

## Table des matières

Présentation de la collection . . . . .	3
Comment utiliser ce livre ? . . . . .	5
Quelques conseils pour bien apprendre . . . . .	7
SAVOIRS . . . . .	11
Thème 1 - Logique . . . . .	12
Thème 2 - Ensembles - Applications . . . . .	15
Thème 3 - Nombres complexes . . . . .	24
Thème 4 - Polynômes . . . . .	29
Thème 5 - Développements limités et équivalents . . . . .	35
Thème 6 - Limites . . . . .	40
Thème 7 - Étude générale - Fonctions usuelles . . . . .	46
Thème 8 - Continuité : (in)égalité, bijection, (in)équation . . . . .	57
Thème 9 - Dérivations . . . . .	59
Thème 10 - Prolongement par continuité . . . . .	64
Thème 11 - Calculs de primitives - Intégration . . . . .	65
Thème 12 - Suites . . . . .	69
Thème 13 - Séries . . . . .	72
Thème 14 - Équations différentielles . . . . .	75
Thème 15 - Matrices . . . . .	80
Thème 16 - Systèmes linéaires . . . . .	87
Thème 17 - Espaces vectoriels . . . . .	90
Thème 18 - Espaces vectoriels de dimension finie . . . . .	97
Thème 19 - Géométrie du plan . . . . .	104
Thème 20 - Géométrie de l'espace . . . . .	111
Thème 21 - Probabilités . . . . .	118
Thème 22 - Variables aléatoires . . . . .	121
Thème 23 - Module PSI . . . . .	125

<b>SAVOIR-FAIRE</b>	<b>129</b>
<b>Thème 1 - Logique</b>	<b>130</b>
Comment écrire la négation d'une assertion ?	130
Procéder de gauche à droite en respectant l'ordre des quantificateurs	130
Comment mettre en œuvre un raisonnement par l'absurde ?	130
Mettre en avant l'hypothèse $H$ et l'absurdité qui en découle	131
Comment rédiger un raisonnement par récurrence ?	131
Soigner la preuve d'hérédité et ne pas oublier l'initialisation	131
Comment mettre en œuvre un raisonnement par disjonction de cas ?	133
Préciser les différents cas	133
Comment mettre en œuvre un raisonnement par contraposition ?	134
Commencer par préciser la contraposition	134
Comment mettre en œuvre un raisonnement par analyse-synthèse ?	134
Préciser les différentes phases, en commençant par l'analyse	134
Comment montrer qu'une assertion est fautive ?	135
Utiliser un contre-exemple	135
Utiliser un raisonnement par l'absurde	136
Comment montrer qu'un élément est unique ?	136
Raisonnement par l'absurde : supposer qu'il en existe deux	137
Utiliser un théorème d'unicité	137
Comment montrer qu'un élément existe ?	139
Construire cet élément	139
Utiliser un théorème d'existence	139
À vous de jouer !	140
<b>Thème 2 - Ensembles - Applications</b>	<b>142</b>
Comment montrer une égalité ensembliste $A = B$ ?	142
Utiliser une succession d'équivalences	142
Montrer la double inclusion : $A \subset B$ et $B \subset A$	143
Établir les tables de vérité (ou d'appartenance)	143
Comment montrer qu'une application $f$ est injective, surjective, bijective ?	144
Utiliser le contexte	144
Revenir aux définitions	145
Déterminer l'application réciproque d'une application bijective	146
Comment montrer qu'une application $f$ n'est pas injective, surjective, bijective ?	146
Utiliser les définitions	146
À vous de jouer !	148
<b>Thème 3 - Nombres complexes</b>	<b>149</b>
Comment écrire un complexe sous la forme module-argument ?	149
Mettre le module en facteur	149
Utiliser l'astuce « de l'arc (ou de l'angle) moitié »	150
Comment linéariser une expression du type $\cos^n(x)$ ou $\sin^n(x)$ ?	151
Utiliser les formules d'Euler et le binôme de Newton	151
Comment écrire $\cos(nx)$ ou $\sin(nx)$ comme polynôme des fonctions cos et sin ?	152
Utiliser la formule de Moivre et le binôme de Newton	152
Comment résoudre une équation dans $\mathbf{C}$ ?	152
Déterminer les racines complexes d'un nombre complexe	153
Se ramener à une équation polynomiale de degré 2	155
Utiliser les racines $n^{\text{ièmes}}$ (de l'unité)	155
