

Table des matières

Avant propos	i
Contexte de la modélisation probabiliste	vii
Première partie - Expériences aléatoires et probabilité	2
I Expérience aléatoire et événements	2
1 Expérience aléatoire, exemple introductif	2
2 Description d'une expérience aléatoire	3
3 Les divers types d'ensembles fondamentaux	9
4 En résumé	11
5 Exercices	14
6 Solutions des exercices	16
II Loi de probabilité	20
1 Probabilité sur (Ω, \mathcal{T})	20
2 Loi de probabilité dans le cas discret	26
3 Loi de probabilité dans le cas continu	27
4 En résumé	39
5 Exercices	41
6 Solutions des exercices	44
III Probabilité conditionnelle	54
1 Probabilité conditionnelle	54
2 Indépendance d'événements	60
3 Expériences aléatoires composées	64
4 Expériences aléatoires répétées	71
5 En résumé	75
6 Exercices	77
7 Solutions des exercices	79

Seconde partie - Variables aléatoires	87
IV Variables aléatoires et fonction de répartition	87
1 Les variables aléatoires - généralités et définitions	87
2 Fonction de répartition d'une variable aléatoire	91
3 Fonction de répartition et loi de probabilité	92
4 Fonction de répartition conditionnelle	94
5 En résumé	96
6 Exercices	98
7 Solutions des exercices	99
V Variables aléatoires discrètes	103
1 Définitions	103
2 Loi de probabilité de $Y = g(X)$	106
3 Espérance mathématique	108
4 Variance	111
5 Quelques lois de probabilité discrètes	113
6 En résumé	118
7 Exercices	118
8 Solutions des exercices	120
VI Variables aléatoires continues	125
1 Définitions	125
2 Loi de probabilité de $Y = g(X)$	129
3 Espérance mathématique et variance	131
4 Défaillance des systèmes	133
5 Quelques lois de probabilité continues	136
6 Compléments sur les variables aléatoires	147
7 En résumé	151
8 Exercices	152
9 Solutions des exercices	154
Troisième partie - Vecteurs aléatoires	164
VII Vecteurs aléatoires - généralités	164
1 Exemples introductifs	164
2 Loi de probabilité d'un vecteur aléatoire	167
VIII Couples de variables aléatoires	173
1 Couples de variables aléatoires discrètes	174
2 Couples de variables aléatoires continues	185
3 En résumé	195

4	Exercices	197
5	Solutions des exercices	199
IX Compléments sur les vecteurs aléatoires		211
1	Compléments sur les couples et vecteurs aléatoires	211
2	Exemples de modèles	217
3	Quelques lois associées à des vecteurs aléatoires	224
4	Suites de variables aléatoires	227
ANNEXES		233
A Documents		233
A-1	Rappels sur les dénombrements et l'analyse combinatoire	233
A-2	Définition de la fonction indicatrice	234
A-3	Exemple de calcul de moyenne d'une v.a. discrète	234
A-4	Exemple de v.a. discrète dont l'espérance mathématique n'existe pas	235
A-5	Exemple de calcul de l'espérance mathématique d'une fonction d'une v.a. discrète	235
A-6	Exemple de calcul de la variance d'une v.a. discrète	235
A-7	Principales lois de probabilité discrètes	236
A-8	Transformation d'une v.a. continue en une v.a. discrète	236
A-9	Exemple de v.a. continue dont la moyenne n'existe pas	237
A-10	Espérance mathématique conditionnelle d'une v.a. continue	237
A-11	Exemple de calcul de moyenne d'une v.a. continue.	238
A-12	Principales lois de probabilité continues	238
A-13	Fonctions caractéristiques de quelques lois de probabilité	239
A-14	Tables de la loi normale centrée-réduite	240
B Démonstrations		243
B-1	Propriétés de la probabilité combinatoire	243
B-2	Propriétés de la probabilité définie par la fréquence relative	243
B-3	Preuves des corollaires aux axiomes des probabilités	243
B-4	Propriétés d'une loi de probabilité discrète	244
B-5	Propriétés d'une probabilité conditionnelle	245
B-6	Théorème des probabilités composées	245
B-7	Théorème des probabilités totales	246
B-8	Indépendance des événements complémentaires	246
B-9	Loi de probabilité binomiale	247
B-10	Loi de probabilité géométrique	248
B-11	Propriétés de la fonction de répartition	248
B-12	Linéarité de l'espérance mathématique - cas discret	250
B-13	Espérance et variance de quelques lois discrètes	250

B-14	Espérance et variance de la loi de Rayleigh	253
B-15	Moments d'ordre 2 et inégalité de Schwarz	254
B-16	Inégalité de Markov	254
B-17	Inégalité de Bienaymé	255
B-18	Inégalité de Bienaymé-Tchebycheff	255
B-19	Théorème des moments	256
B-20	Corollaire au théorème des moments	256
B-21	Fonction caractéristique d'une fonction monotone de X	257
B-22	Fonction caractéristique d'une fonction linéaire de X	257
B-23	Linéarité de l'espérance mathématique	258
B-24	Inégalité de Cauchy-Schwarz	258
B-25	Domaine de variation du coefficient de corrélation	258
B-26	Signification de $ \rho_{XY} = 1$	259
B-27	Variable espérance conditionnelle	259
B-28	Variable variance conditionnelle	260
B-29	Densité d'un couple gaussien	260
B-30	Densités marginales associées à un couple gaussien	261
B-31	Théorème central limite	261
C	Quelques Problèmes	263
C-1	Problèmes sur la première partie	263
C-2	Problèmes sur la seconde partie	265
C-3	Solutions des problèmes	269
	Bibliographie	290
	Index	290
	Notations	294