

# Table des matières

<b>Avant-propos</b>	<b>iii</b>
L'approche du livre . . . . .	iii
Le contenu du livre . . . . .	iv
<b>1 Probabilités et jeux de hasard</b>	<b>1</b>
1.1 Introduction . . . . .	1
1.1.1 Motivation . . . . .	1
1.1.2 Plan du chapitre . . . . .	2
1.2 Concepts fondamentaux . . . . .	2
1.2.1 Événement aléatoire . . . . .	2
1.2.2 Probabilité d'un événement . . . . .	3
1.2.3 Événements indépendants . . . . .	5
1.2.4 Exemples de calculs de probabilités . . . . .	6
1.3 Analyse combinatoire . . . . .	8
1.3.1 Permutations . . . . .	9
1.3.2 Arrangements . . . . .	9
1.3.3 Combinaisons . . . . .	11
1.3.4 Binôme de Newton . . . . .	12
1.3.5 Probabilité de gain au loto . . . . .	14
1.4 Caractéristiques d'une loi de probabilité . . . . .	16
1.4.1 Espérance de gain . . . . .	16
1.4.2 Peut-on battre le casino ? . . . . .	19
1.4.3 Probabilités et intuition . . . . .	22
1.5 Perspectives . . . . .	23
1.6 Annexe : coefficients multinomiaux . . . . .	23
1.7 Exercices . . . . .	25
<b>2 Limites</b>	<b>27</b>
2.1 Introduction . . . . .	27
2.1.1 Surfaces délimitées par des lignes courbes . . . . .	27
2.1.2 Plan du chapitre . . . . .	28
2.2 Méthode de l'exhaustion en géométrie grecque . . . . .	28
2.2.1 Surfaces des figures rectilignes semblables . . . . .	28
2.2.2 Surface du cercle . . . . .	29

2.2.3	Périmètre du cercle . . . . .	34
2.3	Limites de séries et applications . . . . .	38
2.3.1	Somme des termes d'une suite géométrique infinie . . . . .	38
2.3.2	Surfaces sous des courbes polynomiales . . . . .	39
2.3.3	Le mouvement uniformément accéléré . . . . .	42
2.3.4	Surface sous les courbes $y = x^r$ , avec $r$ rationnel . . . . .	44
2.4	Aspects théoriques . . . . .	46
2.4.1	Limite d'une suite . . . . .	46
2.4.2	Limites d'une fonction . . . . .	47
2.4.3	Propriétés des limites . . . . .	48
2.4.4	Une définition plus rigoureuse de la continuité . . . . .	51
2.4.5	Quelles fonctions sont continues et en quels points? . . . . .	52
2.5	Perspectives . . . . .	54
2.6	Exercices . . . . .	54
<b>3</b>	<b>Dérivées (1)</b>	<b>57</b>
3.1	Introduction . . . . .	57
3.1.1	Motivation . . . . .	57
3.1.2	Plan du chapitre . . . . .	58
3.2	Dérivées et tangentes à une courbe . . . . .	58
3.2.1	Coefficient angulaire d'une droite . . . . .	58
3.2.2	La tangente comme limite de la sécante . . . . .	59
3.2.3	Fonction dérivée . . . . .	60
3.3	Calcul de dérivées . . . . .	62
3.3.1	Puissances entières positives . . . . .	62
3.3.2	Racines . . . . .	63
3.3.3	Dérivées de sommes, produits et quotients . . . . .	64
3.3.4	Parité de la dérivée . . . . .	68
3.3.5	La dérivée n'est pas toujours définie partout . . . . .	69
3.4	Étude de fonctions . . . . .	71
3.4.1	Croissance et décroissance des fonctions dérivables . . . . .	71
3.4.2	Minima et maxima . . . . .	72
3.4.3	Plus grande et plus petite valeur d'une fonction . . . . .	75
3.4.4	La boîte de conserve optimale . . . . .	75
3.4.5	Dérivées et taux de variation des fonctions . . . . .	78
3.5	Perspectives . . . . .	79
3.6	Exercices . . . . .	79
<b>4</b>	<b>Applications des dérivées</b>	<b>81</b>
4.1	Introduction . . . . .	81
4.2	Résolution numérique d'équations par la méthode de la tangente . . . . .	81
4.2.1	La méthode de la tangente . . . . .	81
