CHAPITRE I

LES DIPOLES

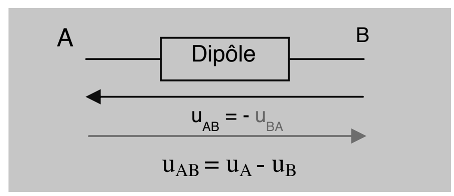
1. Définitions

1. 1 Dipôle

Un **dipôle** est un **dispositif électrique** relié à l'extérieur par **deux fils conducteurs** appelés **pôles**. Le comportement d'un dipôle est caractérisé par deux grandeurs électriques : **la tension** et **le courant.**

1. 2 Tension

La **tension** aux bornes d'un dipôle est la **différence de potentiel** entre les deux bornes de celui-ci.

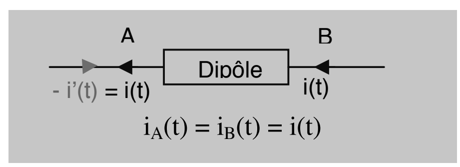


Unité : **le Volt** Symbole **: V**

La tension est une grandeur **orientée** et représentée par une **flèche**. Ainsi $u_{AB} = - u_{BA}$

1. 3 Courant

Le courant est le déplacement des charges électriques sous l'effet d'un champ électrique induit par la différence de potentiel aux bornes du dipôle.



Unité : **l'Ampère** Symbole **: A**

Le courant électrique est une grandeur **orientée** et représentée par une **flèche** (sur la figure ci-dessus i(t) = - i'(t)). Conventionnellement le sens positif correspond au sens de déplacement des charges positives. A tout instant le courant entrant par une borne du dipôle est égal au courant sortant par l'autre borne.

L'**intensité** du courant mesure le **débit de charges électriques** (variations de charges par seconde) qui traversent une unité de surface de conducteur.
Autre définition équivalente :

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

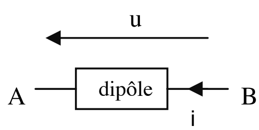
où q représente la charge électrique exprimée en coulomb (C), t variable du temps exprimée en seconde (s).
Remarque : le sens déplacement des électrons (chargés négativement) est opposé au sens du courant.

Note : dq(t)/dt se lit dérivée de q par rapport au temps.

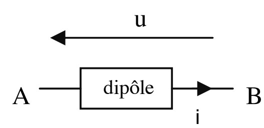
- Conventions de fléchages :

Il existe deux possibilités pour les sens conventionnels de la tension et du courant :

La convention **générateur.**
Dans ce cas la tension et le courant sont orientés dans le **même sens**.



La convention **récepteur**.
Dans ce cas la tension et le courant sont de **sens contraire**.

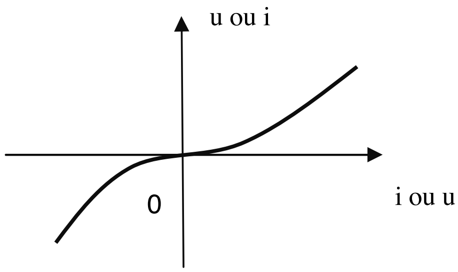


1. 4 Caractéristique électrique d'un dipôle

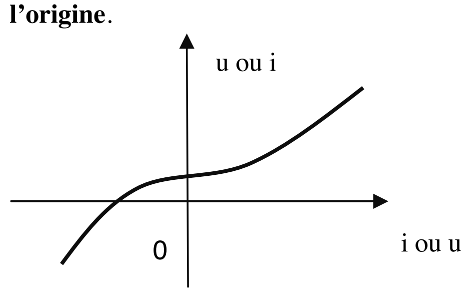
En régime **stationnaire** (indépendant du temps), il existe une relation entre u et i appelée **caractéristique électrique statique.**

La caractéristique électrique d'un dipôle permet de distinguer les dipôles actifs, les dipôles passifs, linéaires et non linéaires.

