

1. **Petite incursion dans la relativité restreinte**

Les mystères les plus malins sont ceux qui se cachent dans la lumière.

Jean Giono

* 1.1. Un peu d'histoire

En publiant l'article « Électrodynamique des corps en mouvement », en 1905, Einstein résout splendidement une contradiction dans laquelle la physique était empêtrée depuis plusieurs décennies. Voyons comment.

Un **référentiel galiléen*** (ou inertiel) est un référentiel dans lequel la loi d'inertie est valable : au grand dam d'Aristote, tout corps qui n'est soumis à aucune force est au repos ou en mouvement rectiligne uniforme.

Tout référentiel en mouvement rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est nécessairement galiléen.

On savait depuis Galilée que les lois de la mécanique sont invariantes lorsqu'on change de référentiel d'inertie, ce qui revient à dire qu'on ne peut par aucune expérience de mécanique distinguer le mouvement rectiligne uniforme du repos « absolu ». C'est le principe de relativité galiléen.

Grâce au génie de Maxwell, les lois de la physique se sont agrandies dans la seconde moitié du XIX^e siècle, en incorporant l'électromagnétisme, Maxwell ayant réussi le tour de force d'unifier électricité et magnétisme. Dans ses équations, l'onde électromagnétique voyage toujours dans le vide à la vitesse constante c (en gros 300 000 km/s). Son milieu matériel de propagation est

supposé être l'éther par analogie à l'air pour l'onde sonore, une substance plutôt mystérieuse qui était censée être au repos par rapport à l'espace absolu et osciller au passage d'une onde électromagnétique.

Or la loi d'addition des vitesses impliquait que, si un corps se déplaçait par rapport à l'éther à la vitesse v en émettant dans le sens de son mouvement une onde lumineuse de vitesse c , la vitesse du signal par rapport au corps devrait être $c - v$. De même, si le signal était dirigé dans le sens opposé au mouvement, la vitesse du signal par rapport au corps devrait être $c + v$.

Le principe de relativité galiléen semblait inapplicable à l'électromagnétisme. Les physiciens se trouvaient donc en face d'un dilemme : ou bien abandonner le principe de relativité galiléen, ou bien abandonner la loi de propagation de la lumière dans le vide à la vitesse constante c . La tendance vers la fin du XIX^e siècle était plutôt de rejeter le principe de relativité galiléen en tant que méta-principe plutôt que de renoncer à la loi de propagation de la lumière fermement établie. Néanmoins toutes les expériences pour détecter un référentiel privilégié échouèrent, alors qu'on s'attendrait, si le principe de relativité n'était pas valable, à ce que la direction du mouvement de la Terre intervienne à tout moment dans les lois de la nature et que toutes les directions ne soient pas équivalentes pour les signaux électromagnétiques. Une telle anisotropie (c'est-à-dire une dépendance de la vitesse selon la direction) dans l'espace physique terrestre ne fut jamais détectée¹.

Les physiciens étaient par conséquent dans une impasse.

* 1.2. Principes de la relativité restreinte

Einstein va montrer qu'il est possible, en dépit des apparences, de maintenir les deux principes (constance de la vitesse de la lumière et principe de relativité galiléen) qui semblaient incompatibles, à condition de renoncer à des hypothèses implicites sur l'espace et le temps. L'éther n'avait plus de raison d'être.

1. L'expérience la plus emblématique fut sans conteste celle de Michelson et Morley conduite entre 1881 et 1887 qui montra que la vitesse de la lumière était la même dans toutes les directions jusqu'au deuxième ordre en (v/c) , qui était la précision de l'expérience. La Terre sur son orbite avec une vitesse de 30 km/s était en fait un excellent candidat pour détecter une variation de la vitesse de la lumière entre des chemins identiques parcourus dans le sens du mouvement ou perpendiculairement au vent d'éther.

