# 1

# LE BRUIT ACOUSTIQUE

## 1.1 Éléments d'acoustique

### 1.1.1 Le phénomène sonore

Un phénomène sonore induit par une source provoque une suite de compressions ou de dilatations du milieu (solide liquide ou gazeux).
Si on considère que le milieu est constitué d'une suite de tranches d'épaisseur très faible, la perturbation induite par la source se propage de proche en proche, chaque tranche interagissant avec sa voisine. Les variations de pression se font autour d'une valeur moyenne et dépendent de la position et du temps. Il s'agit donc d'une onde décrite à l'aide d'une fonction de deux variables, l'espace et le temps. Dans le cas le plus simple, ces variations sont sinusoïdales.
Si la déformation de la tranche se fait dans la direction de la propagation, l'onde ainsi produite est dite longitudinale (onde se propageant dans un tuyau sonore). Si la déformation se fait dans une direction perpendiculaire à la direction de propagation, l'onde est dite transversale (c'est le cas d'une onde provoquant la déformation d'une corde).

Pratiquement, un récepteur (oreille, microphone…) sensible aux variations de pression $p$ (surpression) produit un signal dépendant de la pression sonore $P$ définie en termes de valeur efficace sur un intervalle de temps $\tau$ par :

$$P = \sqrt{\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} p^2(t)dt} \qquad (1.1)$$

### 1.1.2 Équation de propagation

La surpression $p$ est une fonction du temps et de l'espace $p(x,t)$ qui est la solution d'une équation aux dérivées partielles (EDP) appelée équation de propagation. Afin d'établir cette équation, on simplifie le problème en considérant la propagation s'éffectue dans une direction unique, par exemple dans un cylindre.
Les caractéristiques du fluide sont supposées telles que les déplacements autour d'une position d'équilibre sont de faible amplitude et les variations de la masse volumique sont négligées. Ces deux conditions constituent l'approximation acoustique. Par ailleurs, les échanges de chaleur ne sont pas pris en compte.

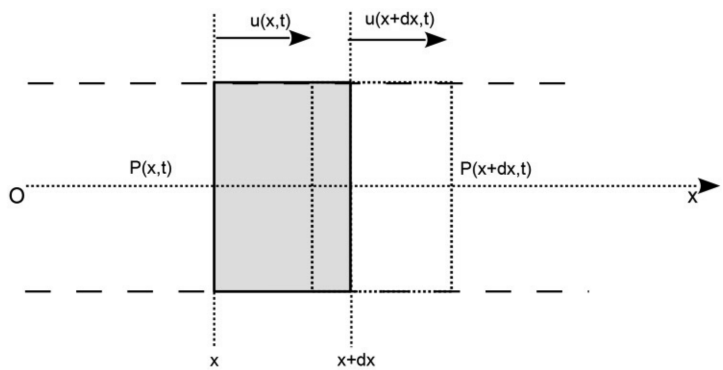


**Fig 1.1 Modélisation d'une tranche cylindrique élémentaire**

La masse volumique du fluide est notée $\rho$, la pression $P(x,t)$ varie autour d'une pression de référence $P_0$, sous la forme $P(x,t) = P_0 + p(x,t)$, en notant $p(x,t)$ la surpression.
L'application du principe fondamental de la dynamique appliqué à la tranche élémentaire conduit à l'équation :

$$\rho S dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = SP(x,t) - SP(x+dx,t) \qquad (1.2)$$

En fonction de la surpression on a donc : $\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ (1.3)

Une autre relation impliquant la surpression nous est donnée en utilisant la définition du coefficient de compressibilité adiabatique $\chi_S$, les échanges de chaleur étant négligeables.
L'indice S décrit le fait que l'entropie S est constante (c'est toujours le cas pour un processus adiabatique réversible).

Par définition : $\chi_S = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S$ (1.4)

Le signe – est introduit car l'augmentation de pression se traduit par une diminution de volume. Ainsi $\chi_S$ sera positif.