4.2.2	Application au calcul de la racine carrée . . . . .	83
4.2.3	Racines d'ordre quelconque . . . . .	86
4.2.4	Les équations polynomiales . . . . .	88
4.2.5	Les équations quelconques . . . . .	90

4.2.6	Racines multiples . . . . .	91
4.3	Nombre de solutions des équations du troisième degré . . . . .	93
4.3.1	Forme réduite . . . . .	94
4.3.2	Discriminant et nombre de solutions . . . . .	95
4.4	Perspectives . . . . .	97
4.5	Annexe . . . . .	97
4.5.1	La méthode de la sécante . . . . .	97
4.5.2	Comparaison des méthodes de la tangente et de la sécante . . . . .	97
4.6	Exercices . . . . .	100
<b>5</b>	<b>Dérivées (2)</b>	<b>101</b>
5.1	Introduction . . . . .	101
5.2	Fonctions . . . . .	101
5.2.1	Domaine et image . . . . .	101
5.2.2	Composée de deux fonctions . . . . .	102
5.2.3	Fonction inverse . . . . .	105
5.3	Dérivées des fonctions inverses . . . . .	105
5.4	Dérivées des fonctions composées . . . . .	107
5.5	Fonctions trigonométriques . . . . .	109
5.5.1	Dérivées des fonctions sinus et cosinus . . . . .	109
5.5.2	Limite du sinus pour de petits angles . . . . .	110
5.5.3	Une autre unité de mesure d'angle : le radian . . . . .	111
5.5.4	Dérivées des autres fonctions trigonométriques . . . . .	112
5.6	Fonctions exponentielles et logarithmes . . . . .	113
5.6.1	La table de logarithmes de Briggs . . . . .	113
5.6.2	Dérivées des fonctions logarithmes . . . . .	114
5.6.3	Calcul de $e$ . . . . .	115
5.6.4	Dérivées des fonctions exponentielles et puissances . . . . .	119
5.7	Applications . . . . .	120
5.7.1	Quel est le meilleur endroit pour transformer un essai au rugby? . . . . .	120
5.7.2	Propriétés des foyers des coniques . . . . .	122
5.8	Perspectives . . . . .	125
5.9	Exercices . . . . .	125
<b>6</b>	<b>Analyse de fonctions</b>	<b>127</b>
6.1	Introduction . . . . .	127
6.1.1	Motivation . . . . .	127
6.1.2	Plan du chapitre . . . . .	127
6.2	Dérivée seconde, concavité et points d'inflexion . . . . .	128
6.3	Singularités dues à des divisions par 0 . . . . .	131
6.3.1	Limites égales à $+\infty$ ou $-\infty$ . . . . .	131
6.3.2	Limites égales à un nombre réel . . . . .	133
6.3.3	Limites inexistantes . . . . .	133
6.4	Vraies valeurs des indéterminations du type 0/0 . . . . .	134
6.4.1	Fonctions rationnelles . . . . .	134

6.4.2	Fonctions faisant intervenir des racines . . . . .	135
6.4.3	Théorèmes de Rolle, Lagrange, Cauchy . . . . .	136
6.4.4	Règle de L'Hospital . . . . .	139
6.5	Comportement des fonctions à l'infini . . . . .	141
6.5.1	Valeurs limites des fonctions puissances et de leurs quotients, produits, sommes et racines . . . . .	141
6.5.2	Valeurs limites de quotients de fonctions exponentielles, logarithmes et puissances . . . . .	143
6.5.3	Approximations au moyen de fonctions simples . . . . .	145
6.6	Indéterminations de la forme $0 \infty$ , $0^0$ , $\infty/\infty$ . . . . .	148
6.7	Exercices . . . . .	149
<b>7</b>	<b>Représentations des courbes</b> . . . . .	<b>151</b>
7.1	Introduction . . . . .	151
7.1.1	Motivation . . . . .	151
7.1.2	Plan du chapitre . . . . .	152
7.2	Courbes en coordonnées polaires . . . . .	152
7.2.1	Un système non cartésien : les coordonnées polaires . . .	152
7.2.2	Cercles, droites et autres courbes . . . . .	153