La théorie de la **relativité restreinte*** proposée par Albert Einstein¹ en 1905 repose donc sur les deux principes suivants :

- tous les référentiels galiléens sont équivalents pour exprimer les lois de la nature (principe d'invariance galiléen) ;
- la lumière se propage dans le vide en ligne droite à la vitesse constante² c , (égale à 299 792 458 m/s soit environ 300 000 km/s) quel que soit le référentiel galiléen considéré.

Le qualificatif « restreinte » nous rappelle simplement que la théorie s'appuie sur un principe d'invariance limité aux référentiels galiléens.

Il est important de voir que le premier principe traduit l'idée qu'aucune expérience de physique ne peut nous permettre de distinguer le mouvement rectiligne uniforme du repos absolu. Ce principe de relativité avait déjà été énoncé par Galilée pour la mécanique mais Einstein l'étend à toute la physique.

Le second principe est le plus perturbant car il entre en conflit avec la loi habituelle d'additivité des vitesses. Einstein généralise à tous les référentiels inertiels une loi déjà exploitée par Maxwell dans ses équations de l'électromagnétisme.

Certains physiciens ont pu écrire que la dénomination « relativité » était impropre et qu'il faudrait lui préférer le terme « invariance ». Leur argument est que les deux théories de la relativité (restreinte et générale) sont basées sur un principe d'invariance : tous les référentiels (galiléens ou accélérés) sont équivalents pour exprimer les lois de la nature.

L'argument n'est pas stupide mais la conclusion est excessive : le terme « relativité » a le mérite de focaliser l'attention sur les prédictions de la théorie plutôt que sur ses principes. En conséquence, l'appellation « relativité » est tout aussi légitime, avec en plus l'intérêt de mettre en évidence certaines conséquences contre-intuitives comme la relativité du temps. En définitive, il s'agit plutôt d'un choix judicieux, car il met le doigt sur certains aspects

1. Einstein fut en fait le premier à proposer une nouvelle théorie-cadre valable pour toute la physique, dans laquelle le concept de relativité du temps trouve toute sa place. Je renvoie mon lecteur à l'annexe B pour une comparaison détaillée de la contribution d'Einstein avec celle d'importants précurseurs comme Poincaré et Lorentz.

2. Il existe un moyen mnémotechnique amusant pour se rappeler la valeur de c en substituant à chaque mot de la phrase suivante le nombre de lettres qui le composent : « La constante lumineuse restera désormais là, dans votre cervelle » soit 299 792 458 m/s !

de la relativité qui sont contraires au sens commun, la qualité d'une théorie scientifique se mesurant au moins autant par ce qu'elle dérange que par ce qu'elle arrange.

À la question « Qu'est-ce que la relativité de l'espace et du temps ? » on entend parfois comme réponse : « Plus on regarde loin dans l'espace, plus on regarde loin dans le passé. » Cette dernière remarque est certes correcte mais n'est pas du tout l'une des conséquences propres à la relativité : on sait depuis 1676 et les observations ingénieuses de l'astronome danois Römer (basées sur le décalage dans le début des éclipses des satellites galiléens en fonction de l'éloignement de la Terre par rapport à Jupiter) que la vitesse de la lumière est finie. C'est le fait que la vitesse de la lumière reste constante dans n'importe quel référentiel galiléen (et qu'il s'agisse en conséquence d'une limite infranchissable) qui constitue l'une des originalités de la théorie, en l'occurrence de la théorie de la relativité restreinte, et qui heurte puissamment le sens commun.

* 1.3. Transformation de Lorentz et composition des vitesses

Il me semble que la cinématique relativiste, y compris le théorème d'addition des vitesses, pourrait et devrait être enseignée dans le secondaire ; c'est en effet l'exemple le plus simple de la façon dont la physique moderne dépasse l'intuition quotidienne.

Abraham Pais

Supposons que R et R' sont deux référentiels galiléens, R' étant animé de la vitesse \vec{v} par rapport à R avec un mouvement rectiligne uniforme suivant l'axe des x .

Comment passe-t-on des coordonnées (x, y, z, t) d'un **événement*** dans R aux coordonnées (x', y', z', t') de ce même événement dans R' ?

