

Table des matières

I Logique classique	1
1 Vocabulaire de la Logique classique	1
2 Conjonction et disjonction	2
3 Les quantificateurs existentiel et universel	3
4 L'implication	5
5 Les grands types de raisonnement	7
Bilan	8
Exercices	9
II Généralités sur les fonctions	11
1 Représentation graphique	12
2 Opérations sur les fonctions	15
3 Fonctions particulières	18
4 Un peu de dérivées	21
5 Un peu d'intégrales	27
6 Extensions aux fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{C}	30
7 Comment faire une étude une fonction	31
Bilan	32
Exercices	34
III Nombres complexes	37
1 L'ensemble \mathbb{C} et sa structure	38
2 Interprétation géométrique de \mathbb{C}	41
3 Formes trigonométriques d'un complexe non nul	44
4 L'exponentielle complexe	50
5 Équations du second degré dans \mathbb{C}	53
6 Racines n -ièmes d'un nombre complexe	55
Bilan	57
Exercices	58
IV Fonctions usuelles	61
1 Fonction valeur absolue	61
2 Fonctions polynômes	62
3 Fonctions rationnelles	63
4 Exponentielles, logarithmes et puissances	64
5 Fonctions trigonométriques circulaires	69

6	Fonctions trigonométriques hyperboliques	74
	Bilan	77
	Exercices	78
V	Équations différentielles linéaires	81
1	Techniques de calcul des primitives	82
2	EDL1 à coefficients constants	84
3	EDL1 générales	85
4	EDL2 à coefficients constants	92
	Bilan	97
	Exercices	99
VI	Introduction à la théorie des ensembles	103
1	Ensembles et opérations sur les ensembles	104
2	Relations d'équivalence sur un ensemble	110
3	Applications entre deux ensembles	113
	Bilan	121
	Exercices	123
VII	Systèmes linéaires et Calcul matriciel	127
1	Systèmes linéaires $n \times p$	128
2	Calcul matriciel	131
3	L'algorithme de GAUSS-JORDAN	140
	Bilan	150
	Exercices	152
VIII	L'ensemble \mathbb{N}. Dénombrément et Arithmétique	155
1	Propriétés de l'ensemble \mathbb{N} des entiers naturels	156
2	Ensembles finis	160
3	Analyse combinatoire	165
4	Arithmétique dans \mathbb{N}	172
	Bilan	181
	Exercices	183
IX	L'ensemble \mathbb{R} des nombres réels	187
1	Opérations dans \mathbb{R}	188
2	Relation d'ordre dans \mathbb{R}	188
3	Bornes supérieures et bornes inférieures	189
4	Intervalles de \mathbb{R}	192
5	Approximations décimales d'un réel	194
6	Sommes et produits	196
	Bilan	199
	Exercices	200

X Suites numériques	203
1 Suites de nombres réels	204
2 Limite d'une suite	207
3 Suites arithmétiques et géométriques	211
4 Théorèmes de convergence	213
5 Les suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$	217
6 Suites récurrentes linéaires	218
7 Suites de nombres complexes	220
Bilan	222
Exercices	224
XI Limites et continuité	227
1 Limite d'une fonction en un point	228
2 L'ensemble $\mathcal{C}(I, \mathbb{R})$ des fonctions continues sur I	235
3 Fonctions à valeurs complexes	242
Bilan	244
Exercices	244
XII Comparaisons asymptotiques	247
1 Prépondérance	248
2 Équivalence	250
3 Domination	252
4 Extension aux fonctions numériques	253
Bilan	258
Exercices	259
XIII Polynômes à une indéterminée	261
1 L'ensemble $\mathbb{K}[X]$	262
2 Arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$	268
3 Fonctions polynômes	271
4 Polynômes scindés sur \mathbb{K}	277
Bilan	281
Exercices	282
XIV Calcul différentiel	285
1 Dérivation en un point, fonction dérivée	286
2 Opérations sur les dérivées	288
3 Étude globale des fonctions dérivables	291
4 Développements limités	296
Bilan	306
Exercices	307
XV Calcul intégral sur un segment	311
1 Fonctions en escalier sur $[a, b]$	312
2 Intégrale d'une fonction continue sur $[a, b]$	315
3 Lien primitives-intégrale	322
4 Les formules de TAYLOR	326
Bilan	329

