Nombres décimaux | 1

Sommaire

1 Opérations sur les décimaux		4
J'utilise correctement le vocabulaire sur les opérations	5 ^e	4
Je pose une opération en colonnes	5 ^e	4
Je nomme et utilise les propriétés de l'addition et de la multiplication	5 ^e	6
Je calcule une puissance d'un nombre	5 ^e	7
J'effectue des calculs en respectant l'ordre de priorité des opérations	5 ^e	8
2 Solutions		12

1. Opérations sur les décimaux

J'utilise correctement le vocabulaire sur les opérations

Commençons par quelques rappels sur le vocabulaire des opérations :

- Dans une addition, les quantités que l'on ajoute sont appelées les *termes* ; le résultat est appelé la *somme*.
- Dans une soustraction, les quantités que l'on soustrait sont appelées les *termes* ; le résultat est appelé la *différence*.
- Dans une multiplication, les quantités que l'on multiplie sont appelées les *facteurs* ; le résultat est appelé le *produit*.
- Dans une division, le nombre que l'on divise s'appelle le *dividende* ; celui par lequel on divise s'appelle le *diviseur* ; le résultat s'appelle le *quotient*. Dans une division euclidienne, le *reste* est la différence entre le dividende et le produit du diviseur par le quotient.

Illustrons ce rappel par quatre exemples :

<p>Addition</p> $0,5 + 12,35 + 18 = 30,85$ <p style="text-align: center;">les termes la somme</p>	<p>Soustraction</p> $43 - 21,8 = 21,2$ <p style="text-align: center;">les termes la différence</p>
<p>Multiplication</p> $25 \times 3,2 \times 4 = 320$ <p style="text-align: center;">les facteurs le produit</p>	<p>Division (euclidienne)</p> $ \begin{array}{r l} 171 & 12 \\ - 12 & 14 \\ \hline 51 & \\ - 48 & \\ \hline 03 & \end{array} $ <p style="text-align: center;">le dividende le diviseur</p> <p style="text-align: center;">le reste le quotient</p>

Je pose une opération en colonnes

- **Addition et soustraction.** Pour additionner et soustraire des nombres décimaux, on peut disposer les calculs en colonnes en commençant par aligner verticalement les unités. Dans le cas de la soustraction, on peut utiliser indifféremment le procédé d'emprunt ou celui de compensation.

Exemple. Soit à calculer la somme $7305,34 + 967,812$.

$$\begin{array}{r} ^1 ^1 ^1 \\ 7305,34 \\ + 967,812 \\ \hline 8273,152 \end{array}$$

Exemple. Soit à calculer la différence $371,53 - 0,409$.

<i>Procédé d'emprunt</i>	<i>Procédé de compensation</i>
$\begin{array}{r} ^2 ^{10} \\ 371,53 \\ - 0,409 \\ \hline 371,121 \end{array}$	$\begin{array}{r} 371,53 \\ - 0,409 \\ \hline 371,121 \end{array}$

- **Multiplication.** Pour disposer en colonnes la multiplication de deux nombres relatifs, il n'est pas nécessaire d'aligner les unités.

Après avoir effectué le produit des deux facteurs comme s'il n'y avait pas de virgules, on totalise le nombre de décimales des deux facteurs, et on obtient le nombre de décimales du produit. On peut également utiliser une estimation pour placer la virgule.

À noter que pour raccourcir le calcul, on peut placer en bas le facteur qui contient le plus petit nombre de chiffres.

Exemple. Soit à calculer le produit $7,92 \times 458,5$.

Le nombre de décimales s'obtient :	$458,5$
* en totalisant les décimales des facteurs : $1 + 2 = 3$ décimales au départ, donc 3 décimales à l'arrivée;	$\begin{array}{r} ^1 ^2 \\ \times 7,92 \\ \hline 9170 \\ 41265 \\ \hline 32095 \end{array}$
* en effectuant une estimation :	$3631,320$
$458,5 \times 7,92 \approx 500 \times 8 = 4000$.	

- **Division.** On rappelle qu'on ne change pas le quotient de deux nombres si on les multiplie par un même nombre non nul. Ainsi, lorsqu'on effectue une division entre deux décimaux, on peut les multiplier par 10 autant de fois que nécessaire pour tomber sur un diviseur entier, sans changer le quotient.

Exemple. Soit à calculer le quotient $11,502 : 0,27$.

Par multiplication du dividende et du diviseur par 10, on obtient :	$\begin{array}{r} \overline{1150,2} \\ - 108 \\ \hline 70 \\ - 54 \\ \hline 162 \\ - 162 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left \begin{array}{r} 27 \\ 42,6 \end{array} \right.$
$11,502 : 0,27 = 115,02 : 2,7$	
$= 1150,2 : 27$	
$= 42,6$	

Je nomme et utilise les propriétés de l'addition et de la multiplication

Dans le tableau suivant, on décrit les différentes propriétés de l'addition et de la multiplication des nombres décimaux. Ces propriétés resteront valables pour l'addition et la multiplication des nombres relatifs, des nombres rationnels et des nombres réels.

