

Sommaire

Compléments d'algèbre linéaire

1	Montrer qu'une somme est directe	7
2	Montrer que deux sous-espaces sont supplémentaires en dimension quelconque	11
3	Montrer que deux sous-espaces sont supplémentaires en dimension finie	17
4	Savoir caractériser un hyperplan en dimension finie	21
5	Montrer qu'un sous espace vectoriel est stable par un endomorphisme	25

Réduction des endomorphismes

6	Déterminer le spectre d'une matrice carrée sans le polynôme caractéristique	30
7	Calculer un polynôme caractéristique	35
8	Montrer qu'un endomorphisme (une matrice carrée) est diagonalisable « à la main »	41
9	Montrer qu'une matrice carrée est trigonalisable et trigonaliser (cas $n = 2$ et $n = 3$)	48
10	Montrer qu'un endomorphisme (une matrice) est nilpotent(e) et l'utiliser	54
11	Utiliser un polynôme annulateur d'un endomorphisme (d'une matrice carrée)	59
12	Montrer qu'un endomorphisme est diagonalisable en utilisant un polynôme annulateur	64

Espaces vectoriels préhilbertiens et euclidiens

13	Montrer qu'une application est un produit scalaire	69
14	Déterminer le projeté orthogonal sur un sous-espace vectoriel de dimension finie	73
15	Mettre en place le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt	80
16	Montrer qu'un endomorphisme d'un espace préhilbertien est symétrique	85
17	Montrer qu'un endomorphisme d'un espace préhilbertien est orthogonal	90
18	Utiliser le théorème spectral	94
19	Réduire une isométrie en dimension 3	98

Arcs paramétrés

20	Étudier un arc paramétré	105
----	--------------------------	-----

Séries numériques

21	Étudier la nature d'une série à termes positifs	110
22	Étudier la nature d'une série qui n'est pas de signe constant	115
23	Utiliser le critère de d'Alembert	118
24	Reconnaître un produit de Cauchy	122
25	Utiliser une comparaison suite-série	125
26	Mettre en place une comparaison série-intégrale	130

Séries entières

27	Déterminer le rayon de convergence d'une série entière	138
28	Calculer la somme d'une série entière	144
29	Montrer qu'une fonction est développable en série entière et calculer son développement	150
30	Utiliser des séries entières pour résoudre une équation différentielle	155
31	Déterminer un développement en série entière en utilisant une équation différentielle	161

Intégration

32	Déterminer la nature d'une intégrale	168
33	Montrer qu'une fonction est (ou n'est pas) intégrable	174
34	Calculer une intégrale impropre à l'aide d'une intégration par parties	178
35	Calculer une intégrale impropre à l'aide d'un changement de variables	182
36	Étudier la continuité et la dérivabilité d'une intégrale à paramètre	187

Probabilités discrètes

37	Montrer qu'un ensemble est un événement	194
38	Utiliser la continuité d'une probabilité ; événements négligeables ou presque sûrs	197
39	Utiliser un système complet d'événements et la formule des probabilités totales	203
40	Utiliser la formule de Bayes	209
41	Utiliser les lois usuelles pour modéliser une expérience aléatoire	213
42	Montrer qu'une variable aléatoire admet une espérance finie et la calculer	219
43	Utiliser la formule de transfert pour calculer une espérance	225
44	Montrer qu'une variable aléatoire admet une variance et la calculer	229
45	Calculer la covariance de deux variables aléatoires	235
46	Calculer l'espérance et la variance d'une somme de variables aléatoires	238
47	Utiliser les inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev	243
48	Déterminer et utiliser une fonction génératrice	247

Calcul différentiel

49	Résoudre un système différentiel linéaire homogène à coefficients constants	253
50	Résoudre une équation différentielle scalaire d'ordre 2 à l'aide d'une indication	259
51	Règle de la chaîne	264
52	Savoir étudier une courbe ou une surface	267
53	Rechercher les extrema d'une fonction	271
54	Résoudre une équation différentielle aux dérivées partielles	276