1

COMMENT METTRE UN TRINÔME SOUS FORME CANONIQUE ?

Méthode

On appelle trinôme du second degré toute expression de la forme :

$ax^2 + bx + c$

L'écrire sous forme canonique c'est le mettre sous la forme :

$a(x-\alpha)^2 + \beta$

A partir de la forme initiale, on obtient la forme canonique en mettant tout d'abord en facteur a (coefficient de x^2 *) (même si cela fait apparaître des fractions).*

On interprète ensuite la forme $x^2 \pm kx$ *obtenue, comme le début d'une identité remarquable.*

$x^2 \pm kx$ *est le début du carré de* $\left(x \pm \frac{k}{2}\right)^2$*, le terme manquant est* $\frac{k^2}{4}$

On montre ainsi que : $\alpha = -\frac{b}{2a}$ *et* $\beta = -\frac{b^2-4ac}{4a}$

EXEMPLE — $g(x) = 4x^2 - 7x + 3$

$$g(x) = 4x^2 - 7x + 3 = 4\left(x^2 - \frac{7}{4}x + \frac{3}{4}\right) = 4\left(\left(x - \frac{7}{8}\right)^2 - \frac{49}{64} + \frac{3}{4}\right)$$

$$g(x) = 4\left(\left(x - \frac{7}{8}\right)^2 - \frac{49}{64} + \frac{48}{64}\right) = 4\left(\left(x - \frac{7}{8}\right)^2 - \frac{1}{64}\right)$$

Soit $g(x) = 4\left(x - \frac{7}{8}\right)^2 - \frac{1}{16}$

Ainsi : $\alpha = \frac{7}{8}$ et $\beta = -\frac{1}{16}$

❒ **Il y a toujours un signe moins devant le terme $\frac{k^2}{4}$ (ce terme est manquant).**

❒ **Pour faire apparaître la forme canonique sous sa forme définitive, ne pas oublier de distribuer le terme *a* sur la grande parenthèse (attention aux signes, si *a* est négatif).**

TOP CHRONO
C'est l'interro !

Exercice 1 — 10 points **10 min**

En utilisant le début du développement d'une identité remarquable, mettre sous forme canonique les trinômes suivants :

a. $f(x) = 2x^2 + 8x - 7$ ....

b. $g(x) = -3x^2 + 9x - 5$ ....

c. $h(x) = 4x^2 + 6x - 7$ ....

d. $k(x) = -5x^2 + 8x - 3$ ....

Exercice 2 — 10 points **10 min**

En utilisant les formules $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$, mettre sous forme canonique les expressions suivantes :

a. $f(x) = x^2 + 7x - 5$ ....

b. $g(x) = -2x^2 + 6x + 1$ ....

c. $h(x) = 5x^2 + x - 8$ ....

d. $k(x) = -3x^2 + 6x - 10$ ....

2 COMMENT RÉSOUDRE UNE ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ ?

Une équation du second degré est une équation de la forme :
$ax^2+bx+c=0$ *avec a, b et c réels et* $a\neq 0$

Méthode

1^re^ étape *: Calcul du discriminant :* $\Delta=b^2-4ac$
2^e^ étape *: Recherche des solutions :*
– si $\Delta<0$ *L'équation n'a pas de solution*
– si $\Delta=0$ *L'équation admet une solution unique* $x=-\dfrac{b}{2a}$
– si $\Delta>0$ *L'équation admet deux solutions* $x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ *et*
$x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

EXEMPLE — Résoudre l'équation : $3x^2-14x+8=0$

On a : $a=3$ $b=-14$ et $c=8$

Le discriminant de cette équation est :

$\Delta=(-14)^2-4\times3\times8=196-96=100=10^2$

Ce discriminant est positif, l'équation admet donc deux solutions :

$x_1=\dfrac{14+10}{6}=4$ et $x_2=\dfrac{14-10}{6}=\dfrac{2}{3}$

L'ensemble solution est donc $S=\left\{\dfrac{2}{3},4\right\}$

❒ **Attention à bien comptabiliser les signes de *a, b* et *c.***

❒ **Quand *b* est négatif, le signe moins disparait dans le calcul du discriminant.**

TOP CHRONO
C'est l'interro !

