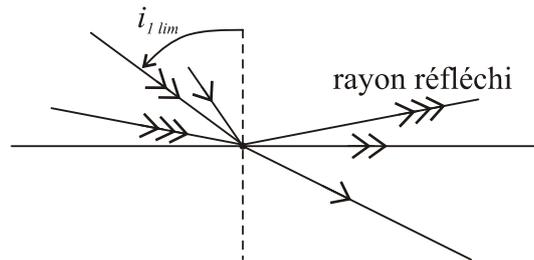
D'où  $0 \leq \sin(i_2) \leq 1$  puis  $0 \leq n_2 \cdot \sin(i_2) \leq n_2$  et sachant que  $n_1 \cdot \sin(i_1) = n_2 \cdot \sin(i_2)$ , il vient  $0 \leq \sin(i_1) \leq \frac{n_2}{n_1}$  puis, en prenant  $i_1$  dans l'intervalle  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ , on obtient  $0 \leq i_1 \leq \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

Il existe ainsi un angle d'incidence limite appelé **angle de réflexion totale**

$$i_{lim} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right).$$

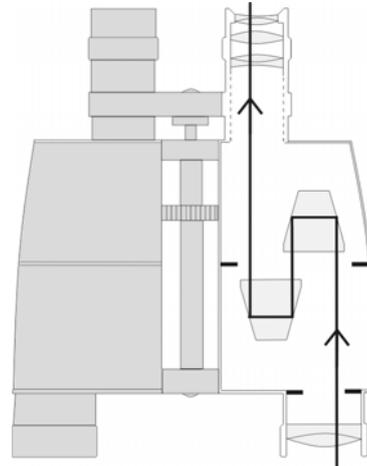
Lorsque l'angle d'incidence est supérieur à l'angle de réflexion totale, le rayon incident n'est pas réfracté, il est totalement réfléchi, c'est le **phénomène de réflexion totale**.

Représentons le cheminement de quelques rayons lumineux :



Applications du phénomène de réflexion totale :

- Prisme à réflexion totale utilisé dans les jumelles



- Fibre optique à saut d'indice : c'est un tube de verre (le cœur) entouré d'une gaine dont l'indice de réfraction est plus faible. Elle permet le guidage de la lumière. Elle est utilisée à des fins décoratives (fontaines lumineuses), pour l'éclairage (panneaux de signalisation, enseignes, surlignage de bâtiment...), en médecine (en endoscopie ou associée à un laser pour pulvériser un calcul rénal ou découper une tumeur), dans les télécommunications (cependant les fibres optiques à saut d'indice sont peu performantes et n'autorisent que de faibles débits)...