Utiliser une décomposition algébrique (parties réelle-imaginaire)	156
Utiliser une décomposition exponentielle (module-argument)	157
Se ramener à une description géométrique	158
À vous de jouer !	159
<b>Thème 4 - Polynômes</b>	<b>161</b>
Comment effectuer une division euclidienne ?	161
Poser la division euclidienne	161
Trouver les coefficients par identification	162

Comment décomposer un polynôme en facteurs irréductibles dans $\mathbf{C}[X]$ ? . . . .	163
Calculer les racines complexes d'un polynôme de degré 2 . . . . .	163
Trouver une racine évidente . . . . .	165
Utiliser un polynôme connu . . . . .	167
Comment décomposer un polynôme en facteurs irréductibles dans $\mathbf{R}[X]$ ? . . . .	168
Utiliser la décomposition en facteurs irréductibles dans $\mathbf{C}[X]$ . . . . .	168
Utiliser les identités remarquables . . . . .	168
Comment montrer qu'un polynôme divise un autre polynôme ? . . . . .	169
Utiliser la décomposition en facteurs irréductibles . . . . .	169
Montrer que le reste de la division euclidienne des deux polynômes est nul . . . .	171
Comment montrer qu'un polynôme est nul (deux polynômes égaux) ? . . . . .	172
Raisonnement par l'absurde et trouver un nombre de racines supérieur au degré . .	172
Comment résoudre une équation polynomiale ? . . . . .	172
Utiliser la décomposition en facteurs irréductibles . . . . .	173
Utiliser (aussi) un changement de variables . . . . .	173
Comment résoudre une équation fonctionnelle où l'inconnue est un polynôme ? . . . .	176
Raisonnement par analyse-synthèse . . . . .	176
Comment étudier les termes dominants d'une suite de polynômes ? . . . . .	178
Montrer (une conjecture) par récurrence . . . . .	178
À vous de jouer ! . . . . .	179
<b>Thème 5 - Développements limités et équivalents . . . . .</b>	<b>181</b>
Comment calculer un développement limité en 0 ? . . . . .	181
Utiliser les développements limités usuels (connus) . . . . .	181
Utiliser la formule de Taylor-Young . . . . .	185
Comment calculer un développement limité en $a$ (avec $a$ réel) ? . . . . .	186
Se ramener aux développements limités usuels en 0 . . . . .	186
Utiliser la formule de Taylor-Young . . . . .	187
Comment calculer un développement limité en $+\infty$ ou $-\infty$ ? . . . . .	187
Se ramener aux développements limités usuels en 0 . . . . .	187
Comment déterminer un équivalent ? . . . . .	188
Utiliser un développement limité . . . . .	189
Calculer des produits ou quotients d'équivalents . . . . .	189
Revenir à la définition : calcul de limite . . . . .	189
À vous de jouer ! . . . . .	190
<b>Thème 6 - Limites . . . . .</b>	<b>192</b>
Comment calculer la limite d'une fonction ? . . . . .	192
Mettre le terme dominant en facteur . . . . .	192
Utiliser les croissances comparées . . . . .	193
Reconnaître un nombre dérivé . . . . .	194
Utiliser un équivalent . . . . .	194
Utiliser un développement limité ou asymptotique . . . . .	195
Utiliser le théorème des gendarmes (majoration, minoration) . . . . .	195
Comment montrer qu'une suite ou une fonction n'admet pas de limite ? . . . . .	196
Utiliser deux suites extraites de limites différentes . . . . .	196
Utiliser deux suites de même limite mais d'images de limites différentes . . . .	197
Comment calculer la limite d'une suite ? . . . . .	198
Utiliser les suites de référence . . . . .	198
Exprimer $u_n$ en fonction de $n$ . . . . .	199
Résoudre l'équation $f(l) = l$ où $u_{n+1} = f(u_n)$ . . . . .	199
Comment calculer la limite des sommes partielles d'une série ? . . . . .	200
Reconnaître la somme des termes d'une suite connue . . . . .	200
Reconnaître une somme de Riemann . . . . .	200
À vous de jouer ! . . . . .	201
<b>Thème 7 - Étude générale - Fonctions usuelles . . . . .</b>	<b>203</b>