Exercice 1 — 6 points ***10 min***

Résoudre les équations suivantes :

a. $17x^2 - 21x - 26 = 0$

b. $9x^2 - 24x + 16 = 0$

c. $4x^2 - 5x + 12 = 0$

Exercice 2 — 7 points ***10 min***

Après avoir déterminé les valeurs interdites et réduit au même dénominateur, résoudre les équations suivantes se ramenant à un second degré :

a. $x - \frac{1}{x} = -\frac{5}{6}$

b. $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = 3$

Exercice 3 — 7 points ***10 min***

Équations bicarrées : après avoir posé $X = x^2$, résoudre les équations suivantes :

a. $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

b. $4x^4 - 11x^2 - 3 = 0$

3 COMMENT RÉSOUDRE UN SYSTÈME SOMME – PRODUIT ?

Méthode

Un système Somme – Produit est un système de la forme : $\begin{cases} x+y=S \\ xy=P \end{cases}$

Les solutions x et y de ce système sont également solutions de l'équation du second degré : $X^2-SX+P=0$
Quand le discriminant est positif, le système a donc deux couples solutions.

EXEMPLE — $\begin{cases} x+y=29 \\ xy=210 \end{cases}$

x et y sont solutions de l'équation du second degré : $X^2-29X+210=0$

Le discriminant est : $\Delta=29^2-4\times 210=1$

Les racines sont donc : $X_1=\dfrac{29+1}{2}=15$ et $X_2=\dfrac{29-1}{2}=14$

L'ensemble solution du système est donc : $S=\{(15;\ 14);\ (14;\ 15)\}$

❒ **Encore une fois, faire bien attention aux signes, si *S* est négatif, le coefficient de *X* dans l'équation devient positif.**

TOP CHRONO

C’est l’interro !

Exercice 1 — 10 points ***15 min***

Résoudre les systèmes Somme – Produit suivants :

a. $\begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases}$ ....

b. $\begin{cases} x+y=-26 \\ xy=165 \end{cases}$ ....

c. $\begin{cases} x+y=\dfrac{31}{35} \\ xy=\dfrac{6}{35} \end{cases}$ ....

Exercice 2 — 10 points ***15 mln***

En vous ramenant à un système Somme – Produit, déterminer tous les couples de réels $(x,\ y)$ solutions des systèmes :

a. $\begin{cases} x+y=3 \\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{2}{y}=-\dfrac{1}{3} \end{cases}$ ....

b. $\begin{cases} x+y=8 \\ x^2+y^2=34 \end{cases}$ ....

4 COMMENT FACTORISER UN TRINÔME DU SECOND DEGRÉ ?

Méthode

On appelle trinôme du second degré, toute expression de la forme ax^2+bx+c

Les racines du trinôme sont les solutions de l'équation $ax^2+bx+c=0$

***1^er^ cas** : si* $\Delta<0$ *le trinôme n'est pas factorisable*

***2^e^ cas :** si* $\Delta=0$ *on a alors* $ax^2+bx+c=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2$

***3^e^ cas** : si* $\Delta>0$

alors $ax^2+bx+c=a\left(x+\dfrac{b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x+\dfrac{b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)=a\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)$

EXEMPLE — Factorisation de $f(x)=3x^2-5x-2$

Le discriminant du trinôme est $\Delta=25-4\times3\times(-2)=25+24=49=7^2$

Les racines sont $x_1=\dfrac{5+7}{6}=2$ et $x_2=\dfrac{5-7}{6}=-\dfrac{1}{3}$

La factorisation est donc : $f(x)=3(x-2)\left(x+\dfrac{1}{3}\right)$,

soit $f(x)=(x-2)(3x+1)$

❒ **Attention à ne pas oublier le « *a* » devant les parenthèses dans les deux derniers cas.**

❒ **Comme dans l'exemple, on peut « rentrer » *a* dans une des parenthèses pour faire disparaitre les fractions.**

TOP CHRONO

C'est l'interro !

Exercice 1 — 8 points *10 min*

Factoriser si possible les trinômes suivants :

a. $f(x) = -3x^2 + 7x - 4$ ....

b. $g(x) = 5x^2 + 12x - 9$ ....

c. $h(x) = 9x^2 + 6x + 1$ ....

d. $k(x) = x^2 + 3x + 7$ ....

Exercice 2 — 12 points *15 min*

Après avoir déterminé l'ensemble de définition des expressions suivantes, factoriser numérateur et dénominateur et simplifier ces expressions :

a. $f(x) = \dfrac{3x^2 + 8x - 11}{-4x^2 + 7x - 3}$ ....

b. $g(x) = \dfrac{(2x^2 - x - 6)(3x + 1)}{(x - 5)(6x^2 + 11x + 3)}$ ....