ADDITION	MULTIPLICATION
<p>L'addition est commutative.</p> <p>Cela signifie que <i>dans une somme, changer les termes de place ne modifie pas la somme.</i></p> <p>⇒ Pour tous nombres a et b, on a $a + b = b + a$</p>	<p>La multiplication est commutative.</p> <p>Cela signifie que <i>dans un produit, changer les termes de place ne modifie pas le produit.</i></p> <p>⇒ Pour tous nombres a et b, on a $a \times b = b \times a$</p>
<p>L'addition est associative.</p> <p>Cela signifie que <i>former des sommes partielles ne modifie pas la somme finale.</i></p> <p>⇒ Pour tous nombres a, b et c, on a $(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$</p>	<p>La multiplication est associative.</p> <p>Cela signifie que <i>former des produits partiels ne modifie pas le produit final.</i></p> <p>⇒ Pour tous nombres a, b et c, on a $(a \times b) \times c = a \times (b \times c) = a \times b \times c$</p>
<p>Le nombre 0 est l'élément neutre de l'addition.</p> <p>Cela signifie que <i>ajouter 0 à un nombre donne une somme égale à ce nombre.</i></p> <p>⇒ Pour tout nombre a, on a $0 + a = a = a + 0$</p>	<p>Le nombre 1 est l'élément neutre de la multiplication.</p> <p>Cela signifie que <i>multiplier un nombre par 1 donne un produit égal à ce nombre.</i></p> <p>⇒ Pour tout nombre a, on a $1 \times a = a = a \times 1$</p>
	<p>Le nombre 0 est élément absorbant de la multiplication.</p> <p>Cela signifie que <i>multiplier un nombre par 0 donne un produit nul.</i></p> <p>⇒ Pour tout nombre a, on a $0 \times a = 0 = a \times 0$</p>
<p>La multiplication est distributive par rapport à l'addition et à la soustraction.</p> <p>⇒ Pour tous nombres a, b et c, on a</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{l} a \times (b + c) = a \times b + a \times c \\ a \times (b - c) = a \times b - a \times c \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{l} (a + b) \times c = a \times c + b \times c \\ (a - b) \times c = a \times c - b \times c \end{array}$ </div> </div>	

Exercice 1. Quelle est la propriété justifiant les égalités suivantes ?

a) $2,1 \times 3,8 = 3,8 \times 2,1$	e) $0 \times 5,5 = 0$
b) $6,7 \times 1 = 6,7$	f) $5 + (2,1 + 3,8) = (5 + 3,8) + 2,1$
c) $2,1 + 3,8 = 3,8 + 2,1$	g) $6,7 + 0 = 6,7$
d) $5 \times (2,1 \times 3,8) = (5 \times 3,8) \times 2,1$	h) $4,1 \times (3,5 + 8,7) = 4,1 \times 3,5 + 4,1 \times 8,7$

Exercice 2. Calcule de la manière la plus simple possible.

- a) $17,52 \times 3,1 + 17,52 \times 5,3 + 17,52 \times 2,6$
 b) $3,1 \times 9,3 + 5,5 \times 9,3 + 4,4 \times 9,3$
 c) $8,7 \times 5,9 + 8,7 \times 15,1 - 8,7 \times 2$

Exercice 3. Calcule mentalement : 27×101 ; 27×99 ; 13×102 ; 13×98 .

Je calcule une puissance d'un nombre

On appelle *puissance* d'un nombre le produit de plusieurs facteurs égaux à ce nombre. Plus précisément, si a désigne un nombre et n un entier naturel, on note :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

et on lit « a puissance n » ou bien « a exposant n ».

L'entier n est appelé l'*exposant* de la puissance.

Exemple. $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 36 \times 6 = 216$

Remarques.

- Par convention $a^0 = 1$.
- À noter que $a^1 = a$.
- $a^2 = a \times a$ se lit « a au carré ». *
- $a^3 = a \times a \times a$ se lit « a au cube ».

Exercice 4. Calcule.

a) 2^0	d) 2^3	g) 2^6	j) 2^9	m) 3^3	p) 4^1	s) 4^4	v) 5^2
b) 2^1	e) 2^4	h) 2^7	k) 3^1	n) 3^4	q) 4^2	t) 4^5	w) 5^3
c) 2^2	f) 2^5	i) 2^8	l) 3^2	o) 3^5	r) 4^3	u) 5^0	x) 5^4

*. Le choix de l'expression « au carré » vient du fait que l'aire d'un carré de côté a vaut justement a^2 . De même le choix de l'expression « au cube » vient du fait que le volume d'un cube d'arête a vaut a^3 .