Comment déterminer un domaine de définition ? . . . . .	203
Utiliser les domaines de définition des fonctions usuelles . . . . .	203
Comment réduire un domaine d'étude ? . . . . .	204
Étudier la périodicité de $f$ . . . . .	204
Étudier la parité de $f$ . . . . .	205

Comment déterminer un domaine de dérivabilité? . . . . .	206
Utiliser les domaines de dérivabilité des fonctions usuelles . . . . .	206
Comment montrer qu'une fonction est définie, continue, dérivable, de classe $C^n$ , de classe $C^\infty$ sur un intervalle? . . . . .	207
Vérifier que les fonctions usuelles qui la composent le sont . . . . .	208
Comment calculer une dérivée? . . . . .	208
Connaitre les dérivées usuelles et les opérations . . . . .	208
Comment construire un tableau de variations? . . . . .	209
Étudier le signe de la dérivée . . . . .	209
Comment déterminer l'équation d'une tangente? . . . . .	210
Déterminer l'abscisse $a$ dont dépend la formule . . . . .	210
Comment montrer qu'un graphe admet une demi-tangente? . . . . .	211
Revenir à la définition du nombre dérivé à droite ou à gauche . . . . .	211
Comment montrer qu'un graphe admet une tangente verticale? . . . . .	212
Utiliser le théorème de la limite de la dérivée . . . . .	212
Revenir à la définition du nombre dérivé . . . . .	212
Comment déterminer une asymptote horizontale ou verticale? . . . . .	213
Calculer la limite correspondante . . . . .	213
Comment déterminer une asymptote oblique? . . . . .	214
Utiliser un développement limité en $+\infty$ ou $-\infty$ . . . . .	214
Calculer $m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)/x$ , puis $p = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - mx$ . . . . .	215
Comment montrer que deux courbes sont asymptotes? . . . . .	216
Calculer la limite correspondante . . . . .	216
Comment étudier la position relative de deux courbes? . . . . .	217
Étudier le signe de la différence . . . . .	217
Utiliser un développement limité (ou asymptotique) . . . . .	219
Comment représenter graphiquement une fonction (sans calculatrice)? . . . . .	220
Utiliser les graphes des fonctions usuelles . . . . .	220
Utiliser tableaux, points, tangentes, asymptotes... . . . .	222
À vous de jouer! . . . . .	224
<b>Thème 8 - Continuité : (in)égalité, bijection, (in)équation . . . . .</b>	<b>226</b>
Comment montrer qu'une égalité est vraie (sur un intervalle)? . . . . .	226
Procéder par égalités successives . . . . .	226
Procéder par équivalences successives . . . . .	227
Montrer que leurs dérivées sont égales puis qu'elles sont égales en un point . . . . .	227
Comment montrer qu'une inégalité est vraie sur un intervalle? . . . . .	228
Utiliser des majorations (minorations) successives . . . . .	228
Étudier le signe de la fonction correspondante . . . . .	229
Étudier les variations de la fonction correspondante . . . . .	230
Utiliser les inégalités du cours . . . . .	231
Comment déterminer l'image d'un intervalle par une fonction continue? . . . . .	231
Dresser le tableau de variations de la fonction sur cet ensemble . . . . .	231
Comment montrer qu'une fonction continue est bijective? . . . . .	232
Montrer qu'elle est strictement monotone . . . . .	232
Déterminer sa fonction réciproque . . . . .	233
Comment déterminer la fonction réciproque d'une bijection? . . . . .	234
Exprimer $x$ en fonction de $y$ à partir de la relation $y = f(x)$ . . . . .	234
Comment montrer qu'une équation admet une solution? . . . . .	235
Utiliser le théorème des valeurs intermédiaires . . . . .	235
Comment montrer qu'une équation admet une unique solution? . . . . .	236
Utiliser le théorème des valeurs intermédiaires et la notion de bijection . . . . .	236
Comment montrer qu'une équation du type $f(x) = x$ admet une solution? . . . . .	236
