

Thème A

Nombres et calculs

Table des compétences du thème A

Rappels	9
1 Simplifier une fraction pour la rendre irréductible.....	9
2 Connaître la notion de nombre premier.....	10
3 Savoir additionner des nombres décimaux relatifs	11
Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes	13
4 Savoir multiplier des nombres décimaux relatifs.....	13
5 Savoir diviser des nombres décimaux relatifs	15
6 Écrire une fraction sous la forme irréductible.....	17
7 Savoir additionner ou soustraire deux nombres relatifs en écritures fractionnaires.....	19
8 Savoir multiplier deux nombres relatifs en écritures fractionnaires	20
9 Savoir diviser deux nombres relatifs en écritures fractionnaires.....	21
10 Connaître et utiliser la définition de la racine carrée d'un nombre positif..	22
11 Connaître et utiliser la notion de puissance d'un nombre relatif.....	24
12 Savoir effectuer des calculs impliquant des puissances.....	26
13 Connaître et utiliser la notion d'écriture scientifique d'un nombre décimal	28
Utiliser le calcul littéral	31
14 Savoir développer des expressions littérales avec la simple distributivité ..	31
15 Savoir factoriser des expressions littérales avec la simple distributivité.....	32
16 Savoir utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général.....	33
17 Savoir utiliser le calcul littéral pour valider ou réfuter une conjecture	34
18 Résoudre une équation du 1 ^{er} degré à une inconnue	35
Exercices Bilan du thème A	37

Compétence 1

Simplifier une fraction pour la rendre irréductible

On considère une fraction $\frac{a}{b}$ où a est un nombre entier et b un nombre entier non nul.

Pour écrire une fraction égale à $\frac{a}{b}$, on multiplie (ou on divise) le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{k \times a}{k \times b} \quad (k \neq 0)$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \div \ell}{b \div \ell} \quad (\ell \neq 0)$$

Exercice 1 ► Compléter les pointillés pour que l'égalité proposée soit vraie.

$$\frac{7}{3} = \frac{\dots}{6}$$

$$\frac{15}{12} = \frac{5}{\dots}$$

$$\frac{\dots}{5} = \frac{30}{25}$$

$$\frac{21}{\dots} = \frac{7}{9}$$

Exercice 2 ► Simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{20}{35}$$

$$\frac{28}{49}$$

$$\frac{72}{45}$$

- Pour savoir si un nombre entier est divisible par 2, on regarde son chiffre des unités : si celui-ci est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8, alors ce nombre est divisible par 2, sinon il ne l'est pas.
- Pour savoir si un nombre entier est divisible par 5, on regarde son chiffre des unités : si celui-ci est 0 ou 5, alors ce nombre est divisible par 5, sinon il ne l'est pas.
- Pour savoir si un nombre entier est divisible par 10, on regarde son chiffre des unités : si c'est 0, alors ce nombre est divisible par 10, sinon il ne l'est pas.
- Pour savoir si un nombre entier est divisible par 4, on regarde ses deux derniers chiffres : si c'est un multiple de 4, alors ce nombre est divisible par 4, sinon il ne l'est pas.
- Pour savoir si un nombre entier est divisible par 3, on *calcule la somme* de ses chiffres. Si cette somme est un multiple de 3, alors ce nombre est divisible par 3 ; sinon il ne l'est pas.
- Pour savoir si un nombre entier est divisible par 9, on *calcule la somme* de ses chiffres. Si cette somme est un multiple de 9, alors ce nombre est divisible par 9 ; sinon il ne l'est pas.

Exercice 3 ► En utilisant les critères de divisibilité, simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{15}{105}$$

$$\frac{51}{57}$$

$$\frac{102}{144}$$

$$\frac{350}{490}$$

$$\frac{512}{1\,024}$$

Compétence 2

Connaître la notion de nombre premier



Dire qu'un nombre entier, supérieur ou égal à 2, est un nombre *premier*, cela signifie que ce nombre ne possède que deux diviseurs : 1 et lui-même.



