APTITUDES NUMÉRIQUES

26 Calcul mental

APTITUDES NUMÉRIQUES Fréquence ●●●●● Difficulté ★★☆☆☆

ASTUCES DE CALCUL MENTAL

Opération	Astuce	Exemple
Multiplier un nombre entier par 10	Ajoutez un « 0 » à la fin.	$45 \times 10 = 450$
Diviser un nombre entier par 10	Ajoutez une virgule avant le dernier chiffre.	$\frac{45}{10} = 4{,}5$
Multiplier un nombre décimal par 10	Décalez la virgule d'un « rang » vers la droite.	$45{,}5 \times 10 = 455$
Diviser un nombre décimal par 10	Décalez la virgule d'un « rang » vers la gauche.	$45{,}5 \div 10 = 4{,}55$
Multiplier un ou plusieurs nombres décimaux	Effectuez l'opération comme s'il n'y avait pas de virgule et replacer la virgule ensuite.	$3{,}4 \times 9 = \frac{(34 \times 9)}{10}$ $= 30{,}6$
Diviser un ou plusieurs nombres décimaux	Multipliez par 10 « en haut et en bas » pour éliminer les virgules.	$\frac{34}{0{,}6} = \frac{340}{6} = 56{,}7$
Multiplier plus de 2 nombres	Commencez toujours par multiplier les petits facteurs entre eux.	$54 \times 2 \times 5 = 54 \times 10 = 540$
« Découpez » les opérations pour les rendre plus faciles.		$21 \times 9 = 21 \times (10 - 1)$ $= 210 - 21$ $= 189$
Quand 2 nombres sont « situés » à égale distance d'un même nombre, utilisez l'identité remarquable suivante : $\mathbf{(a - b) \times (a + b) = a^2 - b^2}$		$13 \times 17 = (15 - 2) \times (15 + 2)$ $= 15^2 - 2^2$ $= 221$

DÉVELOPPEMENTS ET PRIORITÉS

Addition	
Commutativité	$A + B = B + A$
Associativité	$(A + B) + C = A + (B + C)$

REMARQUE La **soustraction** n'est :

- **ni commutative :** $A - B \neq B - A$
- **ni associative :** $(A - B) - C \neq A - (B - C)$

Multiplication	
Commutativité	$A \times B = B \times A$
Associativité	$(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$
Distributivité	$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$
	$(A + B) \times (C + D) = A \times C + A \times D + B \times C + B \times D$

REMARQUES

1. La **division** n'est :
   - **ni commutative :** $\frac{A}{B} \neq \frac{B}{A}$
   - **ni associative :** $\frac{A - B}{C} \neq A - \left(\frac{B}{C}\right)$
   - **ni distributive :** $\frac{A}{(B+C)} \neq \frac{A}{B} + C$

2. En l'absence de parenthèses, **la multiplication et la division sont prioritaires** sur l'addition et la soustraction.

   Exemple : $3 + 4 \times 3 = 3 + 12 = 15$ (et non 21).

27 Multiplications et divisions (sans virgule)

APTITUDES NUMÉRIQUES Fréquence ●●●●○ Difficulté ★★☆☆☆

POSER UNE MULTIPLICATION

Exemple : 664 × 36

Étape 1	Étape 2	Étape 3
Chiffre de droite du membre inférieur (6) × **3 chiffres du membre supérieur** (664)	**Chiffre de gauche du membre inférieur** (3) × **3 chiffres du membre supérieur** (664)	**Addition des 2 résultats intermédiaires**
664 × 36 ——— 3 984 .. ... ———	664 × 36 ——— 3 984 19 920 ———	664 × 36 ——— 3 984 + 19 920 ——— = 23 904
Ici : 6 × 664	**Ici :** 3 × 664 sans oublier de poser un « 0 » à chaque nouvelle ligne.	**Ici :** 3 984 + 19 920 = 23 904

