

# Table des matières

<b>Développements</b>	<b>13</b>
1 Décomposition des groupes abéliens finis . . . . .	14
2 Algorithme de Berlekamp . . . . .	19
3 Polynômes et fractions rationnelles alternés . . . . .	26
4 Automorphismes de $\mathfrak{S}_n$ . . . . .	32
5 Série de Fourier divergente . . . . .	40
6 Théorème de Bézout faible . . . . .	46
7 Billard convexe . . . . .	51
8 Règles de Bioche . . . . .	58
9 Théorème de Burnside . . . . .	62
10 Tables des caractères et sous-groupes distingués . . . . .	66
11 Table des caractères de $\mathfrak{S}_4$ . . . . .	71
12 Fonctions caractéristiques et moments . . . . .	80
13 Fonctions caractéristiques de la loi normale et de Cauchy . . . . .	85
14 Par cinq points passe une conique . . . . .	93
15 Groupe circulaire . . . . .	97
16 Classification des groupes d'ordre $p^2$ . . . . .	106
17 Compter jusqu'à $n$ . . . . .	110
18 Connexité des valeurs d'adhérence d'une suite . . . . .	116
19 Dénombrement des colorations du cube . . . . .	121
20 Décomposition polaire . . . . .	128
21 Décomposition de Bruhat . . . . .	132
22 Théorème des deux carrés de Fermat . . . . .	137
23 Solutions tempérées de $y'' - y = H$ . . . . .	142
24 Dobble et géométrie projective . . . . .	149
25 Décomposition de Dunford effective . . . . .	155
26 Enveloppe convexe de $O_n(\mathbb{R})$ . . . . .	166
27 Résolution de l'équation de la chaleur par les séries de Fourier . . . . .	170
28 Équation de Sylvester . . . . .	177

29	L'exponentielle est un homéomorphisme . . . . .	182
30	Transformée de Fourier rapide . . . . .	187
31	Théorème de Plancherel . . . . .	192
32	Calcul de l'intégrale de Fresnel . . . . .	197
33	Théorème de Frobenius-Zolotarev . . . . .	203
34	Critère de Gale . . . . .	208
35	Polygones réguliers constructibles . . . . .	217
36	Générateurs des isométries vectorielles et affines . . . . .	223
37	Suites récurrentes linéaires : théorie et pratique . . . . .	228
38	Approximation et matrice de Hilbert . . . . .	238
39	Inversion de Fourier des fonctions tempérées . . . . .	252
40	Dénombrement du nombre d'involutions . . . . .	258
41	Ellipsoïde de John-Löwner . . . . .	263
42	Un théorème de point fixe de Kakutani . . . . .	271
43