Exercice 5. Calcule.

a) 10^0	e) 10^4	i) 11^3	m) $0,1^2$	q) $1,1^1$
b) 10^1	f) 11^0	j) 11^4	n) $0,1^3$	r) $1,1^2$
c) 10^2	g) 11^1	k) $0,1^0$	o) $0,1^4$	s) $1,1^3$
d) 10^3	h) 11^2	l) $0,1^1$	p) $1,1^0$	t) $1,1^4$

J'effectue des calculs en respectant l'ordre de priorité des opérations

Règles de priorité. Pour calculer une expression faisant intervenir plusieurs opérations, on effectue les opérations dans l'ordre de priorité suivant :

1. Opérations notées entre parenthèses (ou crochets)
2. Puissances et racines
3. Multiplications et divisions
4. Additions et soustractions

De plus,

- a) lorsque des additions et des soustractions se suivent, on effectue les opérations de gauche à droite ;
- b) lorsque des multiplications et des divisions se suivent, on effectue les opérations de gauche à droite ;
- c) lorsque des parenthèses sont imbriquées, on commence par effectuer les calculs qui se trouvent dans les parenthèses les plus intérieures.

Vocabulaire. Une expression contenant plusieurs opérations est appelée :

- une *somme* si la dernière opération à effectuer est une addition ;
- une *différence* si la dernière opération à effectuer est une soustraction ;
- un *produit* si la dernière opération à effectuer est une multiplication ;
- un *quotient* si la dernière opération à effectuer est une division.

Exercice résolu.

Soit à calculer l'expression $A = 3 \times 5^2 - (42 - 6 \times (3 + 2)) \times 2 : 5 + 7$

► Dans une expression faisant intervenir plusieurs opérations, les dernières opérations à effectuer sont les additions et les soustractions qui ne se trouvent pas à l'intérieur de parenthèses : dans les premières étapes de calculs, à chaque nouvelle ligne, tu commenceras par écrire ces signes opératoires en laissant la place pour transformer les « blocs » à calculer en priorité :

$$A = \boxed{3 \times 5^2} - \boxed{(42 - 6 \times (3 + 2)) \times 2 : 5} + \boxed{7}$$

On va calculer les blocs les uns après les autres.

Dans le premier bloc, on calcule le carré de 5, puis on effectue la multiplication :

$$\begin{aligned} A &= 3 \times 5^2 - (42 - 6 \times (3 + 2)) \times 2 : 5 + 7 \\ &= \underline{3 \times 25} - (42 - 6 \times (3 + 2)) \times 2 : 5 + 7 \\ &= 75 - (42 - 6 \times (3 + 2)) \times 2 : 5 + 7 \end{aligned}$$

Dans le deuxième bloc, on effectue d'abord les calculs dans les parenthèses les plus intérieures, puis la multiplication et enfin la soustraction qui se trouvent dans la parenthèse extérieure :

$$\begin{aligned} A &= 75 - (42 - 6 \times (3 + 2)) \times 2 : 5 + 7 \\ &= 75 - (42 - \underline{6 \times 5}) \times 2 : 5 + 7 \\ &= 75 - (\underline{42 - 30}) \times 2 : 5 + 7 \\ &= 75 - (12) \times 2 : 5 + 7 \end{aligned}$$

Dans le deuxième bloc, il reste une multiplication par 2 et une division par 5 que l'on effectue de gauche à droite :

$$\begin{aligned} A &= 75 - \underline{12 \times 2} : 5 + 7 \\ A &= 75 - \underline{24} : 5 + 7 \\ A &= 75 - 4,8 + 7 \end{aligned}$$

Il ne reste à présent qu'une addition et une multiplication ; on effectue alors les calculs de gauche à droite :

$$\begin{aligned} A &= \underline{75 - 4,8} + 7 \\ A &= \underline{70,2} + 7 \\ A &= 77,2 \end{aligned}$$

Exercice 6. Calcule.