7.2.3	Coniques . . . . .	154
7.3	Équations paramétriques des courbes . . . . .	155
7.3.1	Droites . . . . .	156
7.3.2	Cercles . . . . .	157
7.3.3	Liens entre les représentations d'une courbe . . . . .	157
7.3.4	Ellipses . . . . .	158
7.3.5	Hyperboles . . . . .	159
7.4	Fonctions hyperboliques . . . . .	159
7.4.1	Propriétés . . . . .	159
7.4.2	Fonctions hyperboliques inverses . . . . .	160
7.4.3	Dérivées des fonctions hyperboliques et de leurs inverses .	162
7.5	Annexe : représentation paramétrique des hypocycloïdes . . . . .	162
7.6	Exercices . . . . .	164
<b>8</b>	<b>Intégrales (1)</b> . . . . .	<b>165</b>
8.1	Introduction . . . . .	165
8.1.1	Motivation . . . . .	165
8.1.2	Plan du chapitre . . . . .	166
8.2	Le théorème fondamental du calcul intégral . . . . .	166
8.3	Primitives simples . . . . .	169
8.3.1	Primitives immédiates . . . . .	169
8.3.2	Propriétés des primitives . . . . .	171
8.3.3	Primitives similaires aux primitives immédiates . . . . .	172
8.4	Primitivation par réécriture de l'intégrande . . . . .	173
8.4.1	Produits de sinus et cosinus . . . . .	173
8.4.2	Fonctions rationnelles . . . . .	175
8.5	Intégration par parties . . . . .	177

8.5.1	Formule . . . . .	177
8.5.2	Produit de $x^k$ et de fonctions transcendantes . . . . .	177
8.6	Méthodes numériques d'intégration . . . . .	179
8.6.1	Les primitives de fonctions élémentaires ne sont pas nécessairement des fonctions élémentaires . . . . .	179
8.6.2	Méthode de Simpson . . . . .	180
8.7	Perspectives . . . . .	183
8.8	Exercices . . . . .	184
<b>9</b>	<b>Intégrales (2)</b>	<b>185</b>
9.1	Introduction . . . . .	185
9.2	Changement de variable . . . . .	185
9.2.1	Le principe et les calculs dans un cas particulier . . . . .	185
9.2.2	Formule et exemples . . . . .	187
9.2.3	Combinaisons de fonctions trigonométriques . . . . .	188
9.2.4	Racines carrées de facteurs quadratiques . . . . .	190
9.2.5	Interprétation géométrique d'une représentation paramétrique des ellipses et hyperboles . . . . .	191
9.3	Intégration des fonctions rationnelles quelconques . . . . .	192
9.4	Généralisation de la notion d'intégrale . . . . .	194
9.4.1	Intervalle d'intégration non borné . . . . .	194
9.4.2	Fonctions discontinues . . . . .	196
9.4.3	Évaluation numérique des intégrales impropres . . . . .	198
9.4.4	Définition de la surface sous une courbe . . . . .	200
9.5	Perspectives . . . . .	201
9.6	Exercices . . . . .	202
<b>10</b>	<b>Développements en série</b>	<b>203</b>
10.1	Introduction . . . . .	203
10.1.1	Motivation . . . . .	203
10.1.2	Plan du chapitre . . . . .	204
10.2	Série géométrique et séries apparentées . . . . .	204
10.2.1	Fonction $1/(1 - x)$ . . . . .	204
10.2.2	Fonction $\ln(1 - x)$ . . . . .	206
10.2.3	Fonction $\arctan x$ . . . . .	208
10.3	Preuves et algorithmes . . . . .	210
10.3.1	Preuve pour la fonction $\ln(1 - x)$ . . . . .	210
10.3.2	Algorithme de calcul du logarithme népérien . . . . .	211
10.3.3	Un autre algorithme de calcul du logarithme népérien . . . . .	212
10.3.4	Preuve pour la fonction $\arctan x$ . . . . .	214
10.4	Arc tangente et calcul de $\pi$ . . . . .	214
10.5	Développements en série de Taylor d'autres fonctions . . . . .	217
10.5.1	Polynômes de Taylor . . . . .	218
