

LA NUMÉRATION

Les nombres

Tous les nombres sont composés de un ou plusieurs chiffres (de 0 à 9).

Exemples de quelques nombres : 3,14 ; 15 ; 7 ; 1 024.

Les ensembles de nombres

1) Les nombres entiers naturels : ce sont des nombres entiers (pas de partie décimale) et positifs. L'ensemble de ces nombres est noté \mathbb{N} .

Exemples : 18, 5, 2 018, 0.

2) Les nombres entiers relatifs : ce sont des nombres entiers (pas de partie décimale) et positifs ou négatifs. L'ensemble de ces nombres est noté \mathbb{Z} .

Exemples : 3, -7, 420, -8 245, 0.

3) Les nombres décimaux : ce sont des nombres qui possèdent parfois une partie décimale. Ils sont positifs ou négatifs. L'ensemble de ces nombres est noté \mathbb{D} .

Exemples : 3,14 ; -17,5 ; 47 ; -9.

Remarque : certains nombres décimaux sont des entiers relatifs, comme : $4,0 = 4$; $-27,0 = -27$.

4) Les nombres rationnels : ce sont des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction (quotient de deux nombres entiers). Ils sont positifs ou négatifs. L'ensemble de ces nombres est noté \mathbb{Q} .

Exemples : $\frac{21}{5}$; $-\frac{7}{43}$.

Remarque : certains nombres rationnels sont des entiers ou des décimaux, comme :

$\frac{7}{4} = 1,75$; $\frac{-10}{2} = -5$.

5) Les nombres réels : ce sont tous les nombres. L'ensemble des nombres réels est noté \mathbb{R} .

Exemples : π ; $\sqrt{2}$; $\frac{-3,5}{\sqrt{7}}$; $\sqrt{3\pi^3}$.

Remarque : certains nombres réels sont des rationnels, des décimaux ou des entiers, comme : $\frac{\sqrt{4}}{3} = \frac{2}{3}$; -7,1 ; 4.

Synthèse : tous les nombres entiers naturels appartiennent aux nombres entiers relatifs, qui appartiennent aux nombres décimaux, qui appartiennent aux nombres rationnels, et qui appartiennent aux nombres réels.

On dit que l'ensemble des nombres entiers naturels est inclus dans l'ensemble des nombres entiers relatifs, qui est inclus dans l'ensemble des nombres décimaux, qui est inclus dans l'ensemble des nombres rationnels et qui, enfin, est inclus dans l'ensemble des nombres réels.

On note : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Les rangs des chiffres dans un nombre

On considère par exemple le nombre **12 345,67809**.

La partie entière de ce nombre est : **12 345**. Ce sont les chiffres à gauche de la virgule.
La partie décimale de ce nombre est : **67 809**. Ce sont les chiffres à droite de la virgule.

Le chiffre **5** est le chiffre des unités.

Le chiffre **4** est le chiffre des dizaines.

Le chiffre **3** est le chiffre des centaines.

Le chiffre **2** est le chiffre des milliers.

Le chiffre **1** est le chiffre des dix milliers.

Le chiffre **6** est le chiffre des dixièmes.

Le chiffre **7** est le chiffre des centièmes.

Le chiffre **8** est le chiffre des millièmes.

Le chiffre **0** est le chiffre des dix millièmes.

Le chiffre **9** est le chiffre des cent millièmes.

Le nombre **12 345** est le nombre d'unités.

Le nombre **1 234** est le nombre de dizaines.

Le nombre **123** est le nombre de centaines.

Le nombre **12** est le nombre de milliers.

Le nombre **123 456** est le nombre de dixièmes.

Le nombre **1 234 567** est le nombre de centièmes.

Le nombre **12 345 678** est le nombre de millièmes.

Le nombre **123 456 780** est le nombre de dix millièmes.

Le nombre **1 234 567 809** est le nombre de cent millièmes.

Remarque : le nombre de dixièmes et le chiffre des dixièmes n'ont donc pas la même signification.

Le vocabulaire des quatre opérations

• Dans l'addition : $12 + 8 = 20$ les nombres 12 et 8 sont appelés les termes de l'addition. Le nombre 20 qui est le résultat de l'addition est appelé la somme.