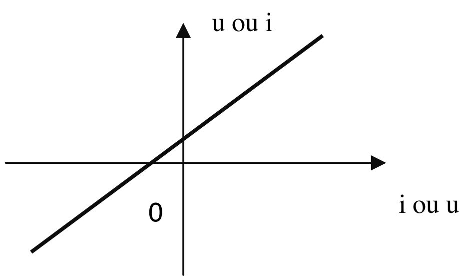
Pour un dipôle **passif** la caractéristique électrique statique **passe par l'origine**.



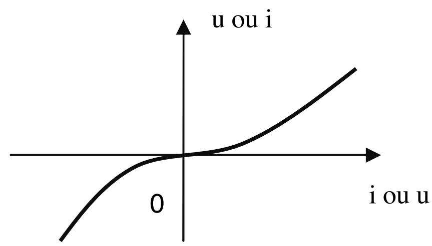
Pour un dipôle **actif** la caractéristique électrique statique **ne passe pas par l'origine**.



Pour un dipôle **linéaire** la caractéristique électrique statique est **une droit**e.



Pour un dipôle **non linéaire** la caractéristique électrique statique **n'est pas une droite**



1. 5 Puissance électrique aux bornes d'un dipôle

La puissance p aux bornes d'un dipôle est égale à $p = u \times i$.

Unité : le **Watt.** Symbole : **W.**

Il existe deux cas de figures :

En convention **récepteur** la tension et le courant sont orientés dans le **sens contraire.**
Dans ce cas :
$p < 0$
Le dipôle **absorbe** de la puissance

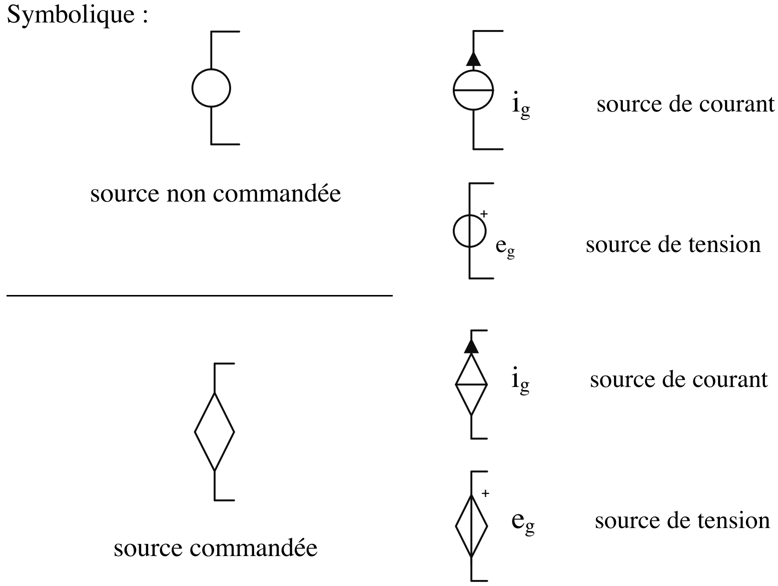
En convention **générateur** la tension et le courant sont orientés dans le **même sens**.
Dans ce cas :
$p > 0$
Le dipôle **fournit** de la puissance

Remarque : La puissance électrique peut être absorbée puis consommée (par effet Joule dans les résistances) ou bien restituée (cas des bobines et condensateurs parfaits, voir § 4.4).

2. Sources (dipôles actifs)

Il existe deux types de sources :
- les sources indépendantes (non commandées)
- les sources dépendantes (commandées).

Symbolique :



2. 1 Sources idéales

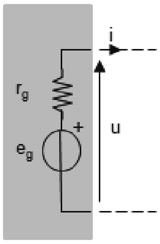
Une source de tension idéale est un dipôle qui délivre à ses bornes une tension (ou une différence de potentiel) e_g indépendante du courant qui le traverse.
e_g est appelée la **force électromotrice (f.e.m)** de la source de tension**.**

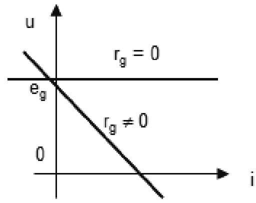
Une source de courant idéale est un dipôle qui délivre un courant i_g indépendamment de la tension à ses bornes.
i_g est appelé le **courant électromoteur (c.e.m)** de la source de courant.