10.5.2	Polynômes de Taylor de $e^x$ , $\sin x$ , $\cos x$ . . . . .	219
10.5.3	Limite des polynômes de Taylor . . . . .	222
10.5.4	Polynômes de Taylor de $(1 + x)^r$ . . . . .	224

10.5.5	Polynômes de Taylor de $\arcsin x$ , $\arccos x$ . . . . .	225
10.6	Preuves et algorithmes . . . . .	225
10.6.1	Théorème de Taylor-Lagrange-Cauchy . . . . .	226
10.6.2	Preuve pour les fonctions $e^x$ , $\sin x$ , $\cos x$ . . . . .	228
10.6.3	Algorithmes de calcul de $e^x$ , $\sin x$ , $\cos x$ . . . . .	230
10.6.4	Preuve pour $(1+x)^r$ . . . . .	231
10.6.5	Preuve pour $\arcsin x$ , $\arccos x$ . . . . .	233
10.7	Calcul de limites . . . . .	234
10.8	Perspectives . . . . .	234
10.9	Exercices . . . . .	234
<b>11</b>	<b>L'art de conjecturer</b> . . . . .	<b>237</b>
11.1	Introduction . . . . .	237
11.1.1	Motivation . . . . .	237
11.1.2	Plan du chapitre . . . . .	237
11.2	Générateurs de nombres aléatoires . . . . .	238
11.2.1	À quoi ressemble le hasard ? . . . . .	238
11.2.2	Générateurs algorithmiques . . . . .	239
11.2.3	Comment le nombre de piles s'approche-t-il de la moyenne ? . . . . .	241
11.2.4	Modélisation d'une roulette . . . . .	242
11.3	Les sondages sont-ils fiables ? . . . . .	245
11.3.1	Les difficultés du sondage . . . . .	245
11.3.2	Distribution de probabilité des résultats du sondage . . . . .	246
11.3.3	Probabilité que le sondage désigne le vainqueur . . . . .	249
11.3.4	Un intervalle de confiance pour le résultat de l'élection . . . . .	254
11.3.5	La limite de la loi binomiale lorsque $n \rightarrow \infty$ . . . . .	258
11.4	Perspectives . . . . .	262
11.5	Annexe . . . . .	262
11.5.1	Générateurs congruentiels linéaires . . . . .	262
11.5.2	Démonstration de la formule de de Moivre-Stirling . . . . .	266
11.6	Exercices . . . . .	271
<b>12</b>	<b>Résolution des systèmes d'équations linéaires au moyen de déterminants</b> . . . . .	<b>273</b>
12.1	Introduction . . . . .	273
12.1.1	Motivation . . . . .	273
12.1.2	Plan du chapitre . . . . .	273
12.2	Solutions des systèmes réguliers si $n \leq 3$ . . . . .	274
12.2.1	Formule pour $n = 1$ . . . . .	274
12.2.2	Formule pour $n = 2$ . . . . .	274
12.2.3	Formule pour $n = 3$ . . . . .	275
12.3	Solutions et déterminants si $n \leq 3$ . . . . .	276
12.3.1	Une structure très particulière . . . . .	276
12.3.2	Définition des déterminants ( $n \leq 3$ ) . . . . .	277
12.3.3	Solution en termes de quotients de déterminants . . . . .	277

12.3.4	Propriétés des déterminants pour $n = 1, 2, 3$ . . . . .	278
12.3.5	Une autre expression du déterminant . . . . .	282
12.4	Déterminants pour $n$ quelconque . . . . .	283
12.4.1	Définition . . . . .	283
12.4.2	Propriétés . . . . .	285
12.5	Solution des systèmes pour $n$ quelconque . . . . .	287
12.5.1	Solution en termes de quotients de déterminants . . . . .	287
12.5.2	Preuve . . . . .	287
12.6	Temps de calcul et efficacité pratique . . . . .	289
12.7	Perspectives . . . . .	291
12.8	Exercices . . . . .	291
<b>13</b>	<b>Vecteurs</b> . . . . .	<b>293</b>
13.1	Introduction . . . . .	293
13.1.1	Motivation . . . . .	293
13.1.2	Plan du chapitre . . . . .	294
13.2	Déplacements et vecteurs dans le plan . . . . .	294
13.2.1	Définition et propriétés . . . . .	294
