Chapitre 1

Débuts du calcul des probabilités

1.1. Les probabilités avant 1550

Si la plus ancienne tentative de rédaction d'une histoire des Probabilités est due à Martin Strömer, le traducteur d'Euclide en suédois, qui, sous la direction de Samuel Klingenstierna rédigea, en 1731, un mémoire de thèse de 16 pages intitulé *Specimen Historiae literariae De Arte Conjectandi,* le plus ancien travail consacré au calcul des probabilités et aux statistiques proprement dites est, sans doute, celui d'un auteur romain, Domitius Ulpianus, qui, vers 220 après J.-C. établit une table de valeurs d'annuités pour les assurances-vie qui fut utilisée jusqu'au début du XIXe siècle.

Selon Guillaume Libri[1], la *Divine Comédie* de Dante comporterait la plus ancienne indication des différentes probabilités des divers lancés possibles avec trois dés. Le texte est contenu dans un commentaire publié à Venise en 1477. Libri indique, de plus, qu'il considère que le mot *hasard* trouve son origine dans le terme, utilisé par Dante, *azari* (points difficiles) qui, lui-même vient de *asar* qui en arabe signifie difficile.

En fait, le calcul relatif aux trois dés est plus ancien.

Un ouvrage de Baudri de Thérouanne[2] paru en 1615 indique comment l'évêque Wibold de Cambrai inventa, vers 960, un jeu, se voulant édifiant qui consistait à jeter trois dés, chaque combinaison de nombres réalisés étant associée à une vertu. Wibold avait donc énuméré correctement les 56 différentes sorties (sans permutations). Le joueur s'appropriait, croyait-on, la vertu désignée par le hasard. Voici, par exemple, quelques-unes des vertus énumérées par Wibold : 1,1,1 la charité ; 1,1,2 la foi ; 1,1,3 l'espoir ; 1,1,4 la justice ; 1,1,5 la prudence ; … ; 4,5,5 l'intelligence ; … ; 6,6,6 l'humilité.

De nos jours, la loi des grands nombres nous permet de conclure que Wibold considérait qu'une personne seulement sur cinquante-six est intelligente !

1. G. Libri, *Histoire des sciences mathématiques en Italie,* tome II, pages 188-189, Renouard, 1838.
2. Baudri de Thérouanne, *Chronicon Cameracense et Atrebatense sive Historia utriusque ecclesiae…*, Douai : J. Bogard, 1615.

HIERONYMI
CARDANI
MEDIOLANENSIS
Philosophi ac Medici Celeberrimi
OPERA OMNIA:
TAM HACTENVS EXCVSA;
hic tamen aucta & emendata; quàm nunquam aliàs visa,
ac primùm ex Auctoris ipsius Autographis eruta:
Curâ CAROLI SPONII,
DOCTORIS MEDICI COLLEGIO MEDD.
Lugdunæorum Aggregati.
TOMVS PRIMVS:
QVO CONTINENTVR
PHILOLOGICA. LOGICA. MORALIA.
Elenchus vniuersalis Operum, ad calcem vitæ Auctoris habetur.

LVGDVNI,
Sumptibus IOANNIS ANTONII HVGVETAN,
& MARCI ANTONII RAVAVD.
M. DC. LXIII.
CVM PRIVILEGIO REGIS.

Par ailleurs, un poème du XIVe siècle en trois chants, intitulé *de Vetula*, traditionnellement attribué à Ovide mais, selon H. Cocheris[1], vraisemblablement œuvre de Richard de Fournival, Chancelier de la cathédrale d'Amiens, écrite au siècle précédent, raconte un épisode de la vie amoureuse de l'auteur de *L'Art d'aimer*. Mais ce même poème comporte de très intéressantes digressions sur les jeux de dés et sur les probabilités. Le nombre de façons de lancer trois dés y est calculé et on peut traduire comme suit le passage correspondant :

