Chapitre 1

Outils mathématiques et chiffres significatifs

Cours

1 Des outils pour exprimer les distances

Les sous unités et leur puissance de 10 correspondantes

En chiffre	Puissance de 10	Préfixe	Symbole
1 000 000 000 000	10^{12}	Téra	T
1 000 000 000	10^{9}	Giga	G
1 000 000	10^{6}	Méga	M
1 000	10^{3}	kilo	k
100	10^{2}	hecto	h
10	10^{1}	déca	da
1	10^{0}	unité	unité
0,1	10^{-1}	déci	d
0,01	10^{-2}	centi	c
0,001	10^{-3}	milli	m
0,000 001	10^{-6}	micro	µ
0,000 000 001	10^{-9}	nano	n
0,000 000 000 001	10^{-12}	pico	p

La notation scientifique

La notation scientifique est l'écriture d'un résultat sous la forme $a \times 10^n$ ou n est un entier et a un nombre n'ayant qu'un seul chiffre non nul devant la virgule.

Point méthode

Écrire un résultat en utilisant la notation scientifique :

- Étape 1 : on remplace la sous unité par la puissance de 10 correspondante.
- Étape 2 : on réduit le chiffre à l'unité grâce à une puissance de 10.
- Étape 3 : on calcule la puissance de 10 résultante car on sait que $10^a \times 10^b = 10^{a+b}$.

Exemple

On souhaite écrire 0,48 km en notation scientifique (en mètre) :

$0{,}48 \text{ km} = 0{,}48.10^3 \text{ m} = 4{,}8.10^{-1}.10^3 \text{ m} = 4{,}8.10^2 \text{ m}$

L'ordre de grandeur

L'ordre de grandeur d'une longueur est égal à la puissance de 10 qui s'approche le plus de sa valeur, l'unité étant le mètre.

Point méthode

Déterminer un ordre de grandeur :

- Étape 1 : exprimer la grandeur en notation scientifique a.10^n, tel que $1 \leq a < 10$.
- Étape 2 : arrondir a :
  - Si $a < 5$, on l'arrondit à 1. L'ordre de grandeur est alors 10^n.
  - Si $a \geq 5$, on l'arrondit à 10. L'ordre de grandeur est alors 10^{n+1}.

Exemple

On souhaite déterminer l'ordre de grandeur (en mètre) de la distance d = 0,48 km.

- Il faut d'abord exprimer la longueur à l'aide de la notation scientifique : d = 0,48 km = 4,8.10^2 m.
- Puis on cherche l'ordre de grandeur : ici $a = 4,8 < 5$ donc on l'arrondit à 1 : d = 0,48 km = 4,8.10^2 m ≈ 1.10^2 m = 10^2 m.

2 Les chiffres significatifs

Les mesures en physique ou en chimie sont toujours entachées d'erreurs. On ne peut exprimer des valeurs qu'avec une certaine précision, c'est-à-dire avec un certain nombre de chiffres significatifs (notés parfois c.s.).

Il faut savoir déterminer le nombre de chiffres significatifs d'une valeur

Les chiffres autres que zéro sont toujours significatifs (donc 1, 2, 3… 9). Les zéros ne sont pas significatifs s'ils sont placés avant le nombre (comme dans les nombres à virgule). Les zéros terminaux par contre sont significatifs.

Point méthode

Les zéros à gauche ne comptent pas, les zéros à droite comptent.

Par exemple pour la valeur 0,100 cm le premier zéro n'est pas significatif, alors que les deux derniers le sont. Dans 0,100 cm, il y a trois chiffres significatifs.

Erreur à éviter

N'ont de chiffres significatifs que les valeurs issues d'une mesure, donc ces valeurs sont exprimées avec leur unité.

Il faut savoir trouver le nombre de chiffres significatifs d'un produit ou d'un quotient

Lorsque l'on multiplie deux valeurs de précisions différentes, la précision du résultat obtenu est équivalente à celle de la valeur dont la précision est la plus faible. Autrement dit, le résultat comporte le même nombre de chiffres significatifs que la valeur qui comporte le plus petit nombre de chiffres significatifs.

Exemple 1

$0{,}100 \times 2{,}0 = 0{,}20$ (le résultat final comporte 2 c.s.)

Exemple 2

$\frac{1{,}0}{500} = 0{,}0020$ (le résultat final comporte 2 c.s.)

Il est parfois nécessaire d'exprimer le résultat final à l'aide de la notation scientifique pour ne garder que le nombre de chiffres significatifs nécessaires.

Exemple 3

$\frac{2}{0{,}0875} = 22{,}85714286$ à la calculatrice. Or on ne doit exprimer le résultat qu'avec un seul chiffre significatif. Ainsi $\frac{2}{0{,}0875} = 2.10^1$, on a arrondi la valeur 22,85714286 à 2.10^1.

Les règles sont les mêmes qu'en mathématiques : si le chiffre d'après est compris entre 5 (inclus) et 9, on arrondira au-dessus.

Erreur à éviter

Attention, si lors d'un premier calcul vous avez arrondi le résultat avec le bon nombre de chiffres significatifs, lors d'un deuxième calcul utilisant ce résultat, on conserve le résultat sans arrondi pour faire le calcul, sinon les arrondis s'accumulent et faussent le résultat final.

