

# Table des matières

<b>I</b>	<b>La gestion de production</b>	<b>1</b>
	<b>Présentation</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>L'ordonnancement de projet</b>	<b>5</b>
1.1	Minimisation du délai d'exécution d'un projet . . . . .	6
1.1.1	La méthode <i>CPM</i> (ou <i>PERT</i> ) . . . . .	7
1.1.2	La méthode MPM . . . . .	15
1.1.3	Comparaison des méthodes CPM et MPM . . . . .	24
1.1.4	La méthode PERT pour des durées aléatoires . . . . .	25
1.2	Analyse des ressources . . . . .	27
1.2.1	Formulation générale du problème RCPSP . . . . .	27
1.2.2	Cas des ressources renouvelables . . . . .	29
1.2.3	Cas des ressources consommables . . . . .	37
1.3	Analyse des coûts . . . . .	41
1.3.1	Le problème général et une approche exacte . . . . .	41
1.3.2	Diminution du coût total d'un ordonnancement sans variation de durée . . . . .	43
1.3.3	Accélération d'un ordonnancement au moindre coût . . . . .	45
1.4	Exercices . . . . .	48
<b>2</b>	<b>Ordonnancement de production</b>	<b>65</b>
2.1	Introduction . . . . .	65
2.1.1	Données et variables . . . . .	66
2.1.2	Les critères de performance . . . . .	68
2.1.3	Définitions et propriétés de base . . . . .	69
2.1.4	Nomenclature des modèles d'ordonnancement . . . . .	71

2.2	Les modèles à une machine . . . . .	72
2.2.1	Les modèles simples $1//\gamma$ . . . . .	72
2.2.2	Extensions : quelques modèles $1/\beta/\gamma$ . . . . .	77
2.2.3	Un modèle bi-critère $1//\bar{F}, T_{\max}$ . . . . .	83
2.3	Modèles à machines parallèles . . . . .	86
2.3.1	Jobs indépendants . . . . .	87
2.3.2	Jobs dépendants . . . . .	90
2.4	Modèles “Flow-shop” . . . . .	92
2.4.1	Théorèmes pour le modèle simple . . . . .	93
2.4.2	Le modèle $F2//C_{\max}$ . . . . .	94
2.4.3	Utilisation de la règle de Johnson pour des modèles $Fm//C_{\max}$ avec $m \geq 3$ . . . . .	95
2.5	Les modèles Job Shop et Open Shop . . . . .	99
2.5.1	Le modèle $J2//C_{\max}$ . . . . .	99
2.5.2	Le modèle $O2//C_{\max}$ . . . . .	101
2.5.3	Le graphe disjonctif . . . . .	102
2.6	Ordonnancement de production . . . . .	104
2.6.1	La programmation mathématique . . . . .	104
2.6.2	Méthodes Branch and Bound . . . . .	108
2.6.3	Programmation dynamique . . . . .	112
2.6.4	Heuristiques . . . . .	113
2.6.5	Les métaheuristiques . . . . .	114
2.7	Exercices et applications . . . . .	116
2.7.1	Exercices . . . . .	116
2.7.2	Applications . . . . .	124
<b>3</b>	<b>La gestion des stocks</b> . . . . .	<b>133</b>
3.1	Introduction . . . . .	133
3.1.1	Le contexte . . . . .	133
3.1.2	Les variables d’action . . . . .	135
3.1.3	Terminologie et notations . . . . .	137
3.2	Les modèles déterministes . . . . .	139
3.2.1	Le modèle de Wilson . . . . .	139
3.2.2	Extensions du modèle de Wilson . . . . .	142
3.2.3	Demande variable dans le temps . . . . .	147