• Dans la soustraction : $12 - 8 = 4$ les nombres 12 et 8 sont appelés les termes de la soustraction. Le nombre 4 qui est le résultat de la soustraction est appelé la différence.

• Dans la multiplication : $12 \times 8 = 96$ les nombres 12 et 8 sont appelés les facteurs de la multiplication. Le nombre 96 qui est le résultat de la multiplication est appelé le produit.

• Dans la division : $12 \div 8 = 1,5$ les nombres 12 et 8 sont appelés respectivement le dividende et le diviseur de la division. Le nombre 1,5 qui est le résultat de la division est appelé le quotient.

POSER UNE ADDITION

Somme de 12,5 de 101 et de 43,45

Méthode

- On écrit les nombres les uns sous les autres en les alignant suivant la virgule ;
- on effectue les sommes par colonne ;
- on commence par la somme des chiffres de la colonne du côté droit. C'est la colonne des centièmes.

$$\begin{array}{r}
 12,5 \\
 + 101 \\
 + 43,45 \\
 \hline
 156,95
 \end{array}$$

Conclusion : la somme de 12,5 de 101 et de 43,45 est égale à 156,95.

Somme de 98,3 de 409,68 et de 547,091

Méthode

- On écrit les nombres les uns sous les autres en les alignant suivant la virgule ;
- on effectue les sommes par colonne ;
- on commence par la somme des chiffres de la colonne du côté droit. C'est la colonne des millièmes.

$$\begin{array}{r}
 98,3 \\
 + 409,68 \\
 + 547,091 \\
 \hline
 1055,071
 \end{array}$$

$8 + 9 = 17$, on pose le 7 et on retient 1.
 $1 + 3 + 6 + 0 = 10$, on pose le 0 et on retient 1.
 $1 + 8 + 9 + 7 = 25$, on pose le 5 et on retient 2.
 $2 + 9 + 0 + 4 = 15$, on pose le 5 et on retient 2.
 $1 + 4 + 5 = 10$, on pose le 0 et on retient 1.
 $1 + 0 = 1$, on pose le 1.

Conclusion : la somme de 98,3 de 409,68 et de 547,091 est égale à 1 055,071.

POSER UNE SOUSTRACTION

Différence de 423,83 et de 212,4

Méthode

- On écrit les nombres les uns sous les autres en les alignant suivant la virgule ;
- on effectue les différences par colonne ;
- on commence par la différence des chiffres de la colonne du côté droit. C'est la colonne des centièmes.

$$\begin{array}{r} 4 \quad 2 \quad 3, \quad 8 \quad 3 \\ - 2 \quad 1 \quad 2, \quad 4 \quad 0 \\ \hline 2 \quad 1 \quad 1, \quad 4 \quad 3 \end{array}$$

Conclusion : la différence de 423,83 et de 212,4 est égale à 211,43.

Différence de 631,95 et de 576,08

Méthode

- On écrit les nombres les uns sous les autres en les alignant suivant la virgule ;
- on effectue les différences par colonne ;
- on commence par la différence des chiffres de la colonne du côté droit. C'est la colonne des centièmes.

Étape 1. On commence par les centièmes.

$$\begin{array}{r} 6 \quad 3 \quad 1, \quad 9 \quad 5 \\ - 5 \quad 7 \quad 6, \quad 0 \quad 8 \\ \hline \end{array}$$

7
↓
On ne peut pas retrancher 8 à 5. On calcule alors : $15 - 8 = 7$
et on ajoute la retenue égale à 1 au chiffre 0.

Étape 2. On continue avec les dixièmes.

$$\begin{array}{r} 6 \quad 3 \quad 1, \quad 9 \quad 5 \\ - 5 \quad 7 \quad 6, \quad 1 \quad 8 \\ \hline 8 \quad 7 \end{array}$$

8 7
↓
On calcule : $9 - 1 = 8$ et on pose le 8.