Exercices	331
XVI Géométrie du plan (PTSI)	335
1 Le plan affine \mathcal{P} et le plan vectoriel $\vec{\mathcal{P}}$	336
2 Modes de repérage dans le plan	338
3 Produit scalaire	345
4 Produit mixte (ou déterminant)	348
5 Droites du plan	350
6 Cercles du plan	355
7 Transformations vectorielles du plan	360
Bilan	363
Exercices	365
XVII Géométrie de l'espace (PTSI)	367
1 L'espace affine \mathcal{E} et l'espace vectoriel $\vec{\mathcal{E}}$	368
2 Modes de repérage dans l'espace	369
3 Produit scalaire dans l'espace	374
4 Produit vectoriel	375
5 Produit mixte (ou déterminant)	380
6 Droites et plans de l'espace	384
7 Sphères	391
8 Transformations vectorielles de l'espace	393
Bilan	395
Exercices	398
XVIII Espaces vectoriels	403
1 La structure d'espace vectoriel	404
2 Sous-espaces vectoriels	406
3 Dimension des espaces vectoriels	411
Bilan	422
Exercices	424
XIX Applications linéaires	427
1 Applications linéaires	428
2 Applications linéaires en dimension finie	431
3 Noyau et image d'une application linéaire	433
4 Endomorphismes remarquables	439
Bilan	443
Exercices	445
XX Matrices d'applications linéaires. Déterminants	449
1 Matrices et applications linéaires	450
2 Noyau, image et rang d'une matrice	455
3 Déterminant d'une matrice carrée	457
Bilan	464
Exercices	465

XXI	Espaces euclidiens (PCSI)	469
1	Produits scalaires sur un \mathbb{R} -espace vectoriel	470
2	Normes et distances euclidiennes	471
3	Orthogonalité	474
	Bilan	481
	Exercices	482
XXII	Séries numériques	487
1	Série associée à une suite	489
2	Séries à termes positifs	492
3	Séries absolument convergentes	496
4	Développement décimal illimité d'un réel	498
	Bilan	501
	Exercices	502
XXIII	Probabilités sur un univers fini	505
1	Expériences aléatoires et univers	506
2	Probabilités sur un univers fini	507
3	Probabilités conditionnelles sur un univers fini	510
	Bilan	517
	Exercices	517
XXIV	Variables aléatoires	521
1	Variables aléatoires sur un univers fini	522
2	Indépendance de variables aléatoires	527
3	Espérance d'une variable aléatoire	530
4	Variance d'une variable aléatoire réelle	533
5	Lois usuelles	537
	Bilan	543
	Exercices	543
A	Dérivée de cos et sin	547
B	Quelques programmes en PYTHON	549
1	Suites numériques	549
2	Méthode d'EULER pour $y'(t) = f(t, y(t))$	551
3	Résolution de $f(x) = 0$	552
4	Matrices	555
5	Arithmétique	559
6	Polynômes	561
7	Interpolation polynomiale	565
8	Intégration numérique	566
9	Probabilités	569
C	L'alphabet grec	573
D	Erreurs de français fréquentes	575

E Correction des exercices	577
Exercices du chapitre I	577
Exercices du chapitre II	579
Exercices du chapitre III	585
Exercices du chapitre IV	589
Exercices du chapitre V	592
Exercices du chapitre VI	596
Exercices du chapitre VII	599
Exercices du chapitre VIII	602
Exercices du chapitre IX	606
Exercices du chapitre X	609
Exercices du chapitre XI	613
Exercices du chapitre XII	615
Exercices du chapitre XIII	618
Exercices du chapitre XIV	622
Exercices du chapitre XV	626
Exercices du chapitre XVI	632
Exercices du chapitre XVII	635
Exercices du chapitre XVIII	641
Exercices du chapitre XIX	645
Exercices du chapitre XX	650
Exercices du chapitre XXI	654
Exercices du chapitre XXII	657
Exercices du chapitre XXIII	662
Exercices du chapitre XXIV	665
 Bibliographie	 669
 Index	 671