

Chapitre 1. Les caractéristiques de l'épreuve de connaissances générales

1. Nombre de QCM et durée de l'épreuve

L'épreuve de connaissances générales représente l'essentiel des points du test Arpège, et pour cause puisqu'elle repose *a minima* sur 100 QCM et qu'elle peut être portée certaines années jusqu'à 150 QCM !

Ainsi l'épreuve peut répondre à 2 formats selon les années :

- 100 QCM en 20 mn.
- 150 QCM, auquel cas la durée de l'épreuve est portée à 30 mn.

Reste que le modèle assis sur 100 QCM est de loin le plus courant.

2. Le format et la logique des QCM de « Connaissances générales »

a) La question-type

Chaque QCM présente une série de 4 solutions possibles, ni plus ni moins ; dont une et une seule est exacte.

QCM 1. Qui était Président de la République française en 1976 ?

- a. François Mitterrand
- b. Valéry Giscard d'Estaing**
- c. Georges Pompidou
- d. Charles de Gaulle

b) Le système du bonus/malus

Le Arpège est assis sur une logique de QCM dégressif : c'est-à-dire que chaque mauvaise réponse a pour conséquence la perte d'un point... La philosophie de ce type de QCM est naturellement d'éviter de transformer une épreuve de connaissances en une loterie régie par le seul hasard.

- Les bonnes réponses sont ainsi récompensées de 3 points.
- Les mauvaises réponses coûtent par contre, chacune, un point au candidat.

- Les QCM laissés vierges (sans réponse) n'impactent pas le crédit de points acquis.

Exemple :

QCM 1 : Juste (+ 3 points)
QCM 2 : Faux (– 1 point)
QCM 3 : pas de réponse (0 point)

Total : + 2 points

Chapitre 2. Opter pour la stratégie gagnante

Au regard du nombre de questions posées par l'épreuve de Connaissances générales le caractère dégressif du Test Arpège peut avoir de lourdes conséquences. En effet, 100 QCM, c'est potentiellement 300 points collectés ; mais c'est aussi – par voie de conséquence – la possibilité de se voir débiteur jusqu'à 100 points sur les bonnes réponses acquises au gré des autres épreuves. Autant dire que votre score au Arpège dépend pour une large part de la stratégie que vous allez déployer sur l'épreuve de « *Connaissances générales* ».

En effet il est bien question de stratégie. Car, contrairement à ce que pourrait laisser penser ce type d'épreuve, le hasard ne jouera qu'un rôle marginal sur votre score final. Cette affirmation peut laisser perplexe et le fait de remettre en cause le caractère aléatoire de cette épreuve paraît presque contre-intuitif. Cependant les probabilités permettent de le démontrer.

Quelle place pour le hasard ?

Ne nous le cachons pas, la majorité des candidats récoltent des résultats relativement médiocres sur l'épreuve de « *Connaissances générales* ». Et pour cause : il s'agit d'une épreuve dont le niveau est relevé et – disons-le – difficile d'accès sans préparation spécifique. Ce niveau de difficulté présente toutefois un avantage pour les candidats qui seront en mesure de travailler et de progresser sur cette épreuve. Ces derniers prendront une véritable longueur d'avance sur leurs concurrents. Rappelons que **ce test vaut en effet – à lui seul – plus de points que toutes les autres épreuves réunies du Arpège !**

J'ai souvenir à cet égard d'un étudiant qui, un peu dépité par son résultat au tout premier exercice d'entraînement de l'année, disait à ses camarades : « *de toute façon, vu le niveau des questions, tout le monde répond un peu au hasard et c'est la chance qui joue le plus !* ». Réaction compréhensible... surtout lorsque les étudiants découvrent, perplexes, des questions – à l'instar de ce QCM issu de la session 2012 – qui leur demande le nom de ce physicien qui a découvert la

matière noire inobservable de l'univers et que se présentent devant eux quatre nom relativement inconnus !

Mais est-il possible pour autant de dire que le hasard joue un rôle prépondérant ? Quelle est la place réelle de la chance dans le résultat final... ?

Pour se convaincre du fait qu'une épreuve de ce type repose beaucoup moins sur le hasard qu'on ne le pense, mais sur le travail et sur la stratégie, en somme pour relativiser la dimension « chance » d'un exercice de ce type, il suffit de partir de l'hypothèse d'un candidat répondant systématiquement au hasard sur les 100 QCM de Culture générale...

Son « espérance mathématique » de bonnes réponses est alors de 25. En somme, notre candidat, du point de vue mathématique, devrait – selon les règles des probabilités –, tomber juste sur 25 des 100 QCM, et donc opter pour la mauvaise réponse sur 75 autres QCM. Notre candidat a en effet, sur chaque question, une chance sur quatre de tomber juste... C'est assez logique.

