

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Groupes, sous-groupes</b>	<b>1</b>
1.1	Groupes . . . . .	1
1.2	Sous-groupes . . . . .	5
1.3	Groupes diédraux . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Morphismes et isomorphismes</b>	<b>15</b>
2.1	Morphismes de groupes . . . . .	15
2.2	Automorphismes . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Théorème de Lagrange</b>	<b>23</b>
<b>4</b>	<b>Groupe opérant sur un ensemble</b>	<b>27</b>
4.1	Opération de groupe . . . . .	27
4.2	Opération d'un groupe par translation . . . . .	31
4.3	Opération d'un groupe par conjugaison . . . . .	33
4.4	Opération $k$ -transitive . . . . .	38
<b>5</b>	<b>Groupes symétriques</b>	<b>41</b>
5.1	Permutations et cycles . . . . .	41
5.2	Classes de conjugaisons . . . . .	46
5.3	Groupes alternés . . . . .	49
<b>6</b>	<b>Groupes quotients</b>	<b>57</b>
<b>7</b>	<b>Formule des classes et <math>p</math>-groupes</b>	<b>67</b>
<b>8</b>	<b>Produit semi-direct</b>	<b>75</b>
<b>9</b>	<b>Théorème de Sylow</b>	<b>85</b>
<b>10</b>	<b>Groupes d'ordre 12</b>	<b>93</b>
<b>11</b>	<b>Groupes résolubles</b>	<b>97</b>

<b>12 Groupes abéliens de type fini</b>	<b>103</b>
12.1 Groupes abéliens libres, sous-groupe de torsion . . . . .	103
12.2 Théorème de structure . . . . .	107
12.3 Groupes abéliens finis . . . . .	111
12.4 Calcul des invariants . . . . .	112
<b>13 Racines de l'unité, corps finis</b>	<b>117</b>
<b>14 Groupes linéaires</b>	<b>121</b>
14.1 Générateurs . . . . .	121
14.2 Groupe dérivé . . . . .	124
14.3 Groupes linéaires finis . . . . .	126
<b>15 Groupes projectifs</b>	<b>129</b>
15.1 Espace projectif . . . . .	129
15.2 Simplicité du groupe $\mathrm{PSL}(V)$ . . . . .	132
<b>16 Sous-groupes finis de <math>\mathrm{SO}(2, \mathbb{R})</math> et de <math>\mathrm{SO}(3, \mathbb{R})</math></b>	<b>135</b>
<b>17 Représentations linéaires</b>	<b>143</b>
17.1 $G$ -modules . . . . .	144
17.2 Caractères des groupes finis . . . . .	150
17.3 Caractères et sous-groupes distingués . . . . .	158
<b>Annexe A Extensions de corps</b>	<b>161</b>
<b>Annexe B Groupes libres</b>	<b>167</b>
<b>Annexe C Cryptographie avec les courbes elliptiques</b>	<b>169</b>
<b>Annexe D Indications pour certains exercices</b>	<b>173</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>181</b>
<b>Index</b>	<b>183</b>