13.2.2	Applications en géométrie . . . . .	298
13.3	Produit scalaire . . . . .	300
13.3.1	Définition et propriétés . . . . .	300
13.3.2	Applications . . . . .	303
13.4	Composantes d'un vecteur . . . . .	304
13.4.1	Applications . . . . .	306
13.5	Rotations . . . . .	310
13.5.1	Effet des rotations sur les composantes des vecteurs . . . . .	310
13.5.2	Propriétés d'invariance du produit scalaire . . . . .	311
13.5.3	Produit scalaire en termes des composantes des vecteurs . . . . .	312
13.5.4	Vecteur perpendiculaire à un plan . . . . .	315
13.6	Perspectives . . . . .	315
13.7	Exercices . . . . .	315
<b>14</b>	<b>Signification géométrique du déterminant</b> . . . . .	<b>317</b>
14.1	Introduction . . . . .	317
14.1.1	Motivation . . . . .	317
14.1.2	Plan du chapitre . . . . .	317
14.2	Surfaces, volumes et déterminants . . . . .	318
14.2.1	Surface du parallélogramme par découpage . . . . .	318
14.2.2	Surface du parallélogramme par transformations . . . . .	319
14.2.3	Volume du parallélépipède et généralisations en dimension $n$ . . . . .	321
14.3	Signification géométrique du déterminant du tableau des coefficients $a_{ij}$ d'un système linéaire . . . . .	322
14.3.1	Application : détection des systèmes mal conditionnés . . . . .	324
14.4	Peut-on définir un autre produit de vecteurs ? . . . . .	327
14.4.1	Propriétés requises . . . . .	327

14.4.2	Le produit $\wedge$ . . . . .	329
14.5	Perspectives . . . . .	332
14.6	Exercices . . . . .	332
<b>15</b>	<b>Nombres complexes</b>	<b>333</b>
15.1	Introduction . . . . .	333
15.1.1	Les nombres réels . . . . .	333
15.1.2	Équation du troisième degré et nombres complexes . . . . .	334
15.1.3	Plan du chapitre . . . . .	334
15.2	Équation polynomiale du troisième degré . . . . .	335
15.2.1	Forme réduite de l'équation . . . . .	335
15.2.2	Solution de l'équation réduite . . . . .	335
15.3	Nombres imaginaires et nombres complexes . . . . .	339
15.3.1	Les nombres imaginaires . . . . .	339
15.3.2	Les nombres complexes . . . . .	340
15.3.3	Le plan complexe . . . . .	341
15.3.4	Racines cubiques des nombres complexes . . . . .	344
15.4	L'équation du troisième degré avec discriminant négatif . . . . .	346
15.4.1	Découverte de la formule grâce aux nombres complexes . . . . .	346
15.4.2	Preuve de la formule . . . . .	347
15.4.3	Exemple avec $\Delta < 0$ . . . . .	347
15.5	Fonctions trigonométriques et exponentielles . . . . .	348
15.5.1	Des équations fonctionnelles apparentées . . . . .	349
15.5.2	La fonction exponentielle d'argument imaginaire . . . . .	350
15.5.3	La fonction exponentielle d'argument complexe . . . . .	351
15.5.4	Démystifions $e^{i\pi} + 1 = 0$ . . . . .	351
15.6	Factorisation des polynômes . . . . .	352
15.6.1	Polynômes de degré 2 et 3 . . . . .	352
15.6.2	Factorisation totale sur les nombres complexes . . . . .	354
15.6.3	Factorisation partielle sur les nombres réels . . . . .	355
15.6.4	Simplification de quotients de polynômes au moyen du PGCD . . . . .	356
15.7	Perspectives . . . . .	358
15.7.1	Résolution des équations polynomiales . . . . .	358
15.7.2	Existe-t-il d'autres nombres ? . . . . .	358
15.8	Annexe . . . . .	359
15.8.1	Racines carrées de nombres complexes . . . . .	359