Utiliser le théorème des valeurs intermédiaires avec $h(x) = 0$ et $h(x) = f(x) - x$ . . . . .	236
Comment déterminer $r$ et $\phi$ tels que $a \cos(x) + b \sin(x) = r \cos(x + \phi)$ ? . . . . .	237
Mettre le module de $a + ib$ en facteur . . . . .	237
Comment résoudre une équation trigonométrique? . . . . .	238
Reconnaitre les valeurs trigonométriques remarquables . . . . .	238
Se ramener à une équation trigonométrique usuelle . . . . .	240

Comment résoudre une équation polynomiale ? . . . . .	241
Revoir les pages 172 à 176 . . . . .	241
À vous de jouer ! . . . . .	242
<b>Thème 9 - Dérivations . . . . .</b>	<b>243</b>
Comment calculer des dérivées successives ou une dérivée $n^{\text{ième}}$ ? . . . . .	243
Utiliser des dérivées successives connues . . . . .	243
Montrer une conjecture par récurrence . . . . .	243
Utiliser la formule de Leibniz . . . . .	245
Comment calculer des dérivées successives en un point ? . . . . .	246
Utiliser un développement limité . . . . .	246
Comment calculer une dérivée partielle ? . . . . .	246
Supposer que seule la variable de dérivation n'est pas constante . . . . .	247
À vous de jouer ! . . . . .	248
<b>Thème 10 - Prolongement par continuité . . . . .</b>	<b>249</b>
Comment montrer qu'une fonction est prolongeable par continuité ? . . . . .	249
Utiliser un développement limité d'ordre 0 . . . . .	249
Revenir à la définition : calcul de limite . . . . .	249
Comment montrer qu'une fonction n'est pas prolongeable par continuité ? . . . . .	249
Revenir à la définition : calcul de limite . . . . .	250
Comment montrer qu'un prolongement par continuité est dérivable au point de prolongement ? . . . . .	250
Utiliser un développement limité d'ordre 1 . . . . .	251
Utiliser le théorème de limite de la dérivée . . . . .	251
Revenir à la définition du nombre dérivé : calcul de limite . . . . .	252
Comment montrer qu'un prolongement par continuité n'est pas dérivable au point de prolongement ? . . . . .	253
Revenir à la définition du nombre dérivé : calcul de limite . . . . .	253
Comment montrer qu'un prolongement par continuité est de classe $\mathcal{C}^1$ au voisinage du point de prolongement ? . . . . .	254
Utiliser le théorème de limite de la dérivée . . . . .	254
À vous de jouer ! . . . . .	254
<b>Thème 11 - Calculs de primitives - Intégration . . . . .</b>	<b>256</b>
Comment montrer qu'une fonction admet une primitive sur un intervalle ? . . . . .	256
Vérifier que la fonction est continue sur cet intervalle . . . . .	256
Comment reconnaître puis intégrer une dérivée composée ? . . . . .	256
Identifier $u$ et calculer $u'$ . . . . .	256
Reconnaître les formes particulières $u'/u$ et $u' \times u$ . . . . .	257
Comment effectuer une intégration par parties ? . . . . .	259
Choisir pertinemment, dans le produit, la fonction à dériver . . . . .	259
Comment effectuer un changement de variables ? . . . . .	262
Appliquer correctement la formule . . . . .	263
Comment calculer une primitive de $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$ , de $x \mapsto e^{ax} \sin(bx)$ ? . . . . .	265
Chercher une primitive de la forme $x \mapsto (\alpha \cos(bx) + \beta \sin(bx)) e^{ax}$ . . . . .	265
Utiliser une écriture complexe . . . . .	266
Comment calculer une primitive de $x \mapsto 1/(ax^2 + bx + c)$ ? . . . . .	266
Se ramener à une primitive connue, avec la forme canonique . . . . .	267
Comment établir une relation de récurrence pour une suite d'intégrales ? . . . . .	270
Utiliser une intégration par parties . . . . .	270
Comment étudier les variations d'une suite d'intégrale $(I_n)_{n \in \mathbf{N}}$ ? . . . . .	271
Déterminer le signe de $I_{n+1} - I_n$ . . . . .	271