> « Si les trois nombres affichés sont les mêmes, il y a six possibilités, si deux sont identiques et le troisième différent il y a 30 possibilités, parce que la paire peut être choisie de six façons et l'autre de cinq, enfin, si les trois sont différents il y a 20 façons, parce que 30 fois quatre fait 120, mais chaque possibilité intervient trois fois. Il y a au total 56 possibilités. Mais si les trois nombres sont identiques, il n'y a qu'une possibilité pour chaque nombre, il y en a trois pour deux nombres identiques et six si les trois nombres sont différents. »

Comme l'indique M. Kendall[2], Fournival, bien qu'il ne l'indique pas explicitement dans son texte, a bien calculé que le nombre total de façons de lancer trois dés est :

$$(6 \times 1) + (30 \times 3) + (20 \times 6) = 216$$

1.2. Cardan, *Liber de ludo aleae*

Jérôme Cardan fut à la fois un mathématicien célèbre et un joueur invétéré. Il écrivit, vers la fin de sa vie, une autobiographie qui fut publiée[3] par Gabriel Naudé en 1643. On peut y lire que Cardan joua aux dés durant vingt-cinq ans et qu'il avoue : « je ne veux pas dire seulement de temps en temps au cours de ces années, mais, j'ai honte de le dire, chaque jour. » Il écrit aussi, un peu plus loin : « Pourquoi un joueur de dés qui est écrivain, n'écrirait-il pas sur les jeux ? »

Cardan, a lui-même indiqué la date de rédaction de son *Liber de ludo aleae*. [Le livre sur les jeux de hasard]. Plus exactement, on peut déduire qu'il a rédigé le chapitre 20 de son livre en 1564, car, racontant dans ce chapitre un fait survenu en 1526, Cardan indique que depuis ladite époque, trente-huit années se sont écoulées. Il est donc possible que la rédaction du livre ait été achevée peu après, les derniers chapitres étant relativement courts.

Le texte a été imprimé pour la première fois en 1663, près d'un siècle après sa rédaction, dans ses œuvres complètes[4] en dix volumes (dans le volume 1,

1. H. Cocheris, *La Vieille ou les dernières amours d'Ovide,* poème français du XIVe siècle traduit du latin de Richard de Fournival par Jean Lefèvre, Paris, 1861.
2. M. G. Kendall, *Biometrika*, vol. 43, n° 1/2 (Jun., 1956), p. 1-14.
3. *De propria vita Hieronymi Cardani Mediolanensis, De propria vita liber*, ex bibliotheca Gab. Naudaei, Parisis, Iacobum Villery…, 1643.
4. Cardano, Girolamo, *Opera omnia: tam hactenvs excvsa, cura Caroli Sponii*, Lugduni, Sumptibus Ioannis Antonii Hvgvetan, & Marci Antonii Ravard, 1663.

chapitre 10). Un ouvrage consacré à Cardan a été publié en 1953 par O. Ore[1] et comporte une traduction en anglais du *Liber de ludo aleae* due à S.H. Gould. Plus récemment le livre de Cardan a été traduit en italien[2].

À l'époque de la Renaissance, lors de sa rédaction, le *Liber de Ludo Aleae* de Cardano était à la fois un manuel décrivant les jeux de hasard et un traité avancé de calcul des probabilités. De plus, ce livre comporte de nombreuses considérations relatives à l'équité des jeux, avec le double souci pour le joueur d'être honnête et de ne pas être la victime de tricheurs. Cardan a certes écrit son ouvrage dans un style coloré, mais on peut déceler qu'il a été fortement influencé par l'*Éthique* d'Aristote, en particulier par le concept de justice de ce philosophe.

Le *Liber de ludo aleae* est divisé en trente-deux chapitres. Les huit premiers traitent des genres de jeux (d'adresse, d'habileté ou de hasard), prodiguent des conseils aux joueurs, et soulignent les dangers et les avantages liés au fait de jouer. Les six chapitres suivants abordent l'aspect mathématique des gains aux jeux et la formulation des probabilités simples et composées, particulièrement dans le cas des jeux de dés. Les derniers chapitres sont consacrés aux jeux de cartes, au primero (genre de poker), au backgammon et à l'utilisation des astragales.