La variation $\Delta V$ d'un volume initial de fluide $dv_0$ s'écrit :

$$\Delta V = dv - dv_0 = S\left[x + dx + u(x+dx,t) - x - u(x,t)\right] - Sdx \qquad (1.5)$$

Soit $$\Delta V = S\left[u(x+dx,t) - u(x,t)\right] \qquad (1.6)$$

On a donc $\chi_S = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S = -\frac{1}{dv_0}\frac{\Delta V}{p} = -\frac{1}{p}\frac{\partial u}{\partial x}$, ce qui conduit à :

$$p(x,t) = -\frac{1}{\chi_S}\frac{\partial u}{\partial x} \qquad (1.7)$$

En utilisant $\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$, on obtient finalement l'équation vérifiée par le déplacement : $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho\chi_S\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ (1.8)

On montre aisément que la surpression $p$ et la vitesse vibratoire $v = \frac{\partial u}{\partial t}$ vérifient la même équation.

Le coefficient $\rho\chi_S$ est homogène l'inverse du carré d'une vitesse et peut être assimilé à la célérité de l'onde.

Si on note $c$ la célérité de l'onde dans le fluide, alors:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho\chi_S}} \qquad (1.9)$$

Dans le cas de l'eau, on a $\rho = 10^3\,kgm^{-3}$ , et $\chi_S \approx 5.10^{-10}\,Pa^{-1}$, ce qui conduit à une célérité dans l'eau de l'ordre de $1410 ms^{-1}$.

Dans l'air, la célérité dépend de la température suivant la loi $c \approx 20\sqrt{T(K)}$. Soit une célérité de l'ordre de $343 ms^{-1}$ à $20°C$.

### 1.1.3 Solutions de l'équation de propagation

L'équation précédente, dite équation de propagation s'écrit donc sous la forme :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \qquad (1.10)$$

Il s'agit de l'équation de d'Alembert. On démontre que les solutions peuvent s'écrire sous la forme générale :

$$f(x,t) = F(x-ct) + G(x+ct)$$

$F(x-ct)$ décrivant une onde se propageant dans le sens des $x$ croissants,

$G(x+ct)$ décrivant une onde se propageant dans le sens des $x$ décroissants.

En effet, prenons l'exemple de la fonction $F$. Au temps $t_1$ et à l'abscisse $x_1$, la fonction $F(x-ct)$ reprendra la même valeur au temps $t_2$ et à l'abscisse $x_2$, si $x_1 - ct_1 = x_2 - ct_2$.

On a donc $x_2 - x_1 = c(t_2 - t_1)$. En d'autres termes, on retrouve la même valeur mais décalée dans l'espace de $x_2 - x_1$. Ceci étant vrai pour n'importe quel point d'abscisse $x$, le signal s'est donc propagé sur une distance $x_2 - x_1$, pendant la durée $t_2 - t_1$ à la vitesse $c$.

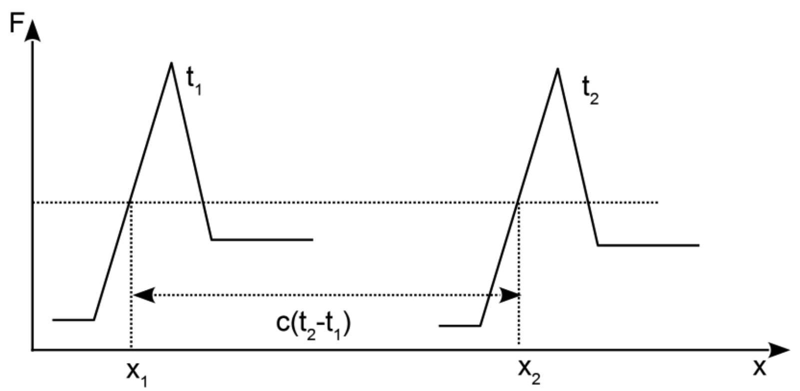


**Fig 1.2 Propagation d'un signal entre deux instants**

Le raisonnement est de même nature pour $G$, mais dans le sens des $x$ décroissants.
On cherche souvent des solutions sinusoïdales, dites en ondes progressives planes, de la forme : $F(x,t) = A\cos\omega(t - \frac{x}{c})$ ou $G(x,t) = B\cos\omega(t + \frac{x}{c})$

avec $\omega = 2\pi f$ est la pulsation et $f$ la fréquence.