Soit un score final sur l'épreuve de :

$$\begin{aligned} &+ 75 \text{ points (25 bonnes réponses} \times 3 \text{ points)} - 75 \text{ points négatifs} \\ &\quad \quad \quad (75 \text{ mauvaises réponses)} \\ &= \mathbf{0 \text{ point !}} \end{aligned}$$

Les mathématiques aboutissent ainsi à cette solution étonnante. **Un candidat répondant totalement au hasard et s'en remettant ainsi à sa « bonne étoile » doit obtenir un score proche de zéro point sur l'épreuve de connaissances générales.**

Dès lors, puisque le hasard ne joue qu'un rôle secondaire, et que tout dépend de la stratégie déployée par le candidat, reste à déterminer la stratégie la plus probante... Il existe à cet égard 2 profils classiques de candidats et deux types de stratégie :

1. Les deux stratégies « classiques »

Il importe d'abord de sélectionner le profil de candidat auquel vous vous rattachez. Cela nous permettra *in fine* de mieux appréhender la manière dont il conviendra d'aborder l'épreuve.

a) Le « Rentier »

Le « rentier » correspond à un profil de **candidat prudent** qui mesure et pondère son choix, quitte à réfléchir longtemps, avant de finalement hésiter et de s'abstenir de répondre dès lors qu'il a le moindre doute sur la réponse. En somme il ne prend aucun risque et se contente de répondre aux questions pour lesquelles il est **certain d'avoir la réponse juste** et donc pour lesquelles il est certain de capitaliser les 3 points à son crédit total. En tout état de cause sa stratégie vise à éviter de se voir retirer des points en répondant à tort...

Le rentier limitera ainsi ses possibilités de gains (en laissant vierge un nombre important de QCM) mais il limitera aussi ses pertes ! Il va sans dire qu'un candidat très bon sur la partie « Problèmes algébriques », « Logique », et « Mémorisation » a effectivement tout à perdre sur l'épreuve de « Connaissances générales » ; et on peut alors comprendre cette prudence. À l'inverse un candidat qui connaît plus de difficultés sur les autres épreuves n'aura quant à lui rien à perdre et tout intérêt à tenter sa chance... Il sera alors probablement tenté d'opter pour la seconde stratégie...

b) Le « Joueur de casino »

À l'instar des amateurs de casinos et du jeu de la roulette il s'agit ici de **prendre systématiquement le risque de la réponse** sans avoir la moindre idée du résultat. Que l'on ait ou non une idée précise de la réponse, qu'importe, **le joueur tente sa chance**.

Le Test Arpège, par certains aspects, semble inviter à adopter cette stratégie. En effet la rémunération du risque est attrayante ! Une bonne réponse se voit récompenser de 3 points alors qu'une mauvaise réponse ne coûte qu'un seul point... Le calcul est vite fait.

De là bon nombre de candidats, souvent des représentants de la gent masculine d'ailleurs, optent pour une stratégie du risque maximum et tentent leur chance sur chaque QCM quand bien même ils n'ont pas la moindre idée de la bonne réponse. Force est de reconnaître que le différentiel entre bonne et mauvaise réponse demeure créditeur (+ 3 points pour une bonne réponse contre la perte d'1 seul point en cas de mauvaise réponse). Ce potentiel est tentant et il peut facilement créer des vocations de joueurs de casino. Reste à savoir ce qu'il en est véritablement en termes de résultats...

2. Choisir la meilleure stratégie

L'idée n'est en aucun cas de proscrire définitivement l'une ou l'autre de ces stratégies, d'autant que l'une comme l'autre répondent en réalité – en premier lieu – à votre personnalité et que celle-ci risque bien de reprendre le dessus durant l'épreuve si vous essayer de forcer le trait. Mais essayons d'analyser les choses un peu plus en détail.

a) Bilan coût / avantage de la stratégie du « Rentier »

Prenons à cet égard un exemple : imaginons que notre candidat « Rentier », un peu frileux, connaisse avec certitude la réponse aux 20 premiers QCM, auxquels il prend donc soin de répondre, mais qu'il n'ait aucune certitude sur les 80 QCM suivants. Appliquant sa stratégie, il choisit de ne répondre qu'à 20 questions sur les 100 : les seules sur lesquelles il est certain de capitaliser les 3 points offerts par la bonne réponse. Ce qui lui évitera de perdre le moindre point négatif sur son compte, débité sur les points si chèrement acquis jusque-là.

Stratégie du Rentier

$$20 \text{ QCM} \times (+ 3 \text{ points}) - 0 \text{ QCM} (- 1 \text{ point}) = \mathbf{60 \text{ points}} / 300 \text{ points possibles}$$

Notre candidat capitalisera au final 60 points sur cette épreuve, sur un total possible (pour un test de 100 QCM) de 300 points. Un score malheureusement très modeste...

