

## Table des matières

Chapitre 1. Calcul symbolique <i>versus</i> calcul numérique	1
1.1. Une présentation des outils logiciels (sous licence ou libres)	1
1.1.1. Les outils logiciels du calcul symbolique ou formel	2
1.1.2. Les outils logiciels du calcul scientifique ou numérique	8
1.2. Entiers, rationnels, réels et complexes, nombres algébriques	10
1.2.1. Le calcul numérique à l'épreuve des limites de la machine	12
1.2.2. La construction de $\mathbb{R}$ revisitée avec le regard du « numéricien »	14
1.2.3. Développements décimaux ou binaires des nombres réels ; virgule flottante	17
1.2.4. Les arrondis dans le calcul numérique sous machine	24
1.2.5. La représentation des réels ou des complexes sous forme de segment ou de pavé	27
1.3. Le tableau, brique de base du calcul scientifique	33
1.3.1. Suites finies ordonnées d'objets (« <i>arrays</i> ») et réarrangements	33
1.3.2. Les opérations d'addition et de multiplication entre tableaux de même taille	38
1.3.3. Les fonctions d'une variable en ligne et leur évaluation sur un tableau	40
1.3.4. La déclaration des fonctions de plusieurs variables via la construction préalable de maillages	46
1.3.5. Le cas des fonctions à valeurs complexes et le recours à la roue des couleurs	50
1.4. Les tableaux réinterprétés sous forme d'image	52
1.4.1. Chargement et numérisation des images	52
1.4.2. Analyse vectorielle sur les tableaux	54
1.4.3. Changement de grilles et interpolation	60
1.4.4. Histogrammes de tableaux : binarisation, égalisation	67
1.4.5. Tableaux bi-dimensionnels et algèbre linéaire	73
1.5. Aide aux thèmes de travaux pratiques du chapitre 1	85
 Chapitre 2. Polynômes, interpolation, élimination	 99
2.1. Préambule : la notion de récursivité en quelques exemples	99
2.2. Polynômes en une variable sur un anneau ou un corps	108
2.2.1. Polynômes en une variable et domaines polynomiaux	108
2.2.2. Le « codage » d'un polynôme en machine ; l'algorithme d'évaluation de Hörner	116
2.2.3. La division euclidienne sous <b>Sage</b> ou <b>Maple</b>	120

2.2.4.	L'algorithme d'Euclide étendu et le PGCD sous Sage ou Maple	128
2.2.5.	La division suivant les puissances croissantes	132
2.2.6.	Fractions rationnelles et séries formelles ; formules de Taylor	135
2.3.	L'interpolation polynomiale symbolique ou numérique	151
2.3.1.	Interpolation de Lagrange (formelle et numérique)	151
2.3.2.	Différences divisées, lemme et algorithme de Neville-Aitken	161
2.3.3.	Formules de Taylor-Lagrange et interpolation de Lagrange	170
2.4.	L'intégration numérique en une variable	177
2.4.1.	Les méthodes de Newton-Cotes	177
2.4.2.	Méthodes composites, procédés d'Aitken et de Romberg	182
2.4.3.	Polynômes orthogonaux et méthodes de Gauß	189
2.5.	Gauß, Fourier et l'interpolation	197
2.5.1.	Du contexte algébrique formel aux aspects numériques	198
2.5.2.	Interpolation trigonométrique ; coefficients de Fourier	205
2.5.3.	Une opération coûteuse : la multiplication des polynômes	218
2.6.	Une introduction à la théorie de l'élimination	223
2.6.1.	Matrices de Sylvester et résultants	225
2.6.2.	Intersection de courbes planes	239
2.7.	Aide aux thèmes de travaux pratiques du chapitre 2	243
Chapitre 3. La résolution numérique des équations		289
3.1.	La méthode de dichotomie	290
3.2.	La méthode de « fausse position »	293
3.3.	La méthode de la sécante	296
3.4.	La méthode de Newton	303
3.5.	La méthode de Newton en dimension supérieure	310
3.6.	Nombre de pas et ordre d'une méthode itérative	322
3.7.	Aide aux thèmes de travaux pratiques du chapitre 3	328
Chapitre 4. Quelques méthodes itératives en algèbre linéaire		335
4.1.	Le paradoxe de Zénon et le théorème du point fixe	335
4.2.	Le théorème du point fixe en action : le modèle <b>Pagerank</b>	338
4.3.	Normes dans $\mathbb{R}^N$ ou $\mathbb{C}^N$ ; normes matricielles	344
4.4.	Rayon spectral d'une matrice à entrées réelles ou complexes	348
4.5.	Norme euclidienne, valeurs singulières, conditionnement	358
4.5.1.	Formes bilinéaires et quadratiques sur $\mathbb{K}^N$	358
4.5.2.	Formes sesquilinéaires dans le cadre complexe	362
4.5.3.	Réduction des matrices hermitiennes ou symétriques réelles	366
4.5.4.	La décomposition en valeurs singulières d'une matrice	371
4.5.5.	La notion de « conditionnement » d'une matrice	377
4.6.	Résolution approchée itérative de systèmes de Cramer	379
4.6.1.	Le contexte général	379
4.6.2.	Les méthodes itératives de Jacobi et de Gauß-Seidel	381
4.6.3.	Une démarche itérative en « algorithmique pythagoricienne »	389
4.7.	Aide aux thèmes de travaux pratiques du chapitre 4	392

Chapitre 5. Schémas numériques et équations différentielles ordinaires	397
5.1. Le théorème de Cauchy-Lipschitz	397
5.2. Équations différentielles ordinaires : aspects numériques	399
5.2.1. Schémas numériques explicites à un pas	400
5.2.2. Schémas numériques implicites à un pas	403
5.2.3. Schémas numériques et formules de Newton-Cotes	405
5.3. Un modèle de système autonome : le modèle <i>proie-prédateur</i>	409
Bibliographie	415
Index	417