Les considérations exposées par Cardan dans ses premiers chapitres sont fort utiles pour découvrir le comportement social dans l'Italie morcelée et ravagée par les guerres du XVI^e^ siècle. On peut y lire, par exemple :

Au chapitre 2, *Sur les conditions du jeu* :

> « L'attention doit être attirée sur [...] les conditions dans lesquelles le jeu est organisé, telles que le montant des mises engagées et l'occasion qui détermine à jouer ; au sujet de ce dernier point il est très important de demander une permission si l'on désire jouer à l'occasion d'un banquet de funérailles. [...]
> Mais dans des moments de grande anxiété et de chagrin, le jeu est considéré non seulement comme permis mais même comme bénéfique. Aussi est-il permis aux prisonniers, aux condamnés à mort et aux malades, et en conséquence, la loi permet le jeu lors d'un chagrin [...] Dans mon cas, lorsqu'il me semblait, après une longue maladie, que la mort était proche, je trouvais une grande consolation en jouant aux dés en permanence. »

Au chapitre 3, *Qui peut jouer et quand ?* :

> « Si une personne est renommée pour sa sagesse et honorée par un poste de magistrat ou par un autre honneur civil ou s'il fait partie de l'Église, rien n'est pire pour elle que de jouer ; Réciproquement, le jeu est proportionnellement moins reprochable

1. Ore Oystein, *Cardano the gambling scholar*, Princeton University Press, 1953. Notre lecture du texte de Cardan a été faite à partir de la traduction anglaise incluse dans cet ouvrage, c'est pourquoi nous citons les titres des chapitres traduits en anglais.
2. Gerolamo Cardano, *Liber de ludo aleae* (traduz. italiana a cura di Giorgio ORFINO), Ed. Stamperia Ammiano Quinto de' Stampi, Milano 2003.

> aux garçons, aux jeunes hommes et aux soldats. Et plus importante est la somme d'argent mise en jeu, plus grande est la disgrâce, ainsi *un haut dignitaire de l'Église, (en fait un cardinal)*, fut sévèrement blâmé parce qu'il avait joué après dîner avec le duc de Milan, l'enjeu étant de cinq mille couronnes ».

Plus loin on trouve ce fort amusant jugement :

> « Les hommes de loi et les docteurs retirent peu d'avantages à jouer : d'une part, ils semblent avoir trop de temps libre et d'autre part, s'ils gagnent, ils sont pris pour des joueurs et s'ils perdent ils peuvent paraître aussi peu sérieux dans leur art que dans leur amusement. Les hommes de ces professions prennent le risque d'un même jugement s'ils pratiquent la musique ».

Au chapitre 4, *De l'utilité du jeu et des pertes*, Cardan affirme :

> « Le jeu est un très bon test du caractère patient ou impatient d'un homme. Le plus grand avantage que l'on peut retirer du jeu provient du fait de ne pas jouer du tout. »

Le chapitre 6 est intitulé *Le principe fondamental du jeu*. Cardan l'énonce ainsi :

> « Le principe le plus fondamental de tous, dans le jeu, est simplement des conditions égales en ce qui concerne les joueurs, les assistants, l'argent, le tablier du jeu et le dé lui-même. Dans la mesure où vous vous écartez de cette égalité, si c'est en faveur du joueur qui vous est opposé, vous êtes fou, et si c'est en votre faveur, vous êtes injuste. »

Le chapitre 14, *Sur les points combinés*, est consacré aux événements composés que Cardan appelle « points combinés » dans le cas des jeux de dés. Cardan énumère tout d'abord les divers cas possibles puis par addition il dérive les événements composés. Voici sa présentation :