3.3	Éléments d'analyse d'une demande aléatoire . . . . .	151
3.3.1	Analyse du stock physique durant un cycle . . . . .	152
3.3.2	Analyse de la pénurie . . . . .	153
3.3.3	Le cas d'un cycle aléatoire . . . . .	153
3.4	La politique $(T, S)$ . . . . .	154
3.4.1	Le stock physique moyen . . . . .	155
3.4.2	Analyse de la pénurie . . . . .	156
3.4.3	Le cas d'une demande gaussienne . . . . .	156
3.4.4	Détermination des variables par une optimisation des coûts . . . . .	159
3.5	La politique $(s, Q)$ . . . . .	161
3.5.1	Le stock physique moyen . . . . .	162
3.5.2	Analyse de la pénurie . . . . .	163
3.5.3	Le cas d'une demande gaussienne . . . . .	163
3.5.4	Détermination des variables par une optimisation des coûts . . . . .	165
3.6	Formulaire comparatif des politiques $(T, S)$ et $(s, Q)$ . . . . .	168
3.7	Exercices . . . . .	169
<b>4</b>	<b>La planification</b> . . . . .	<b>175</b>
4.1	La méthode MRP . . . . .	175
4.1.1	Les données d'entrée de MRP . . . . .	176
4.1.2	Le mécanisme général de MRP . . . . .	179
4.1.3	Compléments et extensions . . . . .	181
4.2	La méthode Kanban et le JIT ("Just-in-time") . . . . .	183
4.2.1	Le fonctionnement de la méthode Kanban . . . . .	183
4.2.2	Commentaires . . . . .	185
4.2.3	La philosophie JIT . . . . .	185
4.3	La gestion de la chaîne logistique (SCM) . . . . .	186
4.3.1	L'objet de SCM . . . . .	186
4.3.2	La structure de SCM . . . . .	187
4.3.3	La mise en œuvre de SCM . . . . .	188

<b>II Les modèles aléatoires</b>	<b>191</b>
<b>Présentation</b>	<b>193</b>
<b>5 Les chaînes de Markov</b>	<b>195</b>
5.1 Définitions et concepts de base . . . . .	195
5.1.1 Définitions . . . . .	195
5.1.2 Relations élémentaires . . . . .	198
5.1.3 Stationnarité d'une chaîne de Markov . . . . .	199
5.1.4 Ergodicité d'une chaîne de Markov . . . . .	199
5.2 Analyse algébrique d'une chaîne de Markov . . . . .	202
5.2.1 Le graphe d'accessibilité d'une chaîne de Markov . . . . .	202
5.2.2 Analyse spectrale des matrices stochastiques . . . . .	205
5.2.3 Classification des chaînes de Markov (ou des matrices stochastiques) . . . . .	206
5.3 Classification des états d'une chaîne de Markov . . . . .	207
5.3.1 Les différents types d'états . . . . .	207
5.3.2 Propriétés d'équivalence d'états . . . . .	209
5.3.3 Les propriétés spécifiques des chaînes de Markov finies . . . . .	211
5.4 Analyse asymptotique d'une chaîne de Markov . . . . .	213
5.4.1 Chaîne de Markov irréductible non périodique . . . . .	214
5.4.2 Chaîne primitive . . . . .	216
5.4.3 Chaîne irréductible périodique . . . . .	219
5.5 Chaînes de Markov continues . . . . .	221
5.5.1 Définition et notations . . . . .	222
5.5.2 Distribution stationnaire . . . . .	222
5.6 Exercices et modélisations . . . . .	223
5.6.1 Exercices . . . . .	223
5.6.2 Modélisations . . . . .	229
<b>6 Les processus de décision markovien</b>	<b>239</b>
6.1 Les critères d'optimisation sur un horizon infini . . . . .	239
6.1.1 L'optimisation séquentielle sur un horizon fini . . . . .	239
6.1.2 L'optimisation séquentielle sur un horizon infini . . . . .	241
6.2 Hypothèses et notations du modèle . . . . .	243
6.3 Analyse du modèle . . . . .	245