2. 2 Sources réelles

Les sources **réelles** présentent une **résistance (ou impédance) interne.**

- source de tension réelle



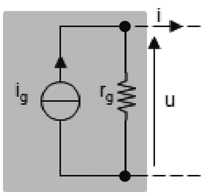


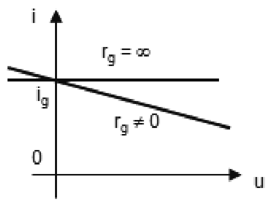
e_g : f.e.m
r_g : résistance interne

$u = e_g - r_g i$

cas idéal $r_g = 0$ ($u = e_g$)

- source de courant réelle





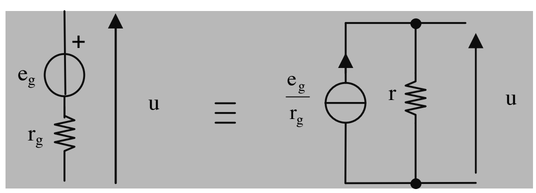
i_g : c.e.m
r_g : résistance interne

$i = i_g - u/r_g$

cas idéal $r_g = \infty$ ($i = i_g$)

Remarque : $u = e_g - r_g i \quad \Leftrightarrow \quad i = i_g - \dfrac{u}{r_g} \quad$ avec $\quad i_g = \dfrac{e_g}{r_g}$

Les deux représentations électriques ci-dessous sont équivalentes :

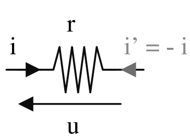


Remarque : les **dipôles générateurs** sont des dipôles **actifs**.

3. Récepteurs (dipôles passifs)

Les trois dipôles passifs que l'on rencontre en électronique sont la résistance, le condensateur et la bobine.

3. 1 Résistance



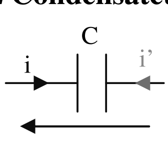
Pour une résistance, r, la relation entre tension et courant est :

$u = ri$ (Loi d'Ohm)

$u = - ri'$

Unité de la résistance : **le Ohm** Symbole **: Ω**

3. 2 Condensateur

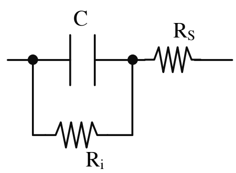


Pour un condensateur de capacité C, la charge électrique stockée à l'instant t, est : $q(t) = Cu(t)$. Et donc :

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{du(t)}{dt} = -i'(t)$$

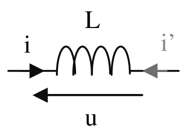
Unité de la capacité : le **Farad** Symbole : **F**

Condensateur réel :



R_i est très grande (quelques dizaines à quelques centaines de GΩ) et traduit la décharge (très lente) de celui-ci en régime statique. R_S traduit les pertes (visibles aux hautes fréquences).

3. 3 Bobine

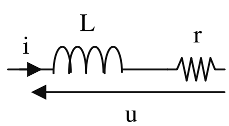


Pour une bobine d'inductance L, la relation entre tension et courant est donnée par :

$$u = L\frac{di(t)}{dt} = -L\frac{di'(t)}{dt}$$

Unité de l'inductance : **le Henry** Symbole : **H**

Bobine réelle :



r représente la résistance électrique développée par le bobinage. Celle-ci est surtout visible aux basses fréquences.

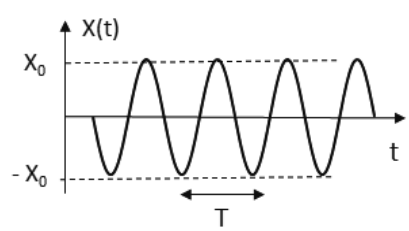
4. Dipôle en régime sinusoïdal permanent

4.1 Signal sinusoïdal

4.1.1 Définition

Un signal X (tension ou courant) est **sinusoïdal** si il dépend du temps suivant la relation :

$$X(t)=X_0\sin(\omega t+\varphi)$$



Où X_0 représente l'**amplitude** du signal, $\omega = 2\pi f$ la **pulsation**, f la **fréquence** et φ la **phase** à l'origine des dates.

