

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>9</b>
1.1	Introduction . . . . .	9
1.2	Notion de système . . . . .	10
1.2.1	Système linéaire, invariant dans le temps et causal . . .	10
1.2.2	Système en boucle ouverte . . . . .	11
1.2.3	Système en boucle fermée . . . . .	11
1.3	Les signaux élémentaires . . . . .	13
1.3.1	Impulsion de Dirac . . . . .	14
1.3.2	Echelon unité ou signal de Heaviside . . . . .	15
1.3.3	Echelon unité retardé . . . . .	15
1.3.4	Signal rampe de pente A . . . . .	16
1.3.5	Signal sinusoidal . . . . .	16
1.3.6	Signal causal $f(t)$ . . . . .	17
1.3.7	Signal causal retardé de $\tau$ . . . . .	17
1.4	Transformée de Laplace en bref et fonction de transfert . . . .	19
1.4.1	Propriétés de la transformée de Laplace . . . . .	20
1.4.2	Exemples . . . . .	23
1.4.3	Théorèmes de la valeur finale et de la valeur initiale . .	27
1.4.4	Produit de convolution . . . . .	27
1.4.5	Détermination pratique de la transformée de Laplace inverse . . . . .	28
1.4.6	Résolution d'une équation différentielle à coefficients constants . . . . .	29
1.4.7	Notion de fonction de transfert . . . . .	30
1.5	Modélisation . . . . .	33
1.5.1	Système électrique . . . . .	33
1.5.2	Système mécanique . . . . .	34
1.5.3	Système hydraulique . . . . .	35
1.5.4	Système électromécanique . . . . .	37
1.6	Opérations sur les schémas-blocs . . . . .	38

1.6.1	Systèmes en série (ou en cascade) . . . . .	38
1.6.2	Systèmes en parallèle . . . . .	39
1.6.3	Quelques schémas de systèmes en boucle fermée . . . . .	39
1.6.3.1	Système en boucle fermée . . . . .	39
1.6.3.2	Système en boucle fermée : déplacement d'un lien en aval . . . . .	40
1.6.3.3	Système en boucle fermée : déplacement d'un lien en amont . . . . .	40
1.6.3.4	Exemple de simplification d'un schéma-bloc . . . . .	41
1.7	Fonctions de transfert propres et lemme du bien posé . . . . .	43
1.8	Exercices . . . . .	46
1.9	Références bibliographiques . . . . .	71
<b>2</b>	<b>Systèmes du premier ordre</b>	<b>73</b>
2.1	Généralités . . . . .	73
2.2	Réponses temporelles . . . . .	75
2.2.1	Réponse impulsionnelle . . . . .	75
2.2.2	Réponse à un échelon . . . . .	77
2.2.3	Réponse à une rampe . . . . .	83
2.3	Etude fréquentielle des systèmes du premier ordre . . . . .	85
2.3.1	Réponse à une sinusoïde . . . . .	85
2.3.2	Diagrammes de Bode . . . . .	88
2.3.3	Diagramme de Black . . . . .	95
2.3.4	Diagramme de Nyquist . . . . .	99
2.4	Exercices . . . . .	103
<b>3</b>	<b>Systèmes du deuxième ordre</b>	<b>121</b>
3.1	Généralités . . . . .	121
3.2	Etude des pôles d'un système du deuxième ordre . . . . .	123
3.2.1	Cas où $\zeta > 1$ . . . . .	123
3.2.2	Cas où $\zeta = 1$ . . . . .	124
3.2.3	Cas où $\zeta < 1$ . . . . .	124
3.2.4	Position des pôles dans le plan complexe . . . . .	124
3.3	Réponses temporelles . . . . .	125
3.3.1	Réponse impulsionnelle . . . . .	126
3.3.1.1	Cas où $\zeta > 1$ : système hyperamorti . . . . .	126
3.3.1.2	Cas où $\zeta = 1$ : système critique . . . . .	127
3.3.1.3	Cas où $\zeta < 1$ : système pseudo-périodique . . . . .	127
3.3.2	Réponse à un échelon . . . . .	128
3.3.2.1	Cas où $\zeta > 1$ : système hyperamorti . . . . .	129
3.3.2.2	Cas où $\zeta = 1$ : système critique . . . . .	130

