

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos à la cinquième édition	13
---	----

CHAPITRE XIII

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

§ 1. Position du problème. Equation du mouvement du corps pour un milieu où la résistance est proportionnelle à la vitesse. Equation de la chaînette	15
§ 2. Définitions	18
§ 3. Equations différentielles du premier ordre (notions générales)	19
§ 4. Equations à variables séparées et séparables. Problème de la désintégration du radium	25
§ 5. Equations homogènes du premier ordre	29
§ 6. Equations se ramenant aux équations homogènes	31
§ 7. Equations linéaires du premier ordre	34
§ 8. Equation de Bernoulli	37
§ 9. Equations aux différentielles totales	39
§ 10. Facteur intégrant	42
§ 11. Enveloppe d'une famille de courbes	44
§ 12. Solutions singulières des équations différentielles du premier ordre	51
§ 13. Equation de Clairaut	52
§ 14. Equation de Lagrange	55
§ 15. Trajectoires orthogonales et isogonales	56
§ 16. Equations différentielles d'ordre supérieur à un (notions générales)	62
§ 17. Equation de la forme $y^{(n)} = f(x)$	63
§ 18. Quelques types d'équations différentielles du second ordre se ramenant à des équations du premier ordre. Problème de la deuxième vitesse cosmique	66
§ 19. Intégration graphique des équations différentielles du second ordre	74
§ 20. Equations linéaires homogènes. Définitions et propriétés générales	76
§ 21. Equations linéaires homogènes du second ordre à coefficients constants	83
§ 22. Equations différentielles linéaires homogènes d'ordre n à coefficients constants	88

§ 23. Equations linéaires non homogènes du second ordre	91
§ 24. Equations linéaires non homogènes du second ordre à coefficients constants	95
§ 25. Equations linéaires non homogènes d'ordre n	101
§ 26. Equation différentielle d'oscillations mécaniques	105
§ 27. Oscillations libres. Représentations complexe et vectorielle des oscillations harmoniques	107
§ 28. Oscillations forcées	110
§ 29. Systèmes d'équations différentielles ordinaires	115
§ 30. Systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients constants	120
§ 31. Notion sur la théorie de la stabilité de Liapounov. Comportement des trajectoires de l'équation différentielle au voisinage d'un point singulier	127
§ 32. Solution approchée des équations différentielles du premier ordre par la méthode d'Euler	142
§ 33. Solution approchée des équations différentielles par la méthode des différences finies basée sur l'application de la formule de Taylor. Méthode d'Adams	145
§ 34. Méthode de Runge-Kutta	152
§ 35. Méthode approchée d'intégration des systèmes d'équations différentielles du premier ordre	157
Exercices	162

CHAPITRE XIV

INTÉGRALES MULTIPLES

§ 1. Intégrale double	176
§ 2. Calcul des intégrales doubles	178
§ 3. Calcul des intégrales doubles (suite)	184
§ 4. Application des intégrales doubles au calcul d'aires et de volumes	191
§ 5. Intégrales doubles en coordonnées polaires	193
§ 6. Changement de variables dans une intégrale double (cas général)	200
§ 7. Calcul des aires de surfaces	205
§ 8. Densité de distribution de matière et intégrale double	209
§ 9. Moment d'inertie d'une figure plane	210
§ 10. Coordonnées du centre de gravité d'une figure plane	215
§ 11. Intégrales triples	217
§ 12. Calcul des intégrales triples	218
§ 13. Changement de variables dans une intégrale triple	223
§ 14. Moment d'inertie et coordonnées du centre de gravité d'un corps	227
§ 15. Intégrales dépendant d'un paramètre	229
Exercices	231

CHAPITRE XV

INTÉGRALES CURVILIGNES ET INTÉGRALES DE SURFACE

§ 1. Intégrale curviligne	238
§ 2. Calcul de l'intégrale curviligne	241
§ 3. Formule de Green	248
§ 4. Conditions pour qu'une intégrale curviligne ne dépende pas du chemin d'intégration	250
§ 5. Intégrales de surface	255
§ 6. Calcul des intégrales de surface	257
§ 7. Formule de Stokes	260
§ 8. Formule d'Ostrogradsky	265
§ 9. Opérateur hamiltonien et quelques applications	267
Exercices	271

CHAPITRE XVI

SÉRIES

§ 1. Série. Somme d'une série	277
§ 2. Condition nécessaire de convergence d'une série	280
§ 3. Comparaison des séries à termes positifs	283
§ 4. Règle de d'Alembert	285
§ 5. Règle de Cauchy	289
§ 6. Comparaison avec une intégrale	290
§ 7. Séries alternées. Théorème de Leibniz	294
§ 8. Séries à termes de signes quelconques. Convergence absolue et semi-convergence	296
§ 9. Séries de fonctions	300
§ 10. Séries majorables	301
§ 11. Continuité de la somme d'une série	303
§ 12. Intégration et dérivation des séries	306
§ 13. Séries entières ou séries de puissances. Intervalle de convergence	309
§ 14. Dérivation des séries entières	314
§ 15. Séries de puissances de $x - a$	315
§ 16. Séries de Taylor et de Maclaurin	316
§ 17. Exemples de développement de fonctions en séries	318
§ 18. Formule d'Euler	320
§ 19. Formule générale du binôme	321
§ 20. Développement de la fonction $\text{Log}(1 + x)$ en série entière. Calcul de logarithmes	324
§ 21. Application des séries au calcul d'intégrales définies	326
§ 22. Application des séries à l'intégration d'équations différentielles	328
§ 23. Equation de Bessel	331
§ 24. Séries à termes complexes	336
§ 25. Séries entières d'une variable complexe	337