6.3.1	Equation de récurrence du rendement moyen . . . . .	245
6.3.2	Critère d'optimalité . . . . .	245
6.3.3	Etude asymptotique du rendement moyen . . . . .	246
6.4	Algorithme de Howard . . . . .	247
6.4.1	Première étape : Système en $W[\sigma]$ et $\Pi[\sigma]q[\sigma]$ . . . . .	247
6.4.2	Deuxième étape : Construction de la nouvelle tactique . . . . .	248
6.4.3	Algorithme de Howard . . . . .	249
6.5	Autres algorithmes . . . . .	254
6.5.1	Algorithme de programmation linéaire . . . . .	254
6.5.2	Algorithme "value iteration" . . . . .	256
6.6	Processus de décision semi-markovien . . . . .	257
6.6.1	Définition et notations du modèle . . . . .	257
6.6.2	Algorithmes . . . . .	258
6.7	Exercices et modélisations . . . . .	259
6.7.1	Exercices . . . . .	259
6.7.2	Modélisations . . . . .	262
<b>7</b>	<b>Les systèmes d'attente</b> . . . . .	<b>267</b>
	Présentation . . . . .	267
7.1	Les processus de vie et de mort . . . . .	269
7.1.1	Définition . . . . .	269
7.1.2	Régime transitoire . . . . .	269
7.1.3	Régime stationnaire . . . . .	270
7.2	Le modèle $M/M/1$ . . . . .	271
7.2.1	Distribution stationnaire . . . . .	271
7.2.2	Nombre moyen de clients . . . . .	271
7.2.3	Temps moyen d'attente et de séjour . . . . .	272
7.3	Extensions du modèle $M/M/1$ . . . . .	273
7.3.1	Modèle $M/M/1/N$ . . . . .	273
7.3.2	Le modèle $M/M/S$ . . . . .	274
7.3.3	Modèle adapté . . . . .	275
7.3.4	Le modèle $M/M/S/S$ . . . . .	275
7.3.5	Modèle à source finie et $S$ serveurs . . . . .	276
7.3.6	Modèle avec priorité . . . . .	277
7.3.7	Modèle avec deux stations en série (à capacité infinie) . . . . .	278

7.4	Le modèle $M/G/1$ . . . . .	278
7.4.1	Chaîne de Markov incluse . . . . .	279
7.4.2	Distribution stationnaire . . . . .	280
7.4.3	Temps d'attente moyen et nombre moyen de clients . . . . .	281
7.5	Problèmes de contrôle d'un système d'attente . . . . .	282
7.5.1	Contrôle du nombre de serveurs . . . . .	282
7.5.2	Contrôle de l'arrivée des clients . . . . .	287
7.6	Exercices . . . . .	290
<b>8</b>	<b>Les réseaux de systèmes d'attente</b>	<b>295</b>
	Présentation . . . . .	295
8.1	Équations de balance locale – Forme produit . . . . .	297
8.2	Les réseaux de Jackson . . . . .	299
8.2.1	Le réseau ouvert . . . . .	299
8.2.2	Le réseau fermé . . . . .	303
8.3	Les réseaux BCMP . . . . .	304
8.3.1	Le modèle BCMP . . . . .	304
8.3.2	La distribution stationnaire . . . . .	306
8.4	Modèles de systèmes informatiques . . . . .	308
8.4.1	Un modèle simple d'ordinateur . . . . .	308
8.4.2	Modèle avec mémoire virtuelle . . . . .	311
8.4.3	Modèle avec disque “swap” . . . . .	312
<b>9</b>	<b>Fiabilité des systèmes</b>	<b>315</b>
	Présentation . . . . .	315
9.1	Introduction . . . . .	315
9.1.1	Définitions . . . . .	315
9.1.2	Systèmes réparables . . . . .	317
9.1.3	Distributions des durées de vie . . . . .	318
9.2	Fiabilité de systèmes non réparables . . . . .	319
9.2.1	Configuration en série . . . . .	320
9.2.2	Configuration en parallèle . . . . .	321
9.2.3	Configuration $k$ à $n$ . . . . .	322
9.2.4	Configuration de secours (“stand by”) . . . . .	322
9.2.5	Configurations mixtes “parallèle-série” et “série-parallèle” . . . . .	323