Exemple :

- Calcul n° 1 : $S = L \times \ell = 0{,}56 \times 0{,}0453 = 0{,}025$ m^2 (à la calculatrice on avait 0,025368).
- Calcul n° 2 : $V = S \times h = 0{,}025 \times 1{,}89 = 0{,}048$ m^3 (à la calculatrice on a tapé $0{,}025368 \times 1{,}89$ et non pas $0{,}025 \times 1{,}89$ qui aurait donné comme résultat $V = 0{,}047$ m^3).

Exercices

Compétences attendues

- Utiliser les opérations sur les puissances de 10. Exprimer les valeurs des grandeurs en écriture scientifique.

Exercice 1.1

Réaliser

1. Convertir, en mètre, les distances suivantes en utilisant les puissances de 10 :
   a. 2,85 km
   b. 61 mm
   c. 890 hm
   d. 39,3 cm
2. Donner, en mètre, la notation scientifique des distances suivantes :
   a. 639×10^{4} m
   b. $52{,}4 \times 10^{-8}$ m
   c. $0{,}042 \times 10^{-9}$ m
   d. $0{,}00776 \times 10^{9}$ m
3. Donner, en mètre, l'ordre de grandeur des distances des deux questions précédentes.

Exercice 1.2

Réaliser

1. En utilisant l'écriture scientifique, exprimer, en mètre, les longueurs suivantes :
   a. diamètre d'un poil humain : 175 µm
   b. taille d'une cellule eucaryote : 90 µm
   c. diamètre d'une molécule d'ADN : 2,2 nm
   d. taille d'un grain de sable : 0,025 mm
   e. rayon de l'atome de carbone : 67 pm
   f. rayon de la Terre : 6 371 km

g. distance Terre-Lune : 384 400 km
h. distance Europe (satellite de Jupiter) – Terre : 628,3 millions de km.

2. Donner l'ordre de grandeur, en mètre, des distances précédentes.

Exercice 1.3

Réaliser

Exprimer, en mètre, l'ordre de grandeur des distances suivantes (justifier) :

1. 1,8 cm
2. 0,37 km
3. 46 mm
4. 25 m
5. 73 km
6. 458 Mm

Compétences attendues

- Comparer qualitativement un résultat à une valeur de référence. Effectuer le quotient de deux grandeurs pour les comparer. Utiliser les opérations sur les puissances de 10.

Exercice 1.4

Réaliser, valider

On souhaite comparer les deux distances suivantes : $d_1 = 150{,}2$ km et $d_2 = 48{,}6.10^4$ km. Comparer ces deux distances en effectuant le quotient de leur ordre de grandeur. Conclure

Exercice 1.5

Réaliser, valider

Pour comparer une valeur obtenue expérimentalement et une valeur théorique, il existe deux méthodes :

- Faire le rapport de la plus grande valeur sur la plus petite. Ce rapport nous indique le nombre de fois que cette valeur est plus grande que l'autre.
- Calculer l'écart relatif avec la valeur théorique :

$$\text{Écart relatif} = \frac{|\text{valeur théorique-valeur expérimentale}|}{\text{valeur théorique}}$$

Généralement, on considère que si l'écart relatif est inférieur à 10 %, alors il y a un bon accord entre la valeur trouvée expérimentalement et la valeur théorique.

Lors d'une manipulation, un technicien mesure une fréquence égale à 445 Hz. La valeur théorique est égale à 440 Hz. Comparer ces deux valeurs en calculant l'écart relatif. Conclure.

Compétences attendues

- Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure.

Exercice 1.6

Réaliser

Donner le nombre de chiffres significatifs des longueurs suivantes :

1. 2,85 km
2. 61 mm
3. 890 hm
4. 39,00 cm
5. 639.10^{4} m
6. $52,4.10^{-8}$ m
7. $0,042.10^{-9}$ m
8. $0,007760.10^{9}$ m

Exercice 1.7

Réaliser

Exprimer le résultat des opérations suivantes avec le bon nombre de chiffres significatifs (les unités indiquées ne sont pas à convertir).

1. $S = L \times \ell$ avec $L = 250$ m et $\ell = 0,69$ m.
2. $n = \dfrac{m}{M}$ avec $m = 5,0.10^{-3}$ g et $M = 180,0$ g.mol^{-1}.
3. $P = m \times g$ avec $m = 65$ kg et $g = 9,81$ N.kg^{-1}.
4. $T = \dfrac{1}{f}$ avec $f = 400$ Hz.

Exercice 1.8

Réaliser

Exprimer le résultat du premier, puis deuxième calcul avec le bon nombre de chiffres significatifs (les unités indiquées ne sont pas à convertir).

1. Calcul n° 1 : déterminer la valeur de la quantité de matière n (en mol) :

   $n = \frac{m}{M}$ avec $m = 0{,}012$ g et $M = 46{,}0$ g.mol^{-1}

   Calcul n° 2 : déterminer la valeur de la concentration C (en mol.L^{-1}) :

   $C = \frac{n}{V_{solution}}$ avec $V_{solution} = 250{,}0.10^{-3}$ L

2. Calcul n° 1 : déterminer la valeur de la surface S (en m^2) :

   $S = \pi \times R^2$ avec $R = 5{,}8.10^{-2}$ m

   Calcul n° 2 : déterminer la valeur du volume V (en m^3) :

   $V = S \times h$ avec $h = 0{,}07$ m