§ 26. Résolution de l'équation différentielle du premier ordre par la méthode des approximations successives (méthode d'itération)	339
§ 27. Démonstration de l'existence de la solution d'une équation différentielle. Evaluation de l'erreur d'une solution approchée . . .	341
§ 28. Théorème d'unicité de la solution de l'équation différentielle	346
<i>Exercices</i>	347

CHAPITRE XVII

SÉRIES DE FOURIER

§ 1. Définition. Position du problème	356
§ 2. Exemples de développement de fonctions en séries de Fourier	360
§ 3. Une remarque sur le développement des fonctions périodiques en séries de Fourier	366
§ 4. Séries de Fourier des fonctions paires et impaires	368
§ 5. Séries de Fourier des fonctions de période $2l$	369
§ 6. Sur le développement en série de Fourier d'une fonction non périodique	371
§ 7. Approximation en moyenne d'une fonction donnée au moyen de polynômes trigonométriques	373
§ 8. Intégrale de Dirichlet	379
§ 9. Convergence d'une série de Fourier en un point donné	381
§ 10. Quelques conditions suffisantes pour la convergence d'une série de Fourier	383
§ 11. Analyse harmonique numérique	386
§ 12. Série de Fourier sous forme complexe	387
§ 13. Intégrale de Fourier	389
§ 14. Forme complexe de l'intégrale de Fourier	393
§ 15. Série de Fourier suivant un système orthogonal de fonctions	396
§ 16. Notion d'espace fonctionnel linéaire. Analogie entre le développement de fonctions en séries de Fourier et la décomposition des vecteurs	398
<i>Exercices</i>	403

CHAPITRE XVIII

ÉQUATIONS DE LA PHYSIQUE MATHÉMATIQUE

§ 1. Principaux types d'équations de la physique mathématique . . .	405
§ 2. Etablissement de l'équation pour des cordes vibrantes. Formulation du problème aux limites. Etablissement de l'équation pour des oscillations électriques dans un conducteur	406
§ 3. Résolution de l'équation des cordes vibrantes par la méthode de séparation des variables (méthode de Fourier)	410
§ 4. Equation de la propagation de la chaleur dans une barre. Enoncé du problème aux limites	413

§ 5. Propagation de la chaleur dans l'espace	416
§ 6. Résolution du premier problème aux limites pour l'équation de la chaleur par la méthode des différences finies	419
§ 7. Propagation de la chaleur dans une barre infinie	421
§ 8. Problèmes conduisant à l'étude des solutions de l'équation de Laplace. Énoncé des problèmes aux limites	427
§ 9. Équation de Laplace en coordonnées cylindriques. Résolution du problème de Dirichlet pour un anneau avec des valeurs constantes de la fonction recherchée sur les circonférences intérieure et extérieure	432
§ 10. Résolution du problème de Dirichlet pour le cercle	434
§ 11. Résolution du problème de Dirichlet par la méthode des différences finies	437
<i>Exercices</i>	440

CHAPITRE XIX

CALCUL OPÉRATIONNEL ET APPLICATIONS

§ 1. Original et image	444
§ 2. Image des fonctions $\sigma_0(t)$, $\sin t$, $\cos t$	446
§ 3. Image des fonctions à échelle modifiée de la variable indépendante. Image des fonctions $\sin at$, $\cos at$	447
§ 4. Propriété de linéarité de l'image	448
§ 5. Théorème du déplacement	449
§ 6. Image des fonctions $e^{-\alpha t}$, $\sinh \alpha t$, $\cosh \alpha t$, $e^{-\alpha t} \sin at$, $e^{-\alpha t} \cos at$	450
§ 7. Dérivation de l'image	451
§ 8. Image des dérivées	453
§ 9. Dictionnaire d'images	454
§ 10. Équation auxiliaire d'une équation différentielle donnée	456
§ 11. Théorème de décomposition	460
§ 12. Exemples de résolution des équations différentielles et des systèmes d'équations différentielles par la méthode du calcul opérationnel	461
§ 13. Théorème de convolution	463
§ 14. Équations différentielles des oscillations mécaniques. Équations différentielles de la théorie des circuits électriques	466
§ 15. Résolution de l'équation différentielle des oscillations	467
§ 16. Étude des oscillations libres	469
§ 17. Étude des oscillations harmoniques amorties dans le cas d'une force extérieure périodique	469
§ 18. Solution de l'équation des oscillations dans le cas de la résonance	471
§ 19. Théorème du retard	473
§ 20. La fonction delta et son image	474
<i>Exercices</i>	477