> « Nous devons prendre en considération (les points combinés) dans le cas de deux dés parce que le un arrive dans 11 lancers, ainsi que le deux, ainsi que le trois et ainsi de suite pour tous les autres, mais le un ou deux n'arrive pas dans 22 lancers mais seulement en 20. Car le un intervient 11 fois et le deux en 9 fois de plus. Ainsi si le trois est ajouté, on n'aura pas 29 ni 31 mais 27 et plus généralement les nombres de lancers sont donnés dans la table qui suit : »

Deux dés		Total
Cas pour 1 point	11	11
Supplément pour 2	9	20
Supplément pour 3	7	27
Supplément pour 4	5	32
Supplément pour 5	3	35
Supplément pour 6	1	36
Total	**36**	

Cardan établit ensuite la même table pour trois dés :

Trois dés	
Cas pour 1 point	91
Supplément pour 2	61
Supplément pour 3	37
Supplément pour 4	19
Supplément pour 5	7
Supplément pour 6	1
Total	216

À la fin de son chapitre 14, Cardan donne ce qu'il appelle une règle générale pour l'équité d'un jeu. Il écrit :

> « Ainsi, il y a une règle générale, à savoir qu'il faut considérer le circuit total[1] et le nombre total des lancers [de dés] qui représentent en combien de cas le résultat favorable est possible et comparer ce nombre à celui des cas correspondants au reste du circuit, et il faut que les mises mutuelles soient versées conformément à cette proportion, de telle sorte que chacun puisse jouer en termes égaux. »

Le livre présente pour la première fois le concept de probabilité énoncée comme le rapport des cas favorables aux cas possibles lorsque tous les cas sont équiprobables.

Dans les chapitres 14 et 15, Cardan présente la loi des puissances : si p est la probabilité $p = \frac{f}{t}$ d'un événement, c'est-à-dire le rapport du nombre de cas favorables f au nombre de cas total t et $\frac{f}{t-f}$ le rapport du nombre de cas favorables au nombre de cas défavorables pour un tirage (ce rapport est pour un joueur un paramètre plus important que la probabilité), alors pour n répétitions, ce dernier rapport devient $\frac{f^n}{t^n - f^n} = \frac{p^n}{1-p^n}$. Cardan obtient ce résultat en analysant les jeux de dés et en itérant son raisonnement. Il donne les exemples suivants à la fin du chapitre 15. Pour un jeu avec deux dés, il écrit :

> « Disons que les cas favorables sont le 1, le 2, ou le 3 obtenus en trois lancers successifs. Le nombre total du circuit est 36 et le nombre de cas favorables 27. Nous multiplions 36 par lui-même 3 fois ; le résultat est 46 656. Nous multiplions aussi 27 par lui-même 3 fois et le résultat est 19 683. Soustrayons le plus petit du plus grand ; le reste est 26 973 qui donne le rapport du nombre de cas favorables au nombre de cas défavorables lorsqu'il est comparé à 19 683. Ce rapport correspondant au rapport du reste de la soustraction au plus petit nombre est plus grand que 4/3 et plus petit que 3/2. »

1. Cardan entend par là le nombre total des cas équiprobables possibles.

Cardan analyse alors le cas d'un jeu avec trois dés :

> « De même, il a été établi qu'avec trois dés, une face quelconque, quelle qu'elle soit, a 91 cas favorables d'être tirée une fois sur un circuit total de 216. Donc, si cette face est demandée successivement dans trois tirages, nous devons multiplier le circuit total, et le résultat est 9 324 125. Quand ce dernier nombre est divisé par l'autre nombre, c'est-à-dire 753 571, nous obtenons le rapport des mises devant être jouées ici, un peu plus de 12 à 1. »
>
> [le calcul de Cardan est $\frac{91^3}{216^3 - 91^3} = \frac{753.571}{9.324.125}$, rapport un peu inférieur à 1/12.]

Il est à noter que dans un ouvrage[1] publié en 1539, Cardan a aussi abordé le « problème des partis » que nous étudierons avec la correspondance de Pascal et Fermat. Cardan est le premier à réaliser que la division des enjeux misés dans un jeu interrompu ne dépend que du nombre de parties perdues par chaque joueur.