9.2.6	Configurations quelconques . . . . .	324
9.3	Systèmes réparables . . . . .	325
9.3.1	Disponibilité et Fiabilité . . . . .	325
9.3.2	Disponibilité d'un seul élément . . . . .	326
9.3.3	Disponibilité d'une configuration en série . . . . .	327
9.3.4	Disponibilité d'une configuration en parallèle . . . . .	327
9.3.5	Disponibilité d'une configuration mixte . . . . .	328
9.4	Processus de renouvellement . . . . .	329
9.4.1	Processus de renouvellement (général et simple) . . . . .	330
9.4.2	Processus de renouvellement alterné . . . . .	331
9.4.3	Liens avec la fiabilité . . . . .	332
9.5	Exercices . . . . .	334
<b>III</b>	<b>L'aide multicritère à la décision</b>	<b>339</b>
	<b>Présentation</b>	<b>341</b>
<b>10</b>	<b>La programmation linéaire multicritère</b>	<b>343</b>
10.1	Concepts de base . . . . .	343
10.1.1	Le problème . . . . .	343
10.1.2	Relation de dominance et solutions efficaces . . . . .	345
10.1.3	Point idéal, matrice des gains et point nadir . . . . .	347
10.1.4	Fonctions scalarisantes . . . . .	349
10.1.5	Théorèmes de caractérisation des solutions efficaces . . . . .	351
10.1.6	Les principales approches de résolution . . . . .	352
10.2	Quelques méthodes interactives . . . . .	359
10.2.1	La méthode STEM de Benayoun <i>et al.</i> . . . . .	360
10.2.2	La méthode de Steuer et Choo . . . . .	364
10.2.3	Méthodes interactives basées sur l'existence d'une fonction d'utilité implicite . . . . .	366
10.3	Programmation multicritère en variables entières . . . . .	368
10.3.1	Méthodes générant $E(P)$ . . . . .	370
10.3.2	Méthodes interactives . . . . .	372

10.4	L'optimisation combinatoire multicritère . . . . .	375
10.4.1	Méthodes exactes . . . . .	376
10.4.2	Métaheuristiques . . . . .	385
10.5	La programmation linéaire multicritère stochastique . . . . .	389
10.5.1	Le problème déterministe associé . . . . .	390
10.5.2	Détermination du premier compromis . . . . .	391
10.5.3	Les phases interactives . . . . .	392
10.6	La programmation linéaire multicritère floue . . . . .	400
10.7	Applications . . . . .	401
<b>11</b>	<b>L'analyse multicritère</b>	<b>409</b>
	Présentation . . . . .	409
11.1	Définitions et notions de base . . . . .	409
11.1.1	Les données du problème . . . . .	409
11.1.2	Structures de préférence . . . . .	411
11.1.3	Relation de surclassement . . . . .	413
11.2	Méthodes de surclassement . . . . .	415
11.2.1	La méthode ELECTRE I . . . . .	415
11.2.2	La méthode ELECTRE II . . . . .	419
11.2.3	Les autres méthodes ELECTRE . . . . .	423
11.2.4	Les méthodes PROMETHEE . . . . .	424
11.2.5	Méthode ORESTE . . . . .	429
11.3	Applications . . . . .	435
<b>IV</b>	<b>Compléments de méthodes d'optimisation</b>	<b>443</b>
	<b>Présentation</b>	<b>445</b>
<b>12</b>	<b>P.L. dans un environnement incertain</b>	<b>447</b>
	Présentation . . . . .	447
12.1	La programmation linéaire stochastique . . . . .	448
12.1.1	Critère d'optimisation du problème équivalent . . . . .	449
12.1.2	Contraintes du problème équivalent : modèles avec recours et seuils de probabilité . . . . .	450



12.2	La programmation linéaire flexible . . . . .	455
12.2.1	Contraintes et critère flexibles . . . . .	456
12.2.2	Méthode 1 : agrégation des degrés de satisfaction . . . . .	458
12.2.3	Méthode 2 : coupes de niveau $\alpha$ . . . . .	459
12.2.4	Méthode 3 : approche mixte . . . . .	460
12.3	La programmation linéaire floue . . . . .	461
12.3.1	Méthode 1 : le maximum flou . . . . .	462
12.3.2	Méthode 2 : le degré d'admissibilité . . . . .	464
12.3.3	Méthode 3 : la compensation des aires . . . . .	468
12.3.4	Traitement d'une fonction économique floue . . . . .	471
<b>13</b>	<b>L'optimisation non linéaire</b>	<b>475</b>
13.1	Notions de base et notations . . . . .	476
13.2	Optimisation sans contraintes . . . . .	479
13.2.1	Méthodes de descente . . . . .	480
13.2.2	Méthode de Newton . . . . .	482
13.2.3	Méthodes quasi-newtonniennes . . . . .	483
13.2.4	Méthode du gradient conjugué . . . . .	485
13.2.5	Les méthodes de région de confiance . . . . .	488
13.3	La programmation non linéaire . . . . .	489
13.3.1	Conditions d'optimalité . . . . .	490
13.3.2	Conditions de Karush-Kuhn-Tucker et dualité . . . . .	496
13.3.3	Les méthodes de gradient . . . . .	498
13.3.4	Les méthodes de pénalité et de barrière . . . . .	503
<b>14</b>	<b>Les méthodes de point intérieur</b>	<b>509</b>
	Présentation . . . . .	509
14.1	Introduction . . . . .	510
14.1.1	Programmation linéaire . . . . .	510
14.1.2	L'algorithme simplexe . . . . .	510
14.1.3	Un premier coup d'œil aux méthodes de point intérieur . . . . .	511
14.1.4	Un bref compte rendu historique . . . . .	512
14.2	Concepts de base . . . . .	513
14.2.1	Dualité . . . . .	513
14.2.2	Conditions d'optimalité . . . . .	514