Comment déterminer la nature d'une suite d'intégrale ? . . . . .	271
Voir les pages 282 à 285 . . . . .	272
À vous de jouer ! . . . . .	272
<b>Thème 12 - Suites . . . . .</b>	<b>274</b>
Comment montrer qu'une suite est bien définie par récurrence ? . . . . .	274
Chercher un ensemble stable par $f$ et procéder par récurrence . . . . .	274

Comment étudier le sens de variation d'une suite (réelle) ? . . . . .	275
Étudier les variations de la fonction $f$ telle que $u_n = f(n)$ . . . . .	275
Étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$ . . . . .	275
Comparer $u_{n+1}/u_n$ à 1, pour $u_n$ réel strictement positif . . . . .	276
Utiliser un raisonnement par récurrence . . . . .	277
Étudier les variations de la fonction $f$ telle que $u_{n+1} = f(u_n)$ . . . . .	278
Comment montrer que deux suites sont adjacentes ? . . . . .	280
Revenir à la définition . . . . .	280
Comment déterminer la nature d'une suite ? . . . . .	282
Utiliser le théorème de limite monotone . . . . .	282
Utiliser le théorème des suites adjacentes . . . . .	283
Utiliser une inégalité du type $ u_{n+1} - l  \leq k u_n - l $ . . . . .	283
Déterminer la limite, si elle existe . . . . .	285
Comment déterminer un équivalent d'une suite ? . . . . .	285
Utiliser un développement asymptotique . . . . .	285
Comment exprimer $u_n$ en fonction de $n$ ? . . . . .	286
Reconnaître une suite arithmético-géométrique $u_{n+1} = qu_n + r$ . . . . .	286
Reconnaître une suite linéaire d'ordre 2 : $u_{n+2} = bu_{n+1} + cu_n$ . . . . .	286
Reconnaître la somme des termes d'une suite connue . . . . .	287
Comment calculer la limite d'une suite ? . . . . .	287
Revoir les pages 198 à 200 . . . . .	287
À vous de jouer ! . . . . .	288
<b>Thème 13 - Series . . . . .</b>	<b>290</b>
Comment montrer la convergence d'une série ? . . . . .	290
Déterminer un équivalent de son terme général, s'il est de signe constant . . . . .	290
Majorer, s'il est positif, le terme général par le terme d'une série convergente . . . . .	291
Revenir à la définition : la suite des sommes partielles . . . . .	291
Comment montrer la divergence d'une série ? . . . . .	292
Montrer que la limite du terme général est non nulle . . . . .	293
Déterminer un équivalent du terme général (positif) . . . . .	293
Minorer par le terme général positif d'une série divergente . . . . .	294
Revenir à la définition : la suite des sommes partielles . . . . .	294
Comment déterminer la nature d'une série ? . . . . .	295
Étudier le terme général . . . . .	295
Comment calculer la limite d'une série ? . . . . .	296
Revoir page 200 . . . . .	297
À vous de jouer ! . . . . .	298
<b>Thème 14 - Équations différentielles . . . . .</b>	<b>299</b>
Comment montrer qu'une équation différentielle admet une solution ? . . . . .	299
Utiliser le théorème de Cauchy-Lipschitz . . . . .	299
Comment trouver une solution particulière ? . . . . .	300
Tester une solution évidente . . . . .	300
Utiliser la forme du second membre . . . . .	301
Utiliser la méthode de variation de la constante (pour une équation d'ordre 1) . . . . .	304
Utiliser le principe de superposition . . . . .	305
Comment résoudre une équation différentielle linéaire ? . . . . .	306
Utiliser la décomposition « solution générale de l'équation homogène associée + solution particulière » . . . . .	306
Comment résoudre une équation différentielle avec condition(s) initiale(s) ? . . . . .	307
Résoudre une équation ou un système d'équations . . . . .	307
À vous de jouer ! . . . . .	308
<b>Thème 15 - Matrices . . . . .</b>	<b>311</b>
Comment effectuer le produit $A \times B$ de deux matrices ? . . . . .	311
Disposer les matrices au brouillon . . . . .	311
Utiliser les combinaisons linéaires de colonnes . . . . .	312