CHAPITRE XX

ÉLÉMENTS DE LA THÉORIE DES PROBABILITÉS ET DE LA
STATISTIQUE MATHÉMATIQUE

§ 1. Événement aléatoire. Fréquence relative d'un événement aléatoire Probabilité d'un événement. Objet de la théorie des probabilités	480
§ 2. Définition classique de la probabilité et calcul direct des proba- bilités	481
§ 3. Somme des probabilités. Événements aléatoires contraires . . .	484
§ 4. Produit des probabilités des événements indépendants	488
§ 5. Événements dépendants. Probabilité conditionnelle. Probabilité totale	489
§ 6. Probabilités des causes. Formule de Bayes	493
§ 7. Variable aléatoire discrète. Loi de distribution d'une variable aléatoire discrète	495
§ 8. Fréquence relative et probabilité de la fréquence relative au cours des épreuves répétées	497
§ 9. Espérance mathématique d'une variable aléatoire discrète . . .	502
§ 10. Variance. Ecart quadratique moyen. Notion de moments . . .	506
§ 11. Fonction de variables aléatoires	510
§ 12. Variable aléatoire continue. Densité de probabilité d'une variable aléatoire continue. Probabilité pour qu'une variable aléatoire appartienne à un intervalle donné	511
§ 13. Fonction de répartition ou loi intégrale de distribution. Loi de distribution uniforme	515
§ 14. Caractéristiques numériques d'une variable aléatoire continue	518
§ 15. Loi normale de distribution. Espérance mathématique de la distribution normale	521
§ 16. Variance et écart quadratique moyen d'une variable aléatoire suivant la loi de distribution normale	524
§ 17. Probabilité d'appartenance d'une valeur de la variable aléatoire à un intervalle donné. Fonction de Laplace. Fonction de répar- tition de la loi normale	525
§ 18. Ecart médian	529
§ 19. Expression de la loi normale en fonction de l'écart médian. Fonction réduite de Laplace	531
§ 20. Règle des trois sigmas. Echelle des probabilités de distribution des erreurs	532
§ 21. Erreur arithmétique moyenne	534
§ 22. Mesure de précision. Relations entre les caractéristiques de dis- tribution des erreurs.	534
§ 23. Variable aléatoire bidimensionnelle	535
§ 24. Loi normale de distribution sur le plan	539
§ 25. Probabilité pour qu'une variable aléatoire bidimensionnelle normalement distribuée appartienne à un rectangle de côtés parallèles aux axes principaux de dispersion	541

§ 26. Probabilité pour qu'une variable aléatoire bidimensionnelle prenne une valeur appartenant à l'ellipse de dispersion	543
§ 27. Problèmes de la statistique mathématique. Matériel statistique	544
§ 28. Série statistique. Histogramme	545
§ 29. Détermination de la valeur acceptable d'une grandeur mesurée	548
§ 30. Estimation des paramètres de la loi de distribution. Théorème de Liapounov. Théorème de Laplace	550
Exercices	554

CHAPITRE XXI

MATRICES. ÉCRITURE MATRICIELLE DES SYSTÈMES
ET RÉOLUTION DES SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES
LINÉAIRES

§ 1. Transformations linéaires. Matrice	557
§ 2. Définitions générales liées à la notion de matrice	560
§ 3. Transformation inverse	562
§ 4. Opérations sur les matrices. Addition des matrices	564
§ 5. Transformation d'un vecteur en un autre vecteur à l'aide d'une matrice	569
§ 6. Matrice inverse	570
§ 7. Calcul de la matrice inverse	571
§ 8. Ecriture matricielle d'un système d'équations linéaires et des solutions d'un système d'équations linéaires	573
§ 9. Résolution d'un système d'équations linéaires par la méthode matricielle	574
§ 10. Application orthogonale. Matrices orthogonales	577
§ 11. Vecteur propre d'une transformation linéaire	580
§ 12. Matrice d'une transformation linéaire pour laquelle les vecteurs de base sont les vecteurs propres	583
§ 13. Transformation de la matrice d'une transformation linéaire lors du passage d'une base à une autre	585
§ 14. Formes quadratiques et leur transformation	587
§ 15. Rang d'une matrice. Existence des solutions d'un système d'équations linéaires	589
§ 16. Dérivation et intégration des matrices	591
§ 17. Ecriture matricielle d'un système d'équations différentielles et des solutions d'un système d'équations différentielles à coefficients constants	593
§ 18. Ecriture matricielle d'une équation linéaire du n -ième ordre	598
§ 19. Résolution d'un système d'équations différentielles linéaires à coefficients variables par la méthode des approximations successives en utilisant l'écriture matricielle	600
Exercices	604
Annexes	606
Index	609