Car un candidat trop prudent, et l'expérience le démontre chaque année, a tendance à laisser vierge un nombre si important de questions, qu'il perd de fait des dizaines et des dizaines de points et donc chute presque mécaniquement au classement...

b) Bilan coût / avantage de la stratégie du « Joueur de casino »

À l'inverse les joueurs de casinos prennent des risques constants. Dès lors, sauf à avoir la « Baraka » le jour J, ils vont nécessairement répondre à tort à un grand nombre de questions. Or, puisqu'il n'existe qu'une bonne réponse et 4 possibilités, en toute logique chaque candidat n'a qu'une chance sur quatre pour chacun des 100 QCM. En somme, notre

candidat, à chaque question, a 3 chances sur 4 de taper de côté ! Soit 3 chances sur 4 de perdre un point à chaque QCM.

De ce point de vue, en partant du même principe que pour le rentier : à savoir notre candidat connaît la réponse à 20 QCM et ignore les réponses des 80 autres QCM ; le joueur invétéré qu'il est sera tenté de jouer sa chance – au pur hasard – sur ces 80 QCM incertains. Se pose alors la question cruciale : pour quels résultats ? Est-ce une prise de risque rentable ?

Il faut pour répondre à cette question endosser nos habits de mathématiciens chevronnés et recourir aux lois binomiales dès lors qu'il s'agit ici d'un pur schéma de Bernoulli (cad la répétition d'épreuves identiques dans des conditions d'indépendance). Ce faisant il devient possible de calculer les résultats obtenus.

Le schéma de Bernoulli posé par les QCM du Arpège est constitué de n épreuves indépendantes. X est la variable aléatoire qui à chaque liste de n résultats associe le nombre de succès. La loi binomiale de paramètres n et p a pour espérance mathématique E .

Dès lors, sur 80 QCM, l'espérance mathématique (E) du nombre de bonnes réponses est de :

Stratégie du « Joueur de casino »

$$E(X) = np$$

$$E(X) = 80 (1/4) = 20$$

De sorte que notre joueur de casino devrait tomber juste sur 20 QCM sur les 80 QCM « lotos » ! Jusque-là le résultat mathématique est assez attendu et conforme à l'intuition...

Aussi un candidat « Joueur » aura-t-il un résultat proche de celui-ci à l'issue des 100 QCM :

20 QCM exacts = + 60 points
(dont la réponse était connue)

80 QCM « lotos » = 0 point puisque :
+ 60 points (20 QCM justes)
– 60 points (60 QCM inexacts)

SCORE final sur l'épreuve : + 60 points...

Bénéfice du risque : 0 point !

On en arrive ainsi à ce paradoxe qui veut que **le profil de candidat « joueur de casino » perde totalement les bénéfices de sa stratégie**. Il n'aura acquis aucun point supplémentaire du fait de sa prise de risque. Seuls ses points obtenus sur les QCM dont il connaissait la bonne réponse lui seront acquis : soit ses 60 premiers points.

On comprend ainsi pourquoi un QCM de cette nature est un QCM que l'on peut qualifier d'« intelligent » ! Contrairement à ce que l'on pourrait penser de prime abord, à savoir que cette épreuve réussira aux plus chanceux, et pas forcément aux meilleurs candidats, le résultat reflétera pour une large part les choix du candidat et son niveau de connaissances dès lors que les probabilités – on le constate – tendent à annihiler les bénéfices du pur hasard...

De sorte que, finalement, les stratégies du « Rentier » (trop prudent) et celle du « Joueur » (trop porté sur le risque) aboutissent au même résultat ! L'un et l'autre n'emportent que 60 points sur l'épreuve...

En réalité les gagnants de l'épreuve de « *Connaissances générales* » seront ceux qui opteront pour une stratégie médiane et qui sauront se jouer des probabilités en les tournants à leur avantage...

c) La stratégie du « Banquier » : l'option du « risque vertueux »

Dans *Éthique à Nicomaque*, Aristote écrivait que : « *tout homme prudent fuit l'excès et le défaut, (et) recherche la bonne mesure et lui donne la préférence* ». Cette philosophie, que l'on peut s'approprier aisément au travers de la maxime selon laquelle la vertu réside dans la recherche du juste milieu, trouve parfaitement à s'appliquer dans notre cas : le candidat gagnant sera celui qui fuira l'excès de risque comme le défaut excessif de prise de risque.

En effet il apparaît à l'examen que les meilleurs résultats sont le fait, ni des « Rentiers », ni des « Joueurs » de casinos ; et l'on comprend pourquoi au regard de la démonstration précédente.

C'est en fait un troisième profil de candidats qui tirera le mieux son épingle du jeu !

La démonstration s'appuiera là encore sur les probabilités. Repartons du même exemple : notre candidat connaît toujours la réponse à 20 QCM, et ignore la réponse aux 80 QCM suivants. Sauf que, même s'il n'a aucune certitude absolue, sur bon nombre de QCM, notre candidat sera en mesure d'exclure sans hésitation une ou deux réponses parmi celles proposées. De sorte que les données de l'équation s'en trouvent quelque peu changées.