La période temporelle $T = \frac{1}{f}$ est reliée à la période spatiale $\lambda$ par la relation :

$$\lambda = cT \qquad (1.11)$$

Ces ondes sont dites planes, dans le sens où tous les points situés dans un plan orthogonal à la direction de propagation ont la même phase (leur déplacement, par exemple, est décrit par la même fonction).
Ce concept d'onde plane est très utile, même si une onde plane ne peut en toute rigueur exister. Son extension spatiale dans un plan est infinie, son énergie l'est donc également.

Il est souvent pratique d'utiliser la notation complexe en $\exp i(\omega t - kx)$, à l'aide de la formule d'Euler qui établit une correspondance entre la grandeur réelle (cosinus) et la grandeur complexe :

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \qquad (1.12)$$

Les grandeurs physiques correspondent à la partie réelle.
Les raisonnements précédents se généralisent dans le cas de la propagation dans les trois dimensions de l'espace.

Dans le cas d'une onde sphérique sinusoïdale de la forme $\frac{A}{r}\cos(\omega t - \frac{r}{c})$, l'amplitude décroît en $\frac{1}{r}$, le problème de l'énergie ne se pose pas. Les points ayant la même phase définissent alors des sphères. La surface équiphase peut être localement approximée par son plan tangent et l'on retrouve localement la notion d'onde plane.

### 1.1.4. Propagation et conditions météorologiques

Les conditions météorologiques influent sur les niveaux sonores à grande distance de la source. La direction du vent par rapport à la direction de propagation ainsi que les profils verticaux de température et de vent modifient les trajectoires des ondes sonores.
Suivant le gradient de température, les rayons sonores sont orientés vers le sol ou vers le ciel. Dans ce cas, il y formation de zones d'ombre.
Lorsque le vent est contraire, il y a formation d'un zone d'ombre lorsque $D > 200m$.
Lorsque la température décroît avec l'altitude (gradient de température dirigé vers le

bas), les rayons sonores sont incurvés vers le haut. On observe alors une zone d'ombre autour de la source.
Dans le cas d'une température croissante avec l'altitude que l'on retrouve pendant les nuits froides et claires en l'absence de vent (inversion de température et gradient de température dirigé vers le haut), la portée de la source est augmentée.

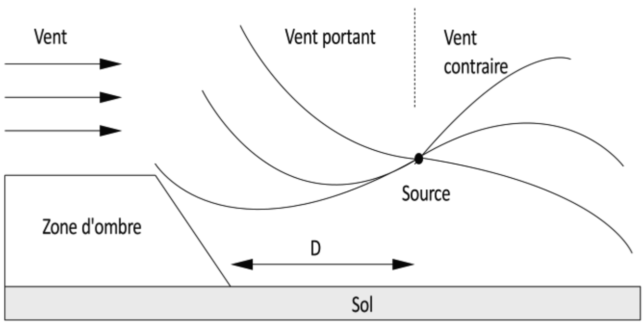


**Fig 1.3 T=Cte. Influence du vent**

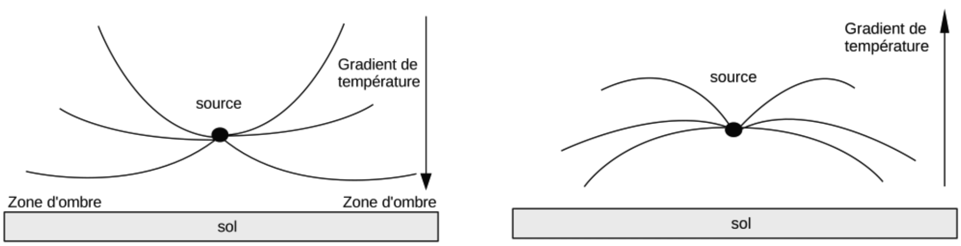


**Fig 1.4 Cas vent nul. Influence du gradient de température**

En fonction des conditions météorologiques, les variations des niveaux sonores en différents points peuvent atteindre la dizaine de dB(A).

### 1.1.5 Intensité acoustique et niveau sonore

Par définition, l'intensité $I$ d'une onde acoustique correspond à l'énergie traversant par unité de temps une surface unité perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. Il s'agit donc d'une puissance par unité de surface.
L'énergie étant liée au travail des forces de pression, l'expression de l'intensité sonore instantanée est :

$$I_{inst} = p\text{v} \qquad (1.13)$$

où $p$ est la surpression et v la vitesse de déplacement.