3.3.2.3	Cas où $\zeta < 1$ : système pseudo-périodique . . .	131
3.3.2.4	Temps de réponse . . . . .	134
3.3.3	Réponse à une rampe . . . . .	135
3.4	Systèmes du deuxième ordre généralisés . . . . .	137
3.4.1	Réponse impulsionnelle . . . . .	139
3.4.2	Notion de modes dominants . . . . .	141
3.5	Etude fréquentielle du deuxième ordre . . . . .	143
3.5.1	Etude aux limites . . . . .	144
3.5.2	Phénomène de résonance . . . . .	145
3.5.3	Diagrammes de Bode . . . . .	145
3.5.4	Diagramme de Black . . . . .	148
3.5.5	Diagramme de Nyquist . . . . .	148
3.6	Deuxième ordre généralisé : étude fréquentielle . . . . .	149
3.7	Règles générales de construction du diagramme asymptotique .	155
3.8	Exercices . . . . .	160
<b>4</b>	<b>Stabilité des systèmes et lieu des racines</b>	<b>179</b>
4.1	Stabilité : le concept . . . . .	179
4.2	Critère de Routh-Hurwitz . . . . .	182
4.3	Stabilité relative . . . . .	185
4.4	Stabilité interne . . . . .	186
4.5	Critère de Nyquist . . . . .	187
4.6	Abaques de Hall et de Nichols . . . . .	199
4.6.1	Abaque de Hall . . . . .	200
4.6.2	Abaque de Nichols . . . . .	204
4.7	Méthode du lieu des racines . . . . .	205
4.7.1	Généralités . . . . .	205
4.7.2	Méthode de tracé . . . . .	208
4.8	Exercices . . . . .	216
<b>5</b>	<b>Erreur, précision et sensibilité</b>	<b>243</b>
5.1	Introduction . . . . .	243
5.2	Classe d'un système asservi . . . . .	247
5.2.1	Expression générale de l'erreur permanente . . . . .	247
5.2.2	Erreur statique . . . . .	247
5.2.3	Erreur de traînage . . . . .	247
5.2.4	Erreur en régime d'accélération . . . . .	248
5.2.5	Choix du type de correcteur . . . . .	248
5.3	Effets d'une perturbation sur l'erreur permanente . . . . .	249
5.4	Etude de la sensibilité aux variations des paramètres . . . . .	251
5.5	Exercices . . . . .	252

<b>6</b>	<b>Identification des systèmes</b>	<b>259</b>
6.1	Introduction . . . . .	259
6.2	Présentation du problème . . . . .	260
6.2.1	Procédure générale d'identification . . . . .	260
6.2.2	Quelques exemples . . . . .	261
6.2.2.1	Circuit R-C . . . . .	261
6.2.2.2	Moteur à courant continu . . . . .	261
6.2.3	Différents types de représentation . . . . .	262
6.3	Méthodes temporelles . . . . .	263
6.3.1	Systèmes du premier ordre . . . . .	263
6.3.1.1	Systèmes de fonction de transfert $G(s) = \frac{K}{1+\tau s}$ . . . . .	263
6.3.1.2	Systèmes de fonction de transfert $G(s) = \frac{K\tau s}{1+\tau s}$ . . . . .	264
6.3.1.3	Systèmes à avance de phase . . . . .	264
6.3.1.4	Systèmes à retard de phase . . . . .	265
6.3.1.5	Systèmes du premier ordre retardés . . . . .	266
6.3.2	Systèmes du deuxième ordre . . . . .	267
6.3.2.1	Systèmes pseudo-périodiques . . . . .	267
6.3.2.2	Systèmes apériodiques . . . . .	268
6.3.3	Systèmes d'ordre supérieur à deux . . . . .	274
6.3.3.1	Méthode de Strejc . . . . .	274
6.3.3.2	Méthode de Strejc-Naslin . . . . .	277
6.3.3.3	Méthode de Broïda . . . . .	282
6.3.3.4	Méthode de De La Fuente . . . . .	284
6.3.4	Identification en boucle fermée . . . . .	288
6.4	Méthode fréquentielle . . . . .	294
6.4.1	Rappel . . . . .	294
6.4.2	Identification de la réponse fréquentielle . . . . .	295
6.4.2.1	Exploitation des résultats . . . . .	295
6.4.3	Exemples d'identification par la méthode fréquentielle . . . . .	296
6.5	Exercices . . . . .	301
<b>7</b>	<b>Synthèse des correcteurs</b>	<b>311</b>
7.1	Introduction . . . . .	311
7.2	Etude des effets des correcteurs classiques . . . . .	311
7.2.1	Correcteurs à action proportionnelle . . . . .	311
7.2.1.1	Correcteur $P$ et système de classe zéro . . . . .	311
7.2.1.2	Correcteur $P$ et système de classe un . . . . .	313
7.2.2	Correcteurs à actions proportionnelle et intégrale . . . . .	315
7.2.2.1	Correcteur $PI$ et système de classe zéro . . . . .	316
7.2.2.2	Correcteur $PI$ et système de classe un . . . . .	319
7.2.3	Correcteurs à actions proportionnelle et dérivée . . . . .	321