Le *Liber de ludo aleae* de Cardan n'a été rendu public, comme nous l'avons indiqué plus haut, qu'en 1663. Il n'eut donc qu'une faible influence sur la théorie des probabilités car quelques années plus tôt, en 1657, le mémoire de Huygens *De ratiociniis in Ludo Aleae* avait été inclus dans le livre que Frans van Schooten (1615-1660) publia sous le titre *Exercitationum mathematicorum libri quinque* (Leiden, Elsevir).

Ce mathématicien hollandais avait rencontré Descartes à son arrivée à Leyde et ce dernier lui avait montré les épreuves de sa *Géométrie* (Van Schooten les traduira en latin et publiera cette traduction en 1649, puis, à nouveau, avec ses commentaires en 1660). Afin d'approfondir ses connaissances en mathématiques, van Schooten voyagea à Paris où, muni de lettres de recommandation de Descartes, il rencontra Mersenne et lut les manuscrits de Fermat et de Viète. Il se rendit ensuite en Angleterre avant de rentrer à Leyde en 1643. À la demande de l'éditeur Elzévir, il rapporta une copie des œuvres de Viète. Il rapporta également une copie de celles de Fermat mais ne put persuader Elzévir de les publier, à cause, sans doute, du fait que Descartes avait émis une opinion défavorable sur l'œuvre de Fermat. Christian Huygens, pour sa part, arriva à Leyde en 1645 et devint l'élève de van Schooten. En 1657, van Schooten publia en appendice à son ouvrage intitulé *Exercitationum mathematicorum libri quinque* la première édition du papier de Huygens *De ratiociniis in ludo aleae.* Ce mémoire, le premier ouvrage imprimé traitant des probabilités, deviendra célèbre et Jakob Bernoulli le reproduira avec un commentaire dans la première partie de son *Ars Conjectandi.*

1. *Practica arithmetice, & Mensurandi singularis. In quaque preter alias continentur, versa pagina demonstrabit*, Milan, J.A. Castellioneus pour B. Calusci, 1539.

1.3. Galilée, *Sopra le scoperte dei dadi*

Galilée a rédigé vers 1620 sous le titre *Sopra le scoperte dei dadi*, un mémoire où il calcule la probabilité que la somme des faces de trois dés soit égale à une certaine valeur, cette question lui ayant été posée par le grand-duc de Toscane. La première publication du texte date de 1718 dans une édition collective des Œuvres de Galilée[1].

Nous en donnons ci dessous une traduction :