La liste des nombres premiers commence par 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11...



1 n'est pas un nombre premier...

Exercice 4 ► Parmi les nombres ci-dessous, quels sont les nombres premiers ?

41 42 43 44 45

Exercice 5 ► Les nombres 245 ; 578 et 963 sont-ils des nombres premiers ? Justifier.

Exercice 6 ► 97 est-il un nombre premier ? Justifier.

Exercice 7 ► Voici plusieurs affirmations. Sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- (a) 57 n'est pas un nombre premier.
- (b) Le produit 8×25 est un nombre premier.
- (c) La somme $8 + 9$ est un nombre premier.
- (d) Le quotient $93 \div 3$ est un nombre premier.

Exercice 8 ► Lorsqu'il effectue les calculs ci-dessous, Jérémy remarque que les nombres

$$2 \times 3 - 1;$$

$$3 \times 4 - 1;$$

$$4 \times 5 - 1$$

sont des nombres premiers.

- (a) Vérifier que les trois nombres proposés par Jérémy sont bien des nombres premiers.
- (b) Jérémy pense que tous les nombres construits de la même façon que les précédents sont des nombres premiers ? Êtes-vous d'accord avec lui ? Le raisonnement sera expliqué.

Compétence 3

Savoir additionner des nombres décimaux relatifs

- La somme de deux nombres négatifs est négative. Sa distance à zéro s'obtient en additionnant les distances à zéro des deux nombres.

$$(-5) + (-7) = (-12)$$



- La somme de deux nombres relatifs de signes différents a le même signe que le nombre le plus « éloigné » de zéro. Sa distance à zéro est la *différence* entre la plus grande des distances à zéro et la plus petite.



$$(-5) + 7 = (+2) \qquad 5 + (-7) = (-2)$$

Exercice 9 ► Effectuer les calculs suivants :

$$\begin{array}{lll}
 A = (-2) + (-4) & E = 5 + (-5) & I = 4 + (-7) \\
 B = (-7) + (-2) & F = (-5) + (-5) & J = (-7) + 10 \\
 C = (-4) + (-3) & G = (-7) + (-10) & K = (-4) + 3 \\
 D = (-2) + 4 & H = (-5) + 9 & L = 5 + (-9)
 \end{array}$$

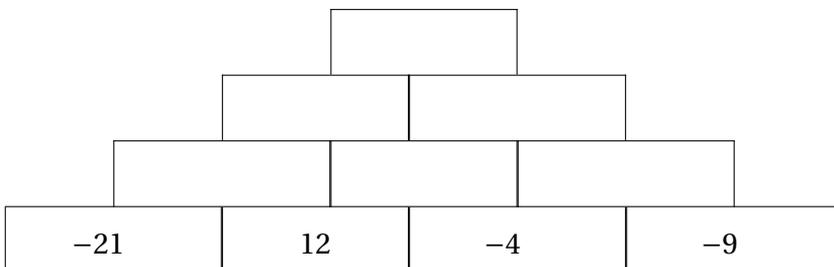
Exercice 10 ► Reproduire et compléter le tableau ci-dessous en traduisant par un nombre relatif la variation de température de 12 h à 16 h :

Température à 12 h	24 °C	15 °C	6,2 °C	-2 °C	-2 °C	4 °C	6 °C
Température à 16 h	28 °C	10 °C	1,8 °C	0 °C	8 °C	4 °C	-3 °C
Variation en °C	(+4)	(-5)					

Exercice 11 ► On considère la pyramide ci-dessous.

Chaque case contient la somme des nombres contenus dans les deux cases d'en dessous.

Recopier puis compléter cette pyramide.