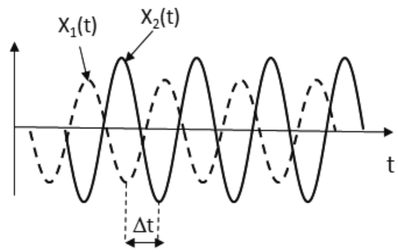
Il s'agit d'un signal **périodique**. La fréquence est reliée à la période T par :

$$f = \frac{1}{T}$$

Unité : le **Hertz**. Symbole : **Hz**

4.1.2 Déphasage

Considérons les deux signaux sinusoïdaux $X_1(t)=X_{01}\sin(\omega t+\varphi_1)$ et $X_2(t)=X_{02}\sin(\omega t+\varphi_2)$ représentés ci-contre. Le déphasage φ entre $X_1(t)$ et $X_2(t)$ est :



$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\frac{\Delta t}{T} \text{ (exprimé en radians)}$$

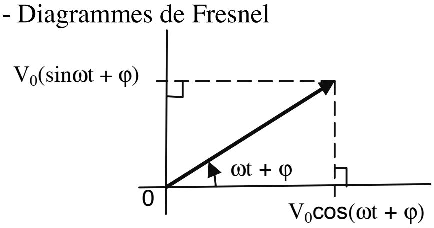
$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 360\frac{\Delta t}{T} \text{ (exprimé en degrés)}$$

NB : ici $X_1(t)$ est en avance sur $X_2(t)$ donc $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 > 0$.

4. 2 Notations complexes

A chaque signal sinusoïdal on associe un vecteur tournant dans une représentation en diagramme de Fresnel, ou une notation en nombre complexe.

- Diagrammes de Fresnel



vecteur tournant

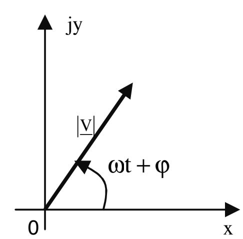
$$\vec{V}(t) = \begin{vmatrix} V_0\cos(\omega t + \varphi) \\ V_0\sin(\omega t + \varphi) \end{vmatrix}$$

$$\left|\vec{V}(t)\right| = V_0$$

- Grandeur complexe associée :
$\underline{V} = V_0\left[\cos(\omega t + \varphi_0) + j\sin(\omega t + \varphi_0)\right]$

$$\omega t + \varphi = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}(\underline{V})}{\mathrm{Re}(\underline{V})}\right) \quad \text{si} \quad \mathrm{Re}(\underline{V}) > 0$$

$$\omega t + \varphi = \pi + \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}(\underline{V})}{\mathrm{Re}(\underline{V})}\right) \quad \text{si} \quad \mathrm{Re}(\underline{V}) < 0$$



$$\begin{cases} v(t) = V_0\sin(\omega t + \varphi_0) & \rightarrow \quad \underline{V} = V_0 e^{j(\omega t + \varphi_0)} \\ i(t) = I_0\sin(\omega t + \varphi_1) & \rightarrow \quad \underline{I} = I_0 e^{j(\omega t + \varphi_1)} \end{cases}$$

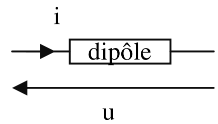
φ_0 et φ_1 : **phases** à l'origine de dates.

$v(t)=\mathrm{Re}(\underline{V})$; $i(t)=\mathrm{Re}(\underline{I})$ et $\begin{cases} V_0 e^{j\varphi_0} \\ I_0 e^{j\varphi_1} \end{cases}$ **amplitudes** complexes

4. 3 Impédances complexes. Loi d'Ohm généralisée.

L'impédance complexe d'un dipôle est associée à la relation en notation complexe entre tension et courant d'un dipôle passif.

L'impédance complexe est définie par la relation :



$$\boxed{\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{1}{\underline{Y}}}$$

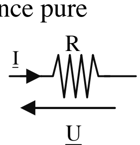
Où $\underline{Y}$ représente l'admittance complexe du dipôle.