Soit en fonction de l'amplitude de l'onde :

$$I_{nst} = \rho c v^2 = \frac{p^2}{\rho c} \qquad (1.14)$$

Les variations de surpressions étant sinusoïdales, on distinguera la surpression maximale $p_{\max}$ qui est reliée à la surpression efficace $p_{eff}$ par :

$$p_{eff} = \frac{p_{\max}}{\sqrt{2}}$$

$p_{eff}$ est également noté en dénomination anglo-saxonne $p_{rms}$, rms signifiant root mean square.

En termes d'intensité moyenne, on a donc $I_{moy} = \langle I \rangle = \dfrac{\langle p^2 \rangle}{\rho c} = \dfrac{p_{eff}^2}{\rho c} = \dfrac{p_{\max}^2}{2\rho c}$.

Lorsque la vitesse de déplacement a des variations sinusoïdales de période $T$ et d'amplitude $\mathrm{v}_0$, l'intensité moyenne a pour expression :

$$I_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{v}dt = \frac{\rho c}{T}\int_0^T \mathrm{v}^2 dt = \frac{1}{2}\rho c \mathrm{v}_0^2 \qquad (1.15)$$

L'intensité s'exprime en $Wm^{-2}$.

Le niveau sonore $N$, plus familier car lié à l'audition, est défini à l'aide d'une intensité de référence $I_0$, qui correspond à la plus petite intensité acoustique moyenne détectable par l'oreille.

Par définition, $N$ est mesuré en décibels (dB) et s'exprime par la relation :

$$N_{dB} = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad (1.16)$$

Avec une intensité de référence $I_0 = 10^{-12}\, Wm^{-2}$ correspondant à l'intensité minimale audible à 1 kHz.

En termes de surpression on a $N_{dB} = 20\log\left(\dfrac{P}{P_0}\right)$ avec une pression de référence $P_0 = 20\mu Pa$.

Ces deux expressions se déduisent exactement l'une de l'autre à la condition de se placer dans l'approximation $\rho c \approx 400$.

| Source sonore | Pression acoustique efficace (Pa) | Niveau sonore (dB) |
|---|---|---|
| Seuil d'audibilité | $2.10^{-5}$ | 0 |
| Voiture à 10m | $2.10^{-2}$ - $2.10^{-1}$ | 60-80 |
| Tronçonneuse | 6,3 | 110 |
| Seuil de douleur | 63,2 | 130 |
| Lance-roquette | 4000 | 165 |
| Grenade anti-émeute | 6000-20000 | 170-180 |
| Onde de choc avion supersonique | 101325 | 194 |

**Tableau 1.1 Exemples de pressions acoustiques et niveaux sonores**

### 1.1.6 Addition de niveaux sonores

#### a/ Cas de deux niveaux

Physiquement, ce sont les pressions et donc également les intensités qui s'ajoutent. Lors de l'addition de deux niveaux sonores, il faut donc exprimer l'intensité (ou la pression) en fonction du niveau sonore.

$$N_1 = 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \text{ peut se réécrire } \frac{I_1}{I_0} = 10^{\frac{N_1}{10}} \qquad (1.17)$$

On a donc $\frac{I}{I_0} = \frac{I_1 + I_2}{I_0} = 10^{\frac{N_1}{10}} + 10^{\frac{N_2}{10}}$ qui conduit à un niveau sonore final :

$$N = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10\log\left(10^{\frac{N_1}{10}} + 10^{\frac{N_2}{10}}\right) \qquad (1.18)$$

Soit dans le cas général de plusieurs sources notées $i$ :

$$N = 10\log\left(\sum_i 10^{\frac{N_i}{10}}\right) \qquad (1.19)$$

#### b/ Cas particuliers importants

Si $I_2 = kI_1$ alors

$$N_{tot} = 10\log\left(\frac{kI_1 + I_1}{I_0}\right) = 10\log\left(\frac{(k+1)I_1}{I_0}\right) = 10\log(k+1) + 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$