> **« Recherche concernant le jeu de dés**
>
> Le fait que dans un jeu de dés certains nombres sont plus avantageux que d'autres a une raison évidente, à savoir le fait que les réalisations de ces nombres sont plus aisées et plus fréquentes que d'autres car ils sont plus à même d'être obtenus par une plus grande variété de nombres. Ainsi un 3 et un 18, qui résultent de jets qui ne peuvent être réalisés que d'une seule manière avec trois dés (dans le dernier cas par trois 6 et dans le premier par trois 1, et de nulle autre manière) sont plus difficiles à obtenir que, par exemple 6 ou 7, qui peuvent être obtenus de diverses façons, le 6 avec 1,2,3 ou 2,2,2 ou 1,1,4, et le 7 avec 1,1,5 ou 1,2,4 ou 1,3,3 ou 2,2,3.
>
> Néanmoins, bien que 9 et 12, peuvent être obtenus par le même nombre de manières que 10 et 11, et qu'ils devraient donc être considérés comme de même utilité dans ce jeu, on sait déjà par une longue observation que les joueurs considèrent 10 et 11 comme plus avantageux que 9 et 12. Et il est clair que 9 et 10 peuvent être composés par une égale diversité de nombres (et ceci est également vrai pour 12 et 11) : car 9 est composé de 1,2,6 ou 1,3,5, ou 1,4,4 ou 2,2,5 ou 2,3,4 ou 3,3,3, qui sont six triplets, et 10 de 1,3,6 ou 1,4,5 ou 2,2,6 ou 2,3,5 ou 2,4,4 ou 3,3,4 et pas d'autres manières, et ces dernières sont aussi six triplets.
>
> Maintenant, afin d'obliger la personne qui m'a ordonné d'étudier le problème, je vais exposer mes idées, dans l'espoir non seulement de résoudre ledit problème, mais aussi d'ouvrir la voie à une compréhension précise des raisons pour lesquelles tous les détails du jeu ont été arrangés et ajustés avec grand soin.
>
> Et pour atteindre ce but avec toute la clarté dont je suis capable, je vais commencer par considérer que, puisqu'un dé a six faces, et que lorsqu'il est jeté il peut également tomber sur chacune d'elles, seulement six jets différents les uns des autres peuvent être réalisés avec lui. Mais si en même temps que ce premier dé nous en jetons un second, qui lui aussi a six faces, nous pouvons réaliser 36 jets, chacun étant différent de tous les autres, puisque chaque face du premier dé peut être combinée avec chaque face du second, et en conséquence peut amener six jets différents, et donc il est clair que le nombre de ces combinaisons est 6 fois 6, soit 36. Et si nous ajoutons un troisième dé, puisque chacune de ses six faces peut être combinée avec chacune des 36 combinaisons des deux autres dés, nous trouverons que les combinaisons de trois dés sont au nombre de 6 fois 36, soit 216, chacune d'elles étant différente des autres. Mais parce que les nombres *[sommes]* de ces combinaisons résultant du jet de trois dés sont seulement au nombre de 16, à savoir

1. *Opere di Galileo Galilei*, Coll'aggiunta di varii trattati dell'istesso autore non più dati alle stampe, Tartini e Franchi, Firenze, 1718. Reproduit in *Opere*, Barbera, Firenze, tome 8, p. 591-594, 1898.

3,4,5 etc. jusqu'à 18, parmi lesquels nous devons partager les 216 jets, il est donc nécessaire que de nombreux jets correspondent à chacune de ces sommes ; et si nous pouvons trouver combien appartiennent à chacune, nous aurons préparé la voie pour trouver ce que nous cherchons. Il sera suffisant d'effectuer une telle recherche pour des sommes de 3 à 10, car ce qui correspond à l'une de ces sommes correspond aussi aux sommes plus grandes[1].

Trois points doivent être notés spécifiquement pour une bonne compréhension de ce qui suit. Le premier est que la somme des points de trois dés qui est composée de trois nombres égaux, ne peut être réalisée que par un jet unique des dés : et ainsi un 3 ne peut être réalisé que par trois faces 1, et un 6, s'il doit être réalisé avec trois 2 ne peut être réalisé que par un jet unique. Deuxièmement : la somme qui résulte de trois nombres dont deux sont identiques et le troisième différent, peut être réalisée par trois jets : par exemple un 4 qui est composé de 2 et de deux 1, peut être obtenu par trois jets différents ; c'est-à-dire quand le premier dé montre 2 et le second ainsi que le troisième montrent 1, ou le second dé un 2 et le premier et le troisième un 1 ; ou le troisième un 2 et le premier et le second un 1. Et également, par exemple un 8, quand il est réalisé avec 3,3,2 peut aussi être réalisé de trois façons ; c'est-à-dire quand le premier dé montre 2 et le second ainsi que le troisième montrent 3, ou le second dé un 2 et le premier et le troisième un 3 ; ou le troisième un 2 et le premier et le second un 3. Troisièmement la somme des points qui résulte de trois nombres différents peut être obtenue de six façons. Par exemple un 8 réalisé par 1,3,4 peut être obtenu par six différents jets : d'abord quand le premier dé montre 1, le second 3, et le troisième 4 ; deuxièmement, quand le premier dé montre toujours 1, mais le second 4 et le troisième 3 ; troisièmement, quand le second dé montre 1, le premier 3 et le troisième 4 ; quatrièmement, quand le second dé montre toujours 1, le premier 4 et le second 3. Donc, nous avons à présent déclaré ces trois points fondamentaux : premièrement que les triplets, c'est-à-dire la somme des jets des trois dés, qui résultent de trois nombres égaux, ne peuvent être produits que d'une manière, deuxièmement que les triplets qui sont composés de deux nombres égaux et d'un troisième différent sont produits de trois façons ; troisièmement que les triplets résultant de trois nombres différents sont produits de six façons. À partir de ces points fondamentaux nous pouvons facilement déduire de combien de façons, ou plutôt en combien de jets différents, toutes les sommes de trois dés peuvent être formées, ce qui sera facilement compris à partir de la table qui suit.