Comment montrer (ou vérifier) qu'une matrice $B$ est l'inverse d'une matrice $A$ ? . . . . .	313
Revenir à la définition : calculer $A \times B$ ou $B \times A$ . . . . .	313

Comment échelonner et réduire une matrice ? . . . . .	314
Utiliser l'algorithme de Gauss-Jordan . . . . .	314
Comment calculer l'inverse d'une matrice $A$ ? . . . . .	316
Utiliser l'algorithme de Gauss sur la matrice augmentée $A I$ . . . . .	316
Résoudre le système associé $AX = Y$ . . . . .	317
Utiliser une relation du type $P(A) = 0$ , où $P$ est un polynôme . . . . .	318
Comment déterminer le rang d'une matrice ? . . . . .	320
Utiliser l'algorithme de Gauss-Jordan . . . . .	320
Comment déterminer qu'une matrice est inversible, sans en calculer l'inverse ? . . . . .	320
Calculer son rang . . . . .	321
Comment calculer les puissances d'une matrice ? . . . . .	321
Conclure rapidement, dans le cas où la matrice est diagonale . . . . .	321
Utiliser une preuve par récurrence, si $A = PDP^{-1}$ . . . . .	321
Utiliser le binôme de Newton . . . . .	323
À vous de jouer ! . . . . .	325
<b>Thème 16 - Systèmes linéaires . . . . .</b>	<b>327</b>
Comment résoudre un système ? . . . . .	327
Utiliser l'algorithme de Gauss-Jordan sur la matrice augmentée . . . . .	327
Utiliser l'algorithme de Gauss-Jordan sur le système . . . . .	327
Comment déterminer si un système admet (au moins) une solution ? . . . . .	328
Déterminer les équations de compatibilité . . . . .	328
Comment déterminer le nombre de solutions d'un système ? . . . . .	329
Étudier équation(s) de compatibilité et paramètre(s) . . . . .	329
Comment décrire les solutions d'un système ? . . . . .	330
Utiliser une notation ensembliste . . . . .	330
Utiliser une décomposition « solution particulière + solutions homogènes » . . . . .	331
À vous de jouer ! . . . . .	332
<b>Thème 17 - Espaces vectoriels . . . . .</b>	<b>334</b>
Comment montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel ? . . . . .	334
Revenir à la définition : vecteur nul + stabilité . . . . .	334
Comment montrer que deux sous-espaces vectoriels sont en somme directe ? . . . . .	335
Revenir à la définition : intersection réduite au vecteur nul . . . . .	335
Comment montrer que deux sous-espaces vectoriels sont supplémentaires ? . . . . .	336
Revenir à la définition : $E' \oplus E'' = E$ . . . . .	336
Comment montrer qu'une famille est libre ? . . . . .	338
Revenir à la définition : montrer que $\sum_{k=1}^n \lambda_k \cdot \vec{u}_k = \vec{0} \Rightarrow$ tous les $\lambda_k$ sont nuls . . . . .	338
Comment montrer qu'une fonction $\phi$ est une application linéaire ? . . . . .	339
Revenir à la définition : montrer que $\phi(\vec{u} + \lambda \cdot \vec{v}) = \phi(\vec{u}) + \lambda \cdot \phi(\vec{v})$ . . . . .	339
Comment déterminer le noyau d'une application linéaire $\phi$ ? . . . . .	339
Revenir à la définition : résoudre $\phi(\vec{u}) = \vec{0}$ . . . . .	340
Comment déterminer l'image d'une application linéaire $\phi$ ? . . . . .	340
Revenir à la définition : déterminer les éléments qui ont un antécédent par $\phi$ . . . . .	340
Comment déterminer si une application linéaire $\phi$ est injective, surjective, bijective ? . . . . .	341
Déterminer $\ker(\phi)$ et $\text{Im}(\phi)$ . . . . .	341
Revenir aux définitions . . . . .	342
À vous de jouer ! . . . . .	342
<b>Thème 18 - Espaces vectoriels de dimension finie . . . . .</b>	<b>344</b>
Comment montrer qu'une famille est libre ? . . . . .	344
Revenir à la définition : montrer que $\sum_{k=1}^n \lambda_k \cdot \vec{u}_k = \vec{0} \Rightarrow$ tous les $\lambda_k$ sont nuls . . . . .	344
Comment montrer qu'une famille est liée ? . . . . .	345
Revenir à la définition : montrer qu'elle n'est pas libre . . . . .	345