7.2.4	Correcteurs à actions proportionnelle, intégrale et dérivée (PID) . . . . .	326
7.3	Méthodes temporelles de synthèse des correcteurs . . . . .	328
7.3.1	Performances dans le domaine temporel . . . . .	328
7.3.2	Méthode directe . . . . .	330
7.3.2.1	Cas d'une commande parfaite . . . . .	331
7.3.2.2	Cas d'un modèle du premier ordre . . . . .	332
7.3.2.3	Cas d'un modèle du premier ordre retardé . . . . .	333
7.3.3	Méthode de Ziegler et Nichols . . . . .	333
7.3.3.1	Ziegler et Nichols en boucle ouverte . . . . .	333
7.3.3.2	Ziegler et Nichols en boucle fermée . . . . .	335
7.3.3.3	Interprétation fréquentielle . . . . .	336
7.3.4	Méthode de Chien, Hornes et Reswick . . . . .	339
7.3.5	Méthode de Broïda en boucle ouverte pour la marge de gain . . . . .	339
7.3.6	Méthode de Naslin . . . . .	340
7.3.6.1	Cas des systèmes à numérateur différent d'une constante . . . . .	342
7.3.6.2	Méthode de Naslin appliquée au $PI$ et $PID$ . . . . .	344
7.3.7	Méthode du lieu des racines . . . . .	348
7.4	Méthodes fréquentielles de synthèse des correcteurs . . . . .	354
7.4.1	Performances dans le domaine fréquentiel . . . . .	354
7.4.2	Action proportionnelle . . . . .	354
7.4.3	Correcteur $PI$ et correcteur à retard de phase . . . . .	361
7.4.4	Correcteur $PD$ et correcteur à avance de phase . . . . .	366
7.5	Correction des systèmes à retard . . . . .	368
7.5.1	Système du premier ordre avec retard pur . . . . .	369
7.5.1.1	Correcteur à action $PI$ . . . . .	369
7.5.1.2	Correcteur à action $PID$ . . . . .	371
7.5.2	Cas général : le prédicteur de Smith . . . . .	374
7.6	Exercices . . . . .	376
<b>A</b>	<b>Nombres complexes</b> . . . . .	<b>397</b>
A.1	Nombres complexes . . . . .	397
A.1.1	Cercle trigonométrique et exponentielle complexe . . . . .	397
A.1.2	Formes algébrique, exponentielle et polaire d'un nombre complexe . . . . .	398
A.1.3	Multiplication et division en forme polaire . . . . .	399
A.1.4	La fonction exponentielle complexe . . . . .	400
A.1.5	Quelques relations trigonométriques . . . . .	400