En cinématique classique (newtonienne), la réponse est fournie par la transformation de Galilée :

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t$$

Avec la relativité, la réponse est donnée par la transformation de Lorentz :

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Lorsqu'on dit « l'événement M a lieu en un point x, y, z à l'instant t », ceci signifie que l'on doit constater la simultanéité entre deux événements : le passage du corps au point M et l'indication de l'horloge en ce même point. Par conséquent on suppose implicitement qu'il existe un réseau d'horloges synchronisées avec celle placée en O (origine du référentiel R) et distribuées dans la totalité de l'espace.

Le lecteur désireux de comprendre en détail comment déduire la transformation de Lorentz des deux principes énoncés plus haut trouvera une explication claire en annexe du petit livre d'Einstein lui-même cité en bibliographie. Avec la relativité, la vitesse de la lumière est une grandeur absolue (un invariant), ce qui implique que les distances et les intervalles de temps deviennent relatifs, c'est-à-dire liés au référentiel considéré.

Dans les formules ci-dessus, la vitesse de la lumière c est une limite indépassable.

Aucun corps ne peut être accéléré à une vitesse égale ou supérieure à celle de la lumière. Cette conséquence de la relativité restreinte a été vérifiée à de multiples reprises avec une grande précision et continue à l'être à l'heure actuelle dans les accélérateurs de particules¹.

Au fait, pourquoi parle-t-on d'**espace-temps***?

Est-ce une terminologie usurpée? Pas du tout, elle est tout à fait appropriée.

Dans la physique newtonienne, le maître mot était de laisser le temps au temps : nous avions imperturbablement $t' = t$.

En revanche, avec la relativité, nous voyons que le terme t' ci-dessus est un mélange d'espace et de temps : on donne donc de l'espace au temps. Les coordonnées x' et t' sont désormais toutes deux des imbrications de temps et d'espace. Il n'est plus possible de séparer l'espace et le temps.

1. Pour une analyse de l'annonce récente très médiatique (septembre 2011) de la possible détection de particules violant cette règle, voir le paragraphe 9.5.

> **Formule de composition des vitesses**

Supposons qu'un voyageur se déplace vers l'avant à la vitesse v dans le wagon d'un train lui-même en mouvement à la vitesse u par rapport au sol.

Quelle sera la vitesse du voyageur par rapport au sol ?

En physique classique, la réponse est immédiate : le voyageur se déplace par rapport au sol à la vitesse $u + v$.

C'est la **loi d'additivité des vitesses**. Si le voyageur se déplaçait vers l'arrière, sa vitesse par rapport au sol serait $u - v$.

Voyons ce que cette loi devient avec la relativité.

Le voyageur se meut dans le train conformément à l'équation

$$x' = vt'$$

Utilisons la transformation de Lorentz :

$$\frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = v \frac{t - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

On en déduit :

$$x = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}} t$$

La vitesse du voyageur par rapport au sol n'est donc plus $u + v$ mais :

$$\frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}} \quad (1.1)$$

Nous constatons conformément à l'invariance de c , que si un signal est émis à la vitesse c depuis un mobile à la vitesse u , la vitesse par rapport au sol sera toujours égale à c : il suffit de remplacer v par c dans la formule ci-dessus. Là encore, la vitesse c paraît comme une barrière infranchissable.

> **Métrie* du continuum espace-temps**

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

La distance ci-dessus a la même valeur dans tous les référentiels galiléens. C'est un invariant. C'est l'intervalle spatio-temporel entre l'événement (x, y, z, t) et l'événement infiniment voisin $(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt)$. Ce n'est pas tout à fait une distance euclidienne à cause du signe « - », d'où le qualificatif d'espace pseudo-euclidien.

Rappelons qu'en cinématique classique (newtonienne) les distances et les intervalles de temps se conservent lorsqu'on change de référentiel galiléen. Ni l'un ni l'autre ne se conservent avec la cinématique relativiste. En revanche c'est un mélange des deux (la quantité ci-dessus) qui se conserve et qui représente la distance entre deux événements de l'espace-temps.