15.8.2	Preuve du théorème de factorisation des polynômes sur $\mathbb{C}$ . . . . .	360
15.9	Exercices . . . . .	363
<b>16</b>	<b>Équations différentielles</b>	<b>365</b>
16.1	Introduction . . . . .	365
16.1.1	Motivation . . . . .	365
16.1.2	Plan du chapitre . . . . .	366
16.2	Systèmes mécaniques et équations différentielles . . . . .	366
16.2.1	Mouvement en l'absence de forces . . . . .	366

16.2.2	Chute d'un corps sans résistance de l'air . . . . .	367
16.2.3	Chute d'un corps avec résistance de l'air . . . . .	367
16.2.4	L'oscillateur harmonique . . . . .	370
16.3	Résolution des équations différentielles linéaires à coefficients constants . . . . .	373
16.3.1	Équations du premier ordre . . . . .	373
16.3.2	Équations du deuxième ordre . . . . .	375
16.4	Résolution numérique des équations différentielles . . . . .	382
16.4.1	Équations du premier ordre : méthode d'Euler simple . . . . .	383
16.4.2	Équations du premier ordre : méthodes améliorées . . . . .	385
16.4.3	Équations du deuxième ordre sans dérivée première . . . . .	387
16.4.4	Équations du deuxième ordre générales . . . . .	388
16.4.5	L'interaction gravitationnelle entre deux corps . . . . .	389
16.5	Perspectives . . . . .	395
16.6	Annexe . . . . .	396
16.6.1	Solution particulière des équations linéaires à coefficients constants . . . . .	396
16.6.2	Équations à variables séparables . . . . .	397
16.6.3	Existence et unicité de la solution des équations du premier ordre . . . . .	397
16.6.4	Convergence de la solution numérique d'un problème avec $y'' = -y$ . . . . .	400
16.7	Exercices . . . . .	401
<b>17</b>	<b>Variables aléatoires</b>	<b>403</b>
17.1	Introduction . . . . .	403
17.1.1	Motivation . . . . .	403
17.1.2	Plan du chapitre . . . . .	403
17.2	Variables aléatoires et distributions de probabilité . . . . .	404
17.2.1	Notion de variable aléatoire . . . . .	404
17.2.2	Loi de Poisson . . . . .	405
17.2.3	Lois de probabilité continues . . . . .	408
17.2.4	Variables aléatoires indépendantes et dépendantes . . . . .	414
17.2.5	Fonctions et sommes de variables aléatoires . . . . .	415
17.3	Caractéristiques d'une variable aléatoire . . . . .	419
17.3.1	Espérance . . . . .	419
17.3.2	Propriétés de l'espérance . . . . .	423
17.3.3	Variance et écart-type . . . . .	426
17.3.4	Propriétés de la variance et de l'écart-type . . . . .	429
17.3.5	Écart-type et largeur de la loi de probabilité . . . . .	430
17.4	Théorèmes limites . . . . .	432
17.4.1	Loi des grands nombres . . . . .	432
17.4.2	Théorème central-limite et applications . . . . .	433
17.5	Perspectives . . . . .	439
17.6	Annexe . . . . .	440
17.6.1	Propriétés de la loi normale . . . . .	440

17.6.2	Générateurs de nombres aléatoires non uniformément distribués . . . . .	442
17.7	Exercices . . . . .	443
<b>18</b>	<b>Probabilités conditionnelles et formules de Bayes</b>	<b>445</b>
18.1	Introduction . . . . .	445
18.2	Probabilités conditionnelles . . . . .	445
18.2.1	Probabilités et théorie des ensembles . . . . .	445
18.2.2	Définition des probabilités conditionnelles . . . . .	447
18.3	Formules de Bayes et applications . . . . .	448
18.3.1	Formules de Bayes . . . . .	448
18.3.2	Sondages avec probabilité a priori uniforme . . . . .	449