14.2.3	La méthode de Newton . . . . .	515
14.2.4	La fonction barrière . . . . .	516
14.2.5	Le chemin central . . . . .	517
14.2.6	Lien entre le chemin central et les conditions d'optimalité KKT . .	518
14.3	Méthodes de point intérieur . . . . .	519
14.3.1	Méthodes de suivi de chemin . . . . .	519
14.3.2	Méthodes de mise à l'échelle affine . . . . .	526
14.3.3	Méthodes de réduction de potentiel . . . . .	529
14.4	Améliorations . . . . .	531
14.4.1	Méthodes non admissibles . . . . .	531
14.4.2	Technique du problème homogène auto-dual . . . . .	532
14.4.3	Différences entre algorithme théorique et implémentation . . . . .	533
14.4.4	L'algorithme prédicteur-correcteur de Mehrotra . . . . .	534
14.5	Implémentation . . . . .	536
14.5.1	Algèbre linéaire . . . . .	536
14.5.2	Prétraitement . . . . .	537
14.5.3	Itéré de départ et critère d'arrêt . . . . .	538
14.6	Remarques finales . . . . .	538
<b>A</b>	<b>Distributions de probabilité</b>	<b>541</b>
A.1	La distribution gaussienne ou Normale . . . . .	541
A.2	La distribution exponentielle négative . . . . .	544
A.3	La distribution Erlang - $k$ . . . . .	544
A.4	La distribution hyperexponentielle . . . . .	545
A.5	La distribution de Cox . . . . .	545
A.6	La distribution binomiale . . . . .	546
A.7	La distribution de Poisson . . . . .	547
A.8	Le processus de Poisson . . . . .	547
<b>B</b>	<b>Nombres flous</b>	<b>549</b>
B.1	Ensemble et nombre flou – Notions élémentaires . . . . .	549
B.2	Principe d'extension . . . . .	555
B.3	Relations floues . . . . .	559
B.4	Comparaison de deux nombres flous . . . . .	559

<b>C Modélisation des préférences</b>	<b>561</b>
C.1 Relations binaires . . . . .	561
C.1.1 Définitions . . . . .	561
C.1.2 Propriétés . . . . .	561
C.1.3 Relations binaires particulières . . . . .	562
C.2 Relations de préférence . . . . .	562
C.3 Structures de préférences usuelles . . . . .	563
C.3.1 Tournoi . . . . .	563
C.3.2 Structure d'ordre total . . . . .	563
C.3.3 Structure de préordre total (ou d'ordre faible) . . . . .	563
C.3.4 Structure d'ordre partiel . . . . .	564
C.3.5 Structure de préordre partiel (ou quasi-ordre) . . . . .	564
C.4 Type de critères . . . . .	565
C.4.1 Vrai critère . . . . .	565
C.4.2 Pseudo-critère . . . . .	565
C.4.3 Quasi-critère . . . . .	565
C.4.4 Pré-critère . . . . .	566
<b>Bibliographie</b>	<b>567</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>581</b>
<b>Liste des définitions</b>	<b>585</b>
<b>Liste des théorèmes</b>	<b>589</b>
<b>Liste des illustrations</b>	<b>593</b>
<b>Index</b>	<b>595</b>