Étape 3. On continue avec les unités.

$$\begin{array}{r} 631,95 \\ - 576,18 \\ \hline \end{array}$$

On ne peut pas retrancher 6 à 1. On calcule alors : $11 - 6 = 5$ et on ajoute la retenue égale à 1 au chiffre 7.

Étape 4. On continue avec les dizaines.

$$\begin{array}{r} 631,95 \\ - 578,18 \\ \hline \end{array}$$

$7 + 1 = 8$

On ne peut pas retrancher 8 à 3. On calcule alors : $13 - 8 = 5$ et on ajoute la retenue égale à 1 au chiffre 5.

Étape 5. On termine avec les centaines.

$$\begin{array}{r} 631,95 \\ - 686,18 \\ \hline \end{array}$$

$5 + 1 = 6$

On calcule : $6 - 6 = 0$ et on pose le 0. Ce chiffre n'est pas significatif. Il est inutile.

Conclusion : la différence de 631,95 et de 576,08 est égale à 55,87.

Différence de 2 048,3 et de 852,15

Étape 1. On commence par les centièmes.

$$\begin{array}{r} 2048,30 \\ - 852,15 \\ \hline \end{array}$$

En absence du chiffre des centièmes à 2 048,3 on met ce chiffre des centièmes à 0.

On ne peut pas retrancher 8 à 5. On calcule alors : $10 - 8 = 2$ et on ajoute la retenue égale à 1 au chiffre 1.

Étape 2. On effectue la différence des dixièmes.

$$\begin{array}{r} 2048,30 \\ - 852,25 \\ \hline \end{array}$$

$1 + 1 = 2$

↓

On calcule : $3 - 1 = 1$ et on pose le 1.

Étape 3. On effectue la différence des unités.

$$\begin{array}{r} 2048,30 \\ - 852,25 \\ \hline \end{array}$$

6, 1 5

↓

On calcule : $8 - 2 = 6$ et on pose le 6.

Étape 4. On effectue la différence des dizaines.

$$\begin{array}{r} 2048,30 \\ - 852,25 \\ \hline \end{array}$$

9 6, 1 5

↓

On ne peut pas retrancher 5 à 4. On calcule alors :
 $14 - 5 = 9$ et on ajoute la retenue égale à 1 au chiffre 8.

Étape 5. On effectue la différence des centaines.

$$\begin{array}{r} 2048,30 \\ - 0952,25 \\ \hline \end{array}$$

$8 + 1 = 9$

1 9 6, 1 5

↓

On ne peut pas retrancher 9 à 0. On calcule alors : $10 - 9 = 1$ et on ajoute la retenue égale à 1 au chiffre des milliers du 2^d nombre.

Étape 6. On effectue la différence des milliers.

$$\begin{array}{r} 2048,30 \\ - 1952,25 \\ \hline \end{array}$$

$0 + 1 = 1$

1 1 9 6, 1 5

↓

On calcule : $2 - 1 = 1$ et on pose le 1.

Conclusion : la différence de 2 048,3 et de 952,35 est égale à 1 196,15.

POSER UNE MULTIPLICATION

Produit de 7,49 par 8,3

Méthode

- On écrit les nombres l'un sous l'autre, les aligner suivant la virgule est facultatif ;
- on effectue les multiplications en commençant par le dernier chiffre du 2^d nombre ;
- on effectue les additions par colonne, en commençant par les derniers chiffres.

Étape 1. On commence par la multiplication par 3.

$$\begin{array}{r} \\ \\ \times \\ \hline 2 \\ \\ \\ \end{array}$$

On calcule : $3 \times 9 = 27$. On pose le 7 et on retient 2.
On calcule : $3 \times 4 + 2 = 12 + 2 = 14$. On pose le 4, on retient 1.
On calcule : $3 \times 7 + 1 = 21 + 1 = 22$. On pose 22.

Étape 2. On effectue la multiplication par 8.

$$\begin{array}{r} \\ \\ \times \\ \hline 2 \\ 5 \\ \\ \end{array}$$

Remarque : on décale d'une case vers la gauche.
On calcule : $8 \times 9 = 72$. On pose le 2 et on retient 7.
On calcule : $8 \times 4 + 7 = 32 + 7 = 39$. On pose le 9, on retient 3.
On calcule : $8 \times 7 + 3 = 56 + 3 = 59$. On pose 59.