- $10 + 9 \times 8 - 7 + 6 \times 5 + 4 \times 3 : 2 - 1$
- $(10 + 9) \times 8 - 7 + 6 \times (5 + 4) \times 3 : 2 - 1$
- $(10 + 9) \times (8 - 7) + 6 \times (5 + 4) \times 3 : (2 - 1)$
- $10 + (9 \times (8 - 7) + 6) \times (5 + 4) \times 3 : (2 - 1)$
- $10 + (9 \times (8 - 7) + 6) \times 5 + (4 \times 3) : 2 - 1$
- $10 + (9 \times 8 - 7) + 6 \times (5 + 4 \times 3) : 2 - 1$
- $(10 + 9 \times (8 - 7) + 6) \times (5 + 4) \times 3 : (2 - 1)$
- $(10 + (9 \times 8 - 7) + 6 \times 5 + 4) \times 3 : (2 - 1)$
- $10 + 9 \times 8 - (7 + 6 \times 5 + 4 \times 3 : 2 - 1)$
- $10 + 9 \times 8 - (7 + (6 \times 5 + 4) \times 3 : 2 - 1)$

Exercice 7. Calcule.

a) $6 : 2 + 11 \times (5 + 5) - 12$	m) $9 + 9 : 9 \times 7 - 8 + 11$
b) $10 + 5 \times 2 + 4 : (9 - 5)$	n) $6 + 4 + 6 : 6 \times 2 - 10$
c) $6 \times 2 : 6 + 9 - 9 + 13$	o) $9 \times 2 : 6 + 13 - 10 + 9$
d) $11 \times (3 + 6) - 12 : 6 + 6$	p) $13 + 3 \times 3 : 9 + 9 - 11$
e) $7,4 \times 3,6 - (8,6 + 5,2) + 4,5$	q) $1,7 + 9 \times 5,8 - 3,6 + 6,5$
f) $4,5 + 9,7 \times (9,4 + 9,3) - 8,5$	r) $5,9 - 3,4 + 8,2 + 7,4 \times 7,6$
g) $7 \times 13 + 5 - (13 + 2) : 5$	s) $12 : 3 + 9 \times 13 + 3 - 8$
h) $4 + 4 \times 12 + 9 : (10 - 9)$	t) $13 + 12 - 6 : 6 \times (9 + 3)$
i) $12 - 6 : 6 + 6 + 8 \times 12$	u) $4 + 13 : 13 + 3 \times (12 - 7)$
j) $5 \times 12 : 5 + 3 + 9 - 7$	v) $8 + 11 - 8 + 6 : 3 \times 11$
k) $9,4 - 4,6 + 3,7 + 5,1 \times 2$	w) $7,2 + 7,7 \times (4,1 + 6,4) - 4,6$
l) $3,7 \times (7,8 + 3,3) - 5,8 + 1,7$	x) $7,1 \times (7,4 - 3,8) + 5,6 + 2,7$

Exercice 8. Calcule.

- a) $[57 \times (8 - 3)] - [5 \times (4 + 3) - (2 + 7)]$
 b) $\{5,7 + [4,3 + 2 \times (3 + 1)]\} + [2 \times (3 + 7) + 1]$
 c) $\{6,4 + [(5 + 3) \times 4 - 2] + 7\} + 2 \times (4 + 8) - 3 \times 5$

Exercice 9. Calcule les expressions suivantes en détaillant les calculs.

a) $11^2 - (5^2 + 4)$	f) $13 + 3^4 - 2^5 + 4 : 2^2 \times 11$
b) $8^2 \times 7 - 5^3$	g) $4^3 - 6^2 + 4^2 \times 7 : 4 - 5$
c) $12 \times (9 - 7)^4$	h) $4,1 + 9,4 + 2,3 \times (5,7 - 3,3)$
d) $12 : 6 \times 5 + 8^2 + (6 - 5)^5$	i) $2,7 + 1,3 + 1,9 \times (6,9 - 2,1)$
e) $12 : 2^2 \times (10 + 6) + 11 - 2$	

Exercice 10. Calcule les expressions suivantes en détaillant les calculs.

a) $7^2 + (9 - 6)^3$	f) $10^2 - 9 \times 4^2 : (8 + 4) - 4$
b) $7 \times 8 - 6^2$	g) $8^2 - 4^3 + 6 \times 3 : (3 - 2)^4$
c) $8 \times 5 : 2^3$	h) $4,5 \times 2,6 + 2,2 + 2,5 - 4$
d) $6^3 - 5 \times 10 - (12 + 4) : 4^2$	i) $9,1 - 4,9 + 3,8 \times (5,1 + 9,9)$
e) $10 + 7^2 \times 10 : 7 - (7 - 4)^3$	

Exercice 11. Calcule les expressions suivantes en détaillant les calculs.

a) $5 \times (13^2 - 4^3)$	f) $(2 : 2 \times 12)^2 - 11^2 + 13 - 4$
b) $7^2 \times 5 - 2^5$	g) $5 \times 4 - 10^2 : 5^2 + (3^3 + 8^2)$
c) $7 \times 2^4 : (3 - 1)^3$	h) $4,8 + 2,8 + 4,7 \times (8 - 2)^2$
d) $12 + 9 : (11 - 8) \times (3^2 - 7)$	i) $9,7 + 5,9 \times 2,6^2 - (5,7 + 9,6)$
e) $2 \times 13 - 5^2 + 11^2 : 11 - 12$	