Exercice 12 ► Calculer les sommes suivantes en détaillant les étapes :

$$A = (+14) + (-12) + (-13) + (+11)$$

$$B = (+14, 1) + (-12, 1) + (-13, 5) + (+11, 5)$$

$$C = (-14) + (-12) + (+13) + (-1)$$

$$D = (+15, 7) + (-12, 1) + (-20) + (-7, 8)$$

Compétence 4

Savoir multiplier des nombres décimaux relatifs



Le produit de deux nombres relatifs de même signe est POSITIF.

Le produit de deux nombres relatifs de signes différents est NÉGATIF.



Exercice 13 ► Compléter :

$(-4) \times (-1) = \dots$	$3 \times (-2) = \dots$	$(-1) \times 7 = \dots$
$(-1) \times (-7) = \dots$	$4 \times (-5) = \dots$	$(-3) \times (-7) = \dots$
$(-3) \times (-8) = \dots$	$6 \times (-4) = \dots$	$(-4) \times (-2) = \dots$
$(-3) \times (+9) = \dots$	$4 \times (-9) = \dots$	$(-7) \times (+9) = \dots$
$(-3) \times (-5) = \dots$	$(-6) \times (-4) = \dots$	$(-0,01) \times (-100) = \dots$
$(-8) \times (-7) = \dots$	$5 \times (-9) = \dots$	$(-2,5) \times (-4) = \dots$

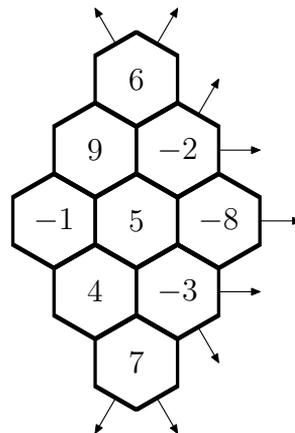
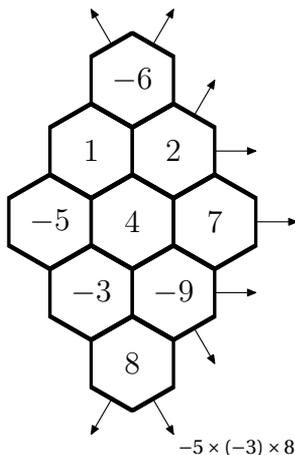
Exercice 14 ► On sait que $53 \times 29 = 1\,537$.

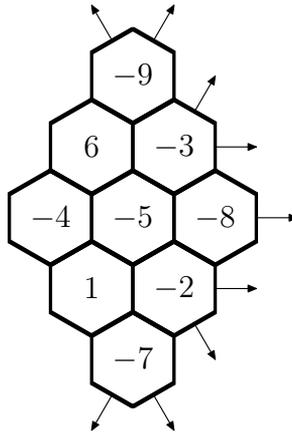
Calculer les produits suivants :

$(-5,3) \times 29 = \dots\dots$	$0,53 \times (-2,9) = \dots\dots$
$(-5,3) \times (-2,9) = \dots\dots$	$(-0,53) \times (-0,29) = \dots\dots$

Exercice 15 ► [D'après une idée de l'IREM Paris Nord]

Dans les hexagrilles ci-dessous, la flèche indique *le produit* des nombres relatifs qui composent la rangée correspondante à la flèche. On a indiqué un exemple sur la première hexagrille. Compléter les hexagrilles.





Exercice 16 ► Compléter les calculs suivants à l'aide d'une opération (+, -, ×).

$$(-3) \dots (-4) = 12$$

$$2 \dots 3 = 5$$

$$(-9) \dots 3 = -12$$

$$(-4) \dots (-2) = -2$$

$$(-1) \dots (-7) = 7$$

$$7 \dots (-1) = -7$$

$$0,25 \dots (-4) = -1$$

$$(-2) \dots (-2) = 4$$

$$0,1 \dots 1,1 = -1$$

Exercice 17 ► Calculer, en respectant les règles de priorité.

On détaillera les calculs.

$$A = 7 - (-4) \times 9$$

$$B = (-2) \times 5 + (-6) \times (-3)$$

$$C = 12 + (-6) \times (-7)$$