1																
3																
6	10		9		8		7		6		5		4		3	
10	631	6	621	6	611	3	511	3	411	3	311	3	211	3	111	1
15	622	3	531	6	521	6	421	6	321	6	221	3				
21	541	6	522	3	431	6	331	3	222	1						
25	532	6	441	3	422	3	322	3								
27	442	3	432	6	332	3										
108	433	3	333	1												
108		27		25		21		15		10		6		3		1
216																

1. NDT : Les résultats sont symétriques pour les sommes 3 à 10 et 11 à 18.

En haut de la table sont notés les points des jets de 10 à 3, et en dessous apparaissent les différents triplets desquels chacun peut résulter ; près desquels sont placés le nombre de façons par lesquelles chaque triplet peut être obtenu, et en dessous est finalement montrée la somme de toutes les façons d'obtenir ces jets. Ainsi, par exemple, dans la première colonne nous avons la somme de 10 points et en dessous ses six triplets de nombres avec lesquels il peut être réalisé qui sont 6,3,1 ; 6,2,2 ; 5,4,1 ; 5,3,2 ; 4,4,2 ; 4,3,3. Et comme le premier triplet 6,3,1 est constitué de trois nombres différents, il peut (comme indiqué ci-dessus) être réalisé par six différents jets de dés, et donc près de ce triplet un 6 est noté : et puisque le second triplet 6,2,2 est constitué de deux nombres égaux et d'un troisième différent, il peut uniquement être produit par trois jets différents, et donc un 3 est noté près de lui. Le troisième triplet 5,4,1, étant constitué de trois nombres différents, peut être réalisé par six jets et donc un 6 lui est accolé ; et ainsi de suite avec les autres triplets. Finalement en bas de la petite colonne de nombres de jets, ceux-ci sont additionnés : on peut ainsi voir que la somme de 10 points peut être réalisée par 27 différents jets alors que la somme de 9 points ne peut l'être que par 25 jets, le 8 par 21, le 7 par 15, le 6 par 10, le 5 par 6, le 4 par 3, et finalement le 3 par 1 jet. Le tout additionné ensemble donne 108. Et il y a le même nombre de jets pour les sommes de points supérieures, à savoir pour les points 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, si bien que l'on arrive au nombre total de tous les jets possibles réalisables avec les six faces de trois dés, qui est de 216. Et à partir de la table, toute personne qui comprend le jeu peut précisément mesurer tous les avantages, aussi faibles qu'ils puissent être des *zare*, des *incontri*, et autres règles spéciales observées dans ce jeu. »

1.4. Biographie de Cardan (1501-1576)

Jérôme Cardan[1] est le fils illégitime de Fazio Cardano et de Chiara Micheria. Son père est avocat à Milan mais son expertise en mathématiques est telle qu'il enseigne aussi la géométrie à l'université de Pavie. Ce n'est que vers la cinquantaine qu'il rencontre Chiara Micheria, qu'il épousera plus tard mais ils donnent naissance à Jérôme dès 1501. Cardan doit à son père ses premières leçons et devient son assistant.