Étape 3. On effectue les sommes en colonnes.

$$\begin{array}{r} \\ \\ \times \\ \hline \\ \\ \\ \end{array}$$

Remarque : dans les deux nombres, on fait la somme des chiffres après la virgule. Il y en a 2 à 7,49 et 1 à 8,3. Au total, il y a donc 3 chiffres après la virgule. On décale alors la virgule de trois rangs vers la gauche au résultat.
On pose le 7.
On calcule : $4 + 2 = 6$. On pose 6.
On calcule : $2 + 9 = 11$. On pose le 1, on retient 1.
On calcule : $1 + 2 + 9 = 12$. On pose le 2, on retient 1.
On calcule : $1 + 5 = 6$. On pose 6.

Conclusion : le produit de 7,49 par 8,3 est égal à 62,167.

Produit de 58,473 par 9,06

Étape 1. On commence par la multiplication par 6.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccccc}
 & & +5 & +2 & & +1 \\
 & & 5 & 8, & 4 & 0 & 3 \\
 \times & & & & & 9, & 0 & 6 \\
 \hline
 & 3 & 5 & 0 & 4 & 1 & 8 &
 \end{array}
 \end{array}$$

On calcule : $6 \times 3 = 18$. On pose le 8 et on retient 1.
 On calcule : $6 \times 0 + 1 = 0 + 1 = 1$. On pose le 1.
 On calcule : $6 \times 4 = 24$. On pose le 4 et on retient 2.
 On calcule : $6 \times 8 + 2 = 48 + 2 = 50$. On pose le 0, on retient 5.
 On calcule : $6 \times 5 + 5 = 30 + 5 = 35$. On pose 35.

Étape 2. On effectue les multiplications suivantes.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccccc}
 & & +7 & +3 & & +2 \\
 & & 5 & 8, & 4 & 0 & 3 \\
 \times & & & & & 9, & 0 & 6 \\
 \hline
 & 3 & 5 & 0 & 4 & 1 & 8 & \\
 + & 5 & 2 & 5 & 6 & 2 & 7 &
 \end{array}
 \end{array}$$

On calcule : $9 \times 3 = 27$. On pose le 7 et on retient 2.
 On calcule : $9 \times 0 + 2 = 0 + 2 = 2$. On pose le 2.
 On calcule : $9 \times 4 = 36$. On pose le 6 et on retient 3.
 On calcule : $9 \times 8 + 3 = 72 + 3 = 75$. On pose le 5, on retient 7.
 On calcule : $9 \times 5 + 7 = 45 + 7 = 52$. On pose 52.

Remarque : on effectue maintenant la multiplication par 0. Comme multiplier un nombre par 0 donne 0, on décale la prochaine multiplication d'une case vers la gauche.

En conclusion, on décale la multiplication par 9 de deux cases vers la gauche.

Étape 3. On effectue les sommes en colonnes.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccccc}
 & & 5 & 8, & 4 & 0 & 3 \\
 \times & & & & & 9, & 0 & 6 \\
 \hline
 & 3 & 5 & 0 & 4 & 1 & 8 & \\
 + & 5 & 2 & 5 & 6 & 2 & 7 & \\
 \hline
 5 & 2 & 9, & 1 & 3 & 1 & 1 & 8
 \end{array}
 \end{array}$$

On pose le 8.
 On pose le 1.
 On calcule : $4 + 7 = 11$. On pose le 1, on retient 1.
 On calcule : $1 + 0 + 2 = 3$. On pose le 3.
 On calcule : $5 + 6 = 11$. On pose le 1, on retient 1.
 On calcule : $1 + 3 + 5 = 9$. On pose le 9.
 On pose le 2 et le 5.

Remarque : dans les deux nombres, on fait la somme des chiffres après la virgule. Il y en a 3 à 58,403 et 2 à 9,06. Au total, il y a donc 5 chiffres après la virgule. On décale alors la virgule de cinq rangs vers la gauche au résultat.

Conclusion : le produit de 58,473 par 9,06 est égal à 529,13118.