Comment extraire d'une famille $\mathcal{F}$ une base de $\text{Vect}(\mathcal{F})$ ? . . . . .	346
Chercher des relations entre les vecteurs de $\mathcal{F}$ . . . . .	346

Comment déterminer une base d'un sous-espace vectoriel $E'$ ?	348
Utiliser la dimension de $E'$	348
Revenir à la définition : trouver une famille libre génératrice	348
Comment déterminer la dimension d'un sous-espace vectoriel ?	349
Revenir à la définition : déterminer une base	349
Utiliser des espaces isomorphes	350
Comment montrer que deux sous-espaces vectoriels $E'$ et $E''$ sont supplémentaires ?	350
Déterminer $E' \cap E''$ , $\dim(E')$ et $\dim(E'')$	351
Comment montrer qu'une famille est une base de $E$ ?	352
Montrer que la matrice correspondante est inversible	352
Comment déterminer la matrice d'une application linéaire $\phi$ dans les bases $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$ ?	353
Revenir à la définition : exprimer les vecteurs de $\phi(\mathcal{B})$ dans $\mathcal{C}$	353
Utiliser la formule de changement de bases $M' = Q^{-1}MP$	355
Comment déterminer le noyau d'une application linéaire $\phi$ ?	358
Résoudre $AX = 0$ où $A = \text{Mat}(\phi)$ dans les bases canoniques	358
Comment déterminer l'image d'une application linéaire $\phi$ ?	359
Établir les équations de compatibilité de $AX = B$ avec $A = \text{Mat}(\phi)$ et $B$ une colonne de constantes	360
Comment déterminer le rang d'une application linéaire $\phi$ ?	362
Déterminer le rang de $A = \text{Mat}(\phi)_{\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{C}}$	362
Utiliser le théorème du rang	363
Revenir à la définition : déterminer la dimension de $\text{Im}(\phi)$	363
Comment déterminer si une application linéaire $\phi$ est injective, surjective, bijective ?	363
Déterminer $\ker(\phi)$ et/ou $\text{rg}(\phi)$	364
À vous de jouer !	365
<b>Thème 19 - Géométrie du plan</b>	<b>367</b>
Comment déterminer l'orthogonalité ?	367
Utiliser le produit scalaire	367
Utiliser l'écriture complexe	367
Comment déterminer la colinéarité (ou le parallélisme) ?	368
Trouver un coefficient de proportionnalité	368
Utiliser le produit mixte	368
Utiliser l'écriture complexe	369
Comment déterminer si des points sont alignés ?	369
Utiliser la colinéarité des vecteurs associés	369
Comment déterminer une équation de droite ?	370
Utiliser deux points distincts et le produit mixte	370
Utiliser un point, un vecteur normal et le produit scalaire	370
Comment déterminer une droite à partir de son équation ?	371
Utiliser deux points distincts ou un point et un vecteur normal	371
Comment déterminer le centre et le rayon d'un cercle à partir de son équation ?	371
Utiliser la forme canonique	372
Comment déterminer la nature de l'intersection d'un cercle avec une droite ou un autre cercle ?	372
Commencer par calculer la distance du centre du cercle à la droite	374
Calculer la distance séparant les deux centres	374
Comment déterminer l'intersection de deux droites ou cercles ?	374
Étudier le parallélisme des droites, résoudre le système associé	375
Utiliser les équations de cercle et de droite	376
Comment déterminer une transformation d'écriture complexe du type $z' = az + b$ ?	377
Déterminer le point fixe et écrire $a$ sous forme exponentielle	378
À vous de jouer !	379
<b>Thème 20 - Géométrie de l'espace</b>	<b>381</b>
Comment déterminer l'orthogonalité ?	381
Utiliser le produit scalaire	381
Comment déterminer la colinéarité (ou le parallélisme) ?	381
Trouver un coefficient de proportionnalité	381
Utiliser le produit vectoriel	382



Comment déterminer la coplanarité? . . . . .	383
Utiliser le produit mixte . . . . .	383
Comment déterminer si des points sont alignés ou coplanaires? . . . . .	384