On doit à Minkowski d'avoir le premier révélé en 1908 cette structure particulière de l'espace-temps qui lui confère des propriétés similaires à l'espace euclidien traditionnel, à condition d'accepter de combiner espace et temps, contrairement à ce que nous suggère notre intuition. Ces résultats de Minkowski ont d'abord laissé Einstein indifférent, car il y voyait surtout un artifice mathématique sans intérêt pratique. Cependant, quelques années plus tard, Einstein a réalisé que la généralisation de la relativité restreinte¹ qui devait conduire à sa théorie de la **relativité générale*** passait par la généralisation de la métrique de Minkowski, en transformant l'espace pseudo-euclidien en un espace courbe non euclidien. Il ne manqua pas de rendre hommage à Minkowski par la suite.

> **La relativité restreinte permet-elle d'étudier les mouvements accélérés ?**

Croire que la relativité restreinte ne permet pas d'étudier les mouvements accélérés est une idée encore assez répandue et qui trahit une compréhension plutôt sommaire de la théorie.

Certes le principe de relativité ne s'applique pour cette théorie qu'aux référentiels galiléens mais il n'en reste pas moins qu'elle permet, au même titre que la cinématique newtonienne, d'étudier n'importe quel type de

1. Les propriétés structurelles révélées par Minkowski ne se sont pas montrées utiles uniquement pour le développement de la relativité générale et constituent en fait la base de toute pratique moderne de la relativité restreinte qui s'appuie sur le point de vue de l'univers-bloc quadridimensionnel. Voir à ce sujet l'excellent ouvrage d'Éricourgoulhon cité en bibliographie.

mouvement. Mon lecteur trouvera au paragraphe suivant une explication détaillée du paradoxe des jumeaux et par la même occasion un exemple d'application de la relativité restreinte à un mouvement accéléré¹.

> **La relativité restreinte a-t-elle des applications pratiques dans la vie quotidienne ?**

J'ai pris l'amusante habitude de poser à mes collègues ingénieurs la question suivante : quelles sont les applications concrètes de la relativité restreinte dans notre vie courante en ce début du XXI^e siècle ?

L'application la plus pratique dans notre vie de tous les jours de la relativité restreinte est tout simplement l'électricité. En effet en France près de 80% de l'électricité produite a pour origine nos centrales nucléaires. Celles-ci fonctionnent grâce à l'équivalence masse-énergie $E = mc^2$, qui est exploitée par l'intermédiaire des réactions de fission.

Une autre application très courante est bien sûr le GPS et c'est l'objet de ce livre.

Enfin une troisième application non moins importante (et quasi magique !) nous est fournie par les **gyrolasers**^{*}, qui sont décrits avec délectation dans l'annexe A et qui équipent aujourd'hui la grande majorité des avions de ligne ou militaires ainsi que les fusées.

Les deux dernières applications exploitent toutes deux la réalité physique de la surprenante relativité du temps.

De nombreuses personnes doutent aujourd'hui davantage de la relativité restreinte que de l'astrologie² mais il y a quelque ironie à penser que, sans le recours précieux à cette théorie (via les centrales nucléaires), la plupart de la technologie utilisée par ces mêmes personnes dans leur vie courante serait tout simplement inopérante et leur interdirait même souvent de lire leur horoscope !

-
1. Un autre exemple nous est fourni par l'effet Sagnac (décrit en détail à l'annexe A) qui s'explique entièrement par la relativité restreinte car il met en jeu un mouvement de rotation pour lequel la relativité restreinte convient parfaitement.
 2. Contrairement à ce qu'on pourrait attendre, cette tendance ne faiblit pas avec le niveau d'éducation, loin de là. Des enquêtes ont montré par exemple que la croyance en la torsion des cuillères par le seul pouvoir de l'esprit était plus forte chez les étudiants en premier cycle d'études universitaires scientifiques que celle en la dilatation relativiste des durées. Ce constat rend d'autant plus pertinent le travail de la zététique. Mon lecteur trouvera des détails intéressants à l'adresse <http://webs.unice.fr/site/broch/zetetique.html#sofres>