

Table des matières

Chap I	Généralités	9
§1	Les ensembles	9
§2	La logique	10
§3	Raisonnement par récurrence	13
§4	Contre-exemple	14
§5	Exercices corrigés	15
§6	Corrigés des Exercices	16
Chap II	Fonctions réelles d'une variable réelle	19
§1	Continuité	19
1.1	Généralités	19
1.2	Continuité sur un intervalle	24
1.3	Exercices corrigés	29
1.4	Corrigés des Exercices	29
§2	Dérivabilité	32
2.1	Généralités	32
2.2	Dérivée à droite et à gauche	33
2.3	Approximation linéaire	35
2.4	Dérivée logarithmique, Élasticité	37
2.5	Théorème des accroissements finis	38
2.6	Exercices corrigés	42
2.7	Corrigés des Exercices	44
§3	Optimisation des fonctions numériques	48
3.1	Convexité et concavité	48
3.2	Conditions d'optimalité	54
3.3	Exercices corrigés	59
3.4	Corrigés des Exercices	60
§4	Développements limités	66
4.1	Fonctions équivalentes	66
4.2	Fonctions négligeables	68
4.3	Développement limité d'une fonction	69
4.4	Théorème de Taylor-Young et conséquences	72
4.5	Opérations sur les DL	75

4.6 Applications - Exemples	79
Etude locale : tangente, approximation linéaire	79
Calculs de limite	80
Etude locale : optimisation	81
Comportement asymptotique	82
4.7 Exercices corrigés	84
4.8 Corrigés des Exercices	85
Chap III Fonctions de deux variables	89
§1 Généralités	89
§2 Différentiabilité et dérivées partielles	93
§3 Fonctions implicites	100
§4 Développements limités	103
§5 Fonctions homogènes	106
5.1 Définition - Propriétés	106
5.2 Forme quadratique	107
§6 Concavité et convexité	109
§7 Optimisation des fonctions de deux variables	115
7.1 Définitions	115
7.2 Optimisation sans contrainte - point intérieur	117
Information locale	118
Information globale	121
7.3 Remarque sur les notations de Monge et résultats classiques	125
7.4 Optimisation avec contrainte	126
Contrainte linéaire	126
Contrainte linéaire : Méthode de substitution	126
Cas général : Méthode de Lagrange	130
Introduction au cas avec contrainte d'inégalité	145
§8 Exercices corrigés	146
§9 Corrigés des Exercices	150
Chap IV Les nombres complexes	163
§1 Introduction	163
§2 Définitions	164
2.1 Forme algébrique	164
2.2 Représentation graphique	165
§3 Opérations sur les nombres complexes	166
3.1 Addition et multiplication	166
3.2 Extension de la notion de racine carré	167
3.3 Inverse d'un nombre complexe non nul	168
3.4 Nombre conjugué	168
3.5 Module d'un nombre complexe	169
§4 Résolution dans $\mathbb{C}$ d'équations du second degré	170

4.1	Equation $z^2 = a + ib$	170
4.2	Equation $az^2 + bz + c = 0$	171
§5	Forme trigonométrique d'un nombre complexe	172
5.1	Rappels de trigonométrie	172
5.2	Argument d'un nombre complexe	172
5.3	Ecriture trigonométrique	174
§6	Propriétés des modules et arguments	175
6.1	Inégalité triangulaire	175
6.2	Module et argument d'un produit	175
6.3	Module et argument d'un quotient	176
§7	Forme exponentielle d'un nombre complexe	176
7.1	Définition	176
7.2	Règles de calcul sur les formes exponentielles	177
7.3	Résolution de $z^2 = re^{i\theta}$, $r > 0$	177
§8	Exercices corrigés	178
§9	Corrigés des Exercices	180
Chap V	Les suites numériques	183
§1	Généralités	183
1.1	Définitions	183
1.2	Monotonie d'une suite	184
1.3	Représentation graphique	186
§2	Comportement asymptotique	187
2.1	Suites convergentes	187
2.2	Suites divergentes	189
2.3	Opérations sur les limites	190
	Somme : $\lim(u_n + v_n)$	190
	Produit : $\lim(u_n v_n)$	190
	Quotient : $\lim(u_n/v_n)$	190
§3	Etude de la nature d'une suite	191
3.1	Suites géométriques, Suites arithmétiques	191
3.2	Théorèmes de comparaison et d'encadrement	192
3.3	Suites monotones	194
3.4	Suites adjacentes	194
3.5	Utilisation des développements limités et des équivalents	196
§4	Suites récurrentes	197
4.1	Définitions	197
4.2	Notion de point fixe	197
4.3	Notion d'application contractante	200
§5	Equations récurrentes affines à coefficients réels constants	202
5.1	Ordre 1	202
5.2	Ordre 2	205

§6 Exercices corrigés	207
§7 Corrigés des Exercices	210
Chap VI Les fractions rationnelles	223
§1 Introduction	223
§2 Les polynômes	223
2.1 Polynômes irréductibles	223
2.2 Division Euclidienne	226
§3 Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles	227
3.1 Pôles et éléments simples	227
3.2 Méthodes pratiques du calcul des coefficients de la décomposition en éléments simples	229
Pôles simples	230
Pôles multiples	230
Polynômes irréductibles du second degré	231
§4 Exercices corrigés	232
§5 Corrigés des Exercices	232
Chap VII Calcul intégral	235
§1 Introduction	235
§2 Intégrale de Riemann	235
2.1 Définition	235
2.2 Propriétés	237
2.3 Intégration et dérivation	238
§3 Méthodes d'intégration	240
3.1 Primitives usuelles	240
3.2 Intégration par parties	241
3.3 Changement de variable	241
§4 Exercices corrigés	243
§5 Corrigés des Exercices	243
Chap VIII Intégrale généralisée	245
§1 Introduction	245
§2 Intégrale impropre	245
2.1 Premier cas : $[a, +\infty[$	246
2.2 Second cas : $[a, b], b \in \mathbb{R}$	247
§3 Propriétés	248
§4 Critères de convergence et divergence	249
§5 Exercices corrigés	251
§6 Corrigés des Exercices	252
Index	256