Montrer la colinéarité ou la coplanarité des vecteurs associés . . . . .	384
Comment déterminer des équations de plan? . . . . .	385
Utiliser un point, un vecteur normal et le produit scalaire . . . . .	385
Utiliser le produit vectoriel pour obtenir un vecteur normal . . . . .	385
Comment déterminer des équations de droites? . . . . .	386
Utiliser un point et un vecteur directeur . . . . .	386
Comment obtenir des équations cartésiennes à partir d'équations paramétriques? . . . . .	387
Déterminer des vecteurs normaux . . . . .	387
Comment obtenir des équations paramétriques à partir d'équations cartésiennes? . . . . .	388
Prendre une variable pour paramètre . . . . .	388
Comment déterminer un plan à partir de ses équations? . . . . .	389
Utiliser un point et deux vecteurs non colinéaires du plan . . . . .	389
Utiliser un point et un vecteur normal . . . . .	389
Utiliser trois points non alignés . . . . .	390
Comment déterminer une droite à partir de ses équations? . . . . .	390
Utiliser un point et un vecteur directeur . . . . .	390
Utiliser deux plans sécants . . . . .	391
Utiliser deux points distincts . . . . .	391
Comment déterminer l'intersection de deux plans? . . . . .	392
Commencer par comparer les vecteurs normaux . . . . .	392
Comment déterminer le projeté orthogonal d'un point $A$ sur un plan? . . . . .	393
Etudier l'intersection du plan avec la droite orthogonale passant par $A$ . . . . .	393
Comment déterminer la distance d'un point à un plan? . . . . .	394
Déterminer le projeté orthogonal du point sur le plan . . . . .	394
Utiliser le produit scalaire avec un vecteur normal (unitaire) . . . . .	394
Comment déterminer le projeté orthogonal d'un point $A$ sur une droite? . . . . .	395
Chercher le point $H$ de la droite tel que $\overrightarrow{AH}$ orthogonal à la droite . . . . .	395
Comment déterminer la distance d'un point à une droite? . . . . .	396
Déterminer le projeté orthogonal du point sur la droite . . . . .	396
Utiliser la norme du produit vectoriel avec un vecteur directeur (unitaire) . . . . .	396
Comment déterminer le centre et le rayon d'une sphère à partir de son équation? . . . . .	397
Utiliser la forme canonique . . . . .	397
Comment déterminer la nature de l'intersection d'un plan et d'une sphère? . . . . .	398
Comparer le rayon de la sphère à la distance de son centre au plan . . . . .	398
Comment déterminer la nature de l'intersection de deux sphères? . . . . .	398
Commencer par calculer la distance entre les deux centres . . . . .	398
Comment déterminer la matrice d'une rotation? . . . . .	399
Utiliser une bonne base et les matrices de passage associées . . . . .	399
Comment déterminer une rotation à partir de sa matrice? . . . . .	401
Déterminer les vecteurs fixes pour construire une bonne base . . . . .	401
À vous de jouer! . . . . .	404
<b>Thème 21 - Probabilités . . . . .</b>	<b>406</b>
Comment calculer une probabilité dans un cas d'équiprobabilité? . . . . .	406
Déterminer le nombre de cas possibles et de cas favorables . . . . .	406
Comment reconnaître un cas de non-équiprobabilité? . . . . .	406
Relever les mots-clés de l'énoncé . . . . .	406
Comment calculer une probabilité dans un cas de non-équiprobabilité? . . . . .	407
Sommer les probabilités de toutes les éventualités associées . . . . .	407
Comment construire un arbre en probabilité? . . . . .	407
Traiter tous les cas à chaque nœud . . . . .	407
Comment construire un tableau à double entrée? . . . . .	409
Choisir deux critères à partitionner . . . . .	409
Comment se servir d'un arbre ou d'un tableau à double entrée? . . . . .	410
Utiliser la formule des probabilités totales . . . . .	410
Utiliser les probabilités conditionnelles . . . . .	411