Cette relation est aussi connue sous le nom de **loi d'Ohm généralisée**. Ainsi

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U_0}{I_0} e^{j(\varphi_1 - \varphi_0)} = \frac{|\underline{U}|}{|\underline{I}|} e^{j\varphi} \text{ avec } \underline{Z} = R + jX = |\underline{Z}| e^{j\varphi} \text{ et } \underline{Y} = \frac{R - jX}{|\underline{Z}|^2} = G + jB = |\underline{Y}| e^{-j\varphi}$$

- R est appelé **résistance.**
- X est la **réactance.**
- φ représente le déphasage de i(t) par rapport à u(t).
- $Q = \frac{|X|}{R}$ est le **facteur de qualité** du dipôle.
- G est la **conductance**.
- B est la **susceptance**.

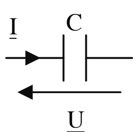
1- Résistance pure



$$\boxed{\underline{Z} = R}$$

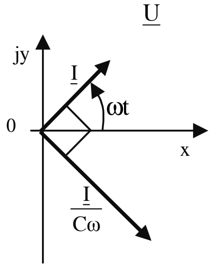
La résistance n'introduit pas de déphasage entre le courant i(t) et la tension u(t).

2- Condensateur parfait



$$i(t) = C\frac{du(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad u(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

(intégration)



A $t \neq 0$

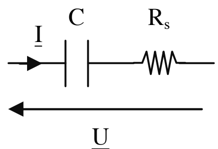
$\underline{I} = \underline{I}_0 e^{j\omega t}$

$$\underline{U} = \frac{1}{C}\int \underline{I}dt = \frac{1}{jC\omega}\underline{I}_0 e^{j\omega t} = \frac{1}{jC\omega}\underline{I} = \frac{\underline{I}}{C\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

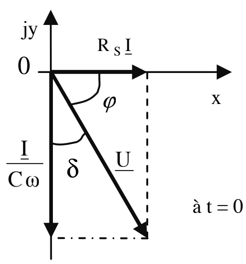
$$\boxed{\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega} = \frac{1}{C\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}}}$$

La tension u(t) est en retard de π/2 par rapport au courant i(t) (quadrature retard).

Condensateur réel



En régime sinusoïdal on néglige la résistance R_i traduisant la décharge très lente du condensateur en régime très lentement variable (régime statique) mentionnée au § 3.2.



$$\underline{U} = R_S\underline{I} + \frac{1}{jC\omega}\underline{I} = \underline{Z}\underline{I}$$

$$\underline{Z}_{\text{Créel}} = R_S + \frac{1}{jC\omega} = \sqrt{R_S^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}\, e^{j\varphi}$$

Déphasage :

$$\varphi = \arctan\left(\frac{1}{R_sC\omega}\right) = -\arctan\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right), \text{ avec } \omega_c = \frac{1}{R_sC}$$

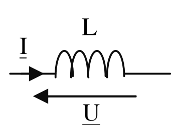
Angle de perte :

$$\delta = -\arctan(R_sC\omega) = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$

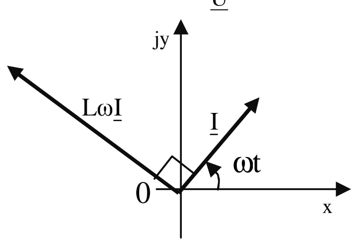
L'angle de perte δ représente les pertes du condensateur. Cela se traduit par une perte d'énergie aux hautes fréquences aux bornes du condensateur, sous forme de chaleur (effet Joule) due à la résistance R_s.

Remarque : le déphasage et l'angle de perte sont des quantités qui dépendent de ω et donc de la fréquence.

3- Bobine parfaite



$$u(t) = L\frac{di(t)}{dt} \qquad \text{(dérivation)}$$



A t ≠ 0

$$\underline{I} = I_0 e^{j\omega t}$$

$$\underline{U} = L\frac{d\underline{I}}{dt} = LI_0\, j\omega\, e^{j\omega t} = jL\omega\underline{I} = L\omega\underline{I}\, e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$\boxed{\underline{Z}_L = jL\omega = L\omega\, e^{j\frac{\pi}{2}}}$$

La tension u(t) est en avance de π/2 par rapport au courant i(t) (quadrature avance).