C'est à l'université de Padoue qu'il obtient son doctorat en médecine en 1526. À cette époque, son père meurt et notre futur mathématicien hérite d'un petit legs. Il postule alors pour enseigner à l'université de Milan, ville où vit sa mère. Il n'est toutefois pas accepté, à cause de sa réputation d'homme difficile, intransigeant et sans tact. Il dit lui-même dans son autobiographie : « Ce que j'identifie d'unique et d'exceptionnel parmi mes défauts, c'est l'habitude, dans laquelle je persiste, de dire surtout les choses dont je sais qu'elles vont contrarier mes auditeurs. Je m'en rends bien compte mais pourtant je garde cette habitude obstinément, en sachant combien cela me fait d'ennemis. » L'université de Milan prétexte sa naissance illégitime pour l'écarter. Sur les conseils d'un ami, il s'installe comme médecin à Saccolongo, petite ville située

1. Jérôme Cardan est également connu sous le nom de Girolamo (ou Hieronimo) Cardano, ou encore Hieronymus Cardanus en latin.

à 15 km de Padoue. Vers la fin de 1531 il épouse Lucia, la fille d'un de ses voisins, Aldobello Bandarini, capitaine de la milice locale. Son exercice de la médecine à Saccolongo ne suffisant plus à faire vivre son couple, il déménage en avril 1532 pour Gallarate, près de Milan. La même année, il postule de nouveau à l'université de Milan, mais toujours sans succès.

Pour améliorer ses finances, Cardan se livre aux jeux : dés et échecs principalement, mais il gaspille vite le legs qu'il tient de son père. Il décide alors de jouer en s'aidant du calcul des probabilités et, bénéficiant de cet avantage, il commence à gagner plus qu'il ne perd. Les jeux, à l'époque, ne se pratiquaient pas en très bonne compagnie et un jour, pensant être la victime d'une triche, Cardan taillade le visage de son adversaire avec son couteau. Cardan est resté toute sa vie mordu de jeu, ce qui l'a conduit à une perte importante de temps, d'argent et de réputation. Dès 1533, n'ayant plus guère de goût pour la pratique de la médecine, il fait du jeu son gagne-pain. Mais les choses se passent mal, il est forcé de mettre en gage les bijoux de sa femme et même certains de ses meubles. Les Cardan décident alors de vivre à Milan, mais là les choses empirent et ils sont obligés de vivre à l'hospice !

En 1534, l'espoir revient. Cardan obtient l'ancien poste de son père, conférencier en mathématiques à la fondation Piatti de Milan, poste qui lui laisse beaucoup de temps libre, ce qui lui permet de consulter quelques patients. Ses traitements médicaux ont beaucoup de succès (certains sont même jugés « miraculeux ») ce qui lui vaut une grande réputation. Mais il n'est toujours pas admis à l'université comme professeur (malgré des candidatures répétées en 1536 et 1537), ce qui lui fait dire : « Les choses qui donnent, de nos jours, le plus de réputation à un médecin sont ses façons, ses domestiques, sa calèche, ses vêtements, son élégance, le tout exposé de façon artificielle et insipide. »

Ce n'est qu'en 1539, grâce à la pression de ses admirateurs, que l'université lui ouvre ses portes. La même année il publie ses deux premiers livres mathématiques dont le second est un ouvrage d'arithmétique : *Practica arithmetice et mensurandi singularis* (Pratique arithmétique et mesures simples) particulièrement prometteur. Ces parutions marquent le début d'une période prolifique où Cardan écrit sur différents domaines : médecine, philosophie, astronomie, théologie et, bien sûr, mathématiques.

En 1539, Cardan entre en contact avec Tartaglia, dont la renommée est grandissante car il a réussi à résoudre certaines équations du troisième degré. Cardan demande à Tartaglia de lui indiquer sa méthode, ce dernier accepte à la condition que notre mathématicien jure de ne pas la révéler. Cardan accepte et écrit : « Je vous jure, par les Saintes Évangiles de Dieu, et en tant que vrai homme d'honneur, non seulement de ne jamais éditer vos découvertes, si vous me les enseignez, mais je vous promets également, et je mets en gage