18.3.3	Sondages avec probabilité a priori non uniforme . . . . .	453
18.4	Exercices . . . . .	456
<b>19</b>	<b>Applications du calcul différentiel et intégral</b>	<b>457</b>
19.1	Introduction . . . . .	457
19.2	Méthode des moindres carrés . . . . .	457
19.2.1	Principes et justification de la méthode . . . . .	457
19.2.2	Modélisation par une fonction linéaire . . . . .	461
19.2.3	Coefficient de détermination . . . . .	462
19.2.4	D'autres modélisations . . . . .	464
19.3	Centre de gravité d'une figure plane homogène . . . . .	466
19.4	Longueurs des courbes . . . . .	468
19.4.1	Formule générale et exemples . . . . .	468
19.4.2	Périmètre de l'ellipse . . . . .	470
19.4.3	Périmètre de l'ellipse : une formule symétrique sous l'échange de $a$ et $b$ . . . . .	474
19.5	Rayon de courbure et courbure d'une courbe . . . . .	476
19.5.1	Cercle et rayon de courbure . . . . .	476
19.5.2	Courbure d'une courbe . . . . .	481
19.6	Courbes renvoyant les rayons parallèles vers un seul point . . . . .	483
19.6.1	Coefficient angulaire des rayons réfléchis . . . . .	484
19.6.2	Équation différentielle satisfaite par les courbes . . . . .	484
19.7	Exercices . . . . .	487
<b>A</b>	<b>Quelques formules et définitions élémentaires</b>	<b>489</b>
A.1	Algèbre . . . . .	489
A.1.1	Formules utiles . . . . .	489
A.1.2	Résolution d'équations et d'inéquations . . . . .	491
A.2	Géométrie euclidienne . . . . .	491
A.3	Géométrie analytique . . . . .	492
A.4	Fonctions . . . . .	493
A.5	Fonctions exponentielles et logarithmes . . . . .	493
A.6	Trigonométrie . . . . .	494
A.6.1	Triangles . . . . .	494

A.6.2	Fonctions trigonométriques . . . . .	496
A.7	Coniques . . . . .	498
A.8	Systèmes d'équations . . . . .	499
<b>B</b>	<b>Logique et mathématiques</b>	<b>501</b>
B.1	Introduction . . . . .	501
B.2	La logique classique . . . . .	502
B.2.1	Opérateurs « et », « ou », « non » . . . . .	502
B.2.2	Équivalence et implication . . . . .	503
B.2.3	Théorèmes logiques . . . . .	504
B.3	Exercices . . . . .	505
<b>C</b>	<b>Covariance et coefficient de corrélation linéaire</b>	<b>507</b>
C.1	Introduction . . . . .	507
C.2	Covariance . . . . .	507
C.3	Coefficient de corrélation linéaire . . . . .	508
C.4	Analogie géométrique . . . . .	509
<b>D</b>	<b>Solutions des exercices</b>	<b>511</b>
D.1	Probabilités et jeux de hasard . . . . .	511
D.2	Limites . . . . .	515
D.3	Dérivées (1) . . . . .	517
D.4	Applications des dérivées . . . . .	521
D.5	Dérivées (2) . . . . .	523
D.6	Analyse de fonctions . . . . .	527
D.7	Représentations des courbes . . . . .	534
D.8	Intégrales (1) . . . . .	536
D.9	Intégrales (2) . . . . .	538
D.10	Développements en série . . . . .	543
D.11	L'art de conjecturer . . . . .	548
D.12	Résolution des systèmes d'équations linéaires au moyen de déterminants . . . . .	553
D.13	Vecteurs . . . . .	554
D.14	Signification géométrique du déterminant . . . . .	556
D.15	Nombres complexes . . . . .	557
D.16	Équations différentielles . . . . .	560
D.17	Variables aléatoires . . . . .	567
D.18	Probabilités conditionnelles et formules de Bayes . . . . .	575
D.19	Applications du calcul différentiel et intégral . . . . .	576
D.20	Logique et mathématiques . . . . .	580
	<b>Bibliographie</b>	<b>581</b>
	<b>Index</b>	<b>583</b>