POSER UNE DIVISION

Exemple : 6 640 ÷ 362

<table>
<tr><th>Opération</th><th>Méthode & Réalisation</th></tr>
<tr><td><table><tr><td>6 6 4 0</td><td>362</td></tr></table></td><td>Choisissez le premier nombre divisible par 362.
6 n’est pas divisible par 362 ; 66 non plus ; on choisit donc 664.</td></tr>
<tr><td><table><tr><td>6 6 4 0</td><td>362</td></tr><tr><td>– 3 6 2</td><td>1</td></tr><tr><td>= 3 0 2</td><td></td></tr></table></td><td>Combien de fois peut-on « mettre » 362 dans 664 ?
On peut le mettre 1 fois, il reste 302 (664 – 362 = 302).</td></tr>
<tr><td><table><tr><td>6 6 4 0</td><td>362</td></tr><tr><td>– 3 6 2</td><td>18</td></tr><tr><td>= 3 0 2 0</td><td></td></tr><tr><td>– 2 8 9 6</td><td></td></tr><tr><td>= 1 2 4</td><td></td></tr></table></td><td>On a descendu le « 0 » de 6 640 ce qui fait 3 020.
Combien de fois peut-on « mettre » 362 dans 3 020 ?
On peut le mettre 8 fois, il reste 124 (3 020 – 2 896 = 124).</td></tr>
<tr><td><table><tr><td>6 6 4 0</td><td>362</td></tr><tr><td>– 3 6 2</td><td>18,3</td></tr><tr><td>= 3 0 2 0</td><td></td></tr><tr><td>– 2 8 9 6</td><td></td></tr><tr><td>= 1 2 4 0</td><td></td></tr><tr><td>– 1 0 8 6</td><td></td></tr><tr><td>= 1 5 4</td><td></td></tr></table></td><td>On a ajouté un « 0 », ce qui fait 1 240.
On compense en ajoutant une « , » au quotient.
Combien de fois peut-on « mettre » 362 dans 1 240 ?
On peut le mettre 3 fois, il reste 154 (1 240 – 1 086).</td></tr>
<tr><td><table><tr><td>6 6 4 0</td><td>362</td></tr><tr><td>– 3 6 2</td><td>18,34</td></tr><tr><td>= 3 0 2 0</td><td></td></tr><tr><td>– 2 8 9 6</td><td></td></tr><tr><td>= 1 2 4 0</td><td></td></tr><tr><td>– 1 0 8 6</td><td></td></tr><tr><td>= 1 5 4 0</td><td></td></tr><tr><td>– 1 4 4 8</td><td></td></tr><tr><td>= 9 2</td><td></td></tr></table></td><td>On a ajouté un « 0 », ce qui fait 1 540.
Cette fois-ci, on ne compense pas en ajoutant une « , » car on l’a déjà fait.
Combien de fois peut-on « mettre » 362 dans 1 540 ?
On peut le mettre 4 fois, il reste 92 (1 540 – 1 448 = 92).
Conclusion : 6 640 = (18,34 × 362) + 92.</td></tr>
</table>

28 Multiplications et divisions (avec virgule(s))

APTITUDES NUMÉRIQUES — Fréquence ●●●●○ — Difficulté ★★☆☆☆

POSER UNE MULTIPLICATION À VIRGULE(S)

Exemple : 66,4 × 3,6

Étape 1 : « Éliminons les virgules » (en multipliant par 10, 100, 1 000, etc)		
66,4 × 3,6 → 664 × 36	Décalez la virgule vers la droite d'un rang aux 2 nombres afin qu'il n'y ait plus de virgule. (On remettra la virgule à l'étape 5).	
Étape 2	**Étape 3**	**Étape 4**
Chiffre de droite du membre inférieur (6) × **3 chiffres du membre supérieur** (664)	**Chiffre de gauche du membre inférieur** (3) × **3 chiffres du membre supérieur** (664)	**Addition des 2 résultats intermédiaires**
664 × 36 3 984	664 × 36 3 984 19 920	664 × 36 3 984 + 19 920 = 23 904
Ici : 6 × 664	**Ici :** 3 × 664 sans oublier de poser un « 0 » à chaque nouvelle ligne.	**Ici :** 3 984 + 19 920 = 23 904
Étape 5 : « Remettons » la virgule		
Il y avait 2 chiffres après la virgule à l'étape 1. On doit donc avoir 2 chiffres après la virgule : **239,04**		

POSER UNE DIVISION À VIRGULE(S)

<table>
<tr><th>Opération</th><th>Méthode & Réalisation</th></tr>
<tr><td>$$\frac{66{,}4}{3{,}62}$$
$$= \frac{66{,}4 \times 100}{3{,}62 \times 100} = \frac{6\,640}{362}$$</td><td>Transformez la division initiale en division sans virgule. Multipliez le numérateur et le dénominateur par la même valeur (Ici : 100).
Cela ne change pas la valeur de la division mais permet d’éliminer les « virgules ». On a alors 6 640 ÷ 362, c’est-à-dire une division sans virgule.</td></tr>
<tr><td>$$\begin{array}{r|l} 6\,6\,4\,0 & 362 \\ \hline & \end{array}$$</td><td>Choisissez le premier nombre divisible par 362.
6 n’est pas divisible par 362 ; 66 non plus ;
on choisit donc 664.</td></tr>
<tr><td>$$\begin{array}{r|l} 6\,6\,4\,0 & 362 \\ \hline -\,3\,6\,2 & 1 \\ =\,3\,0\,2 & \end{array}$$</td><td>Combien de fois peut-on « mettre » 362 dans 664 ?
On peut le mettre 1 fois, il reste 302 (664 – 362 = 302).</td></tr>
<tr><td>$$\begin{array}{r|l} 6\,6\,4\,0 & 362 \\ \hline -\,3\,6\,2 & 18 \\ =\,3\,0\,2\,0 & \\ -\,2\,8\,9\,6 & \\ =\quad 1\,2\,4 & \end{array}$$</td><td>On a descendu le « 0 » de 6 640 ce qui fait 3 020.
Combien de fois peut-on « mettre » 362 dans 3 020 ?
On peut le mettre 8 fois, il reste 124 (3 020 – 2 896 = 124).</td></tr>
<tr><td>$$\begin{array}{r|l} 6\,6\,4\,0 & 362 \\ \hline -\,3\,6\,2 & 18{,}3 \\ =\,3\,0\,2\,0 & \\ -\,2\,8\,9\,6 & \\ =\,1\,2\,4\,0 & \\ -\,1\,0\,8\,6 & \\ =\quad 1\,5\,4 & \end{array}$$</td><td>On a ajouté un « 0 », ce qui fait 1 240.
On compense en ajoutant une « , » au quotient.
Combien de fois peut-on « mettre » 362 dans 1 240 ?
On peut le mettre 3 fois, il reste 154 (1 240 – 1 086 = 154).</td></tr>
<tr><td>$$\begin{array}{r|l} 6\,6\,4\,0 & 362 \\ \hline -\,3\,6\,2 & 18{,}34 \\ =\,3\,0\,2\,0 & \\ -\,2\,8\,9\,6 & \\ =\,1\,2\,4\,0 & \\ -\,1\,0\,8\,6 & \\ =\,1\,5\,4\,0 & \\ -\,1\,4\,4\,8 & \\ =\qquad 9\,2 & \end{array}$$</td><td>On a ajouté un « 0 », ce qui fait 1 540.
Cette fois-ci, on ne compense pas en ajoutant une « , » car on l’a déjà fait.
Combien de fois peut-on « mettre » 362 dans 1 540 ?
On peut le mettre 4 fois, il reste 92 (1 540 – 1 448 = 92).
Conclusion : 6 640 = (18,34 × 362) + 92.</td></tr>
</table>

29 Carrés, cubes, nombres premiers et tables de multiplication

APTITUDES NUMÉRIQUES Fréquence ●●●●○ Difficulté ★★☆☆☆

CARRÉS ET CUBES

Les carrés (1 à 25)			
$1^2 = 1$	$8^2 = 64$	**$15^2 = 225$**	$22^2 = 484$
$2^2 = 4$	$9^2 = 81$	$16^2 = 256$	$23^2 = 529$
$3^2 = 9$	**$10^2 = 100$**	$17^2 = 289$	$24^2 = 576$
$4^2 = 16$	$11^2 = 121$	$18^2 = 324$	**$25^2 = 625$**
$5^2 = 25$	$12^2 = 144$	$19^2 = 361$	
$6^2 = 36$	$13^2 = 169$	**$20^2 = 400$**	
$7^2 = 49$	$14^2 = 196$	$21^2 = 441$	

Les cubes (1 à 20)		
$1^3 = 1$	$8^3 = 512$	**$15^3 = 3\,375$**
$2^3 = 8$	$9^3 = 729$	$16^3 = 4\,096$
$3^3 = 27$	**$10^3 = 1\,000$**	$17^3 = 4\,913$
$4^3 = 64$	$11^3 = 1\,331$	$18^3 = 5\,832$
$5^3 = 125$	$12^3 = 1\,728$	$19^3 = 6\,859$
$6^3 = 216$	$13^3 = 2\,197$	**$20^3 = 8\,000$**
$7^3 = 343$	$14^3 = 2\,744$	

5 propriétés sur les carrés	Exemples
Un carré se termine nécessairement par 0, 1, 4, 5, 6 ou 9.	25, 36, 64, 81, etc.
Si l'**unité d'un carré est 6**, alors le chiffre des dizaines est **impair**.	3**6**, 25**6**, etc.
Si l'**unité d'un carré est 0, 1, 4, 5 ou 9**, le chiffre des dizaines est **pair**.	6**4**, 28**9**, 32**4**, etc.
Le carré d'un nombre dont l'unité est 5 se termine par 25.	$35^2 = 1\,225$
Égalité de Carroll : 3 fois la somme de 3 carrés est aussi la somme de 4 autres carrés.	$3 \times (5^2 + 6^2 + 7^2) = 15^2 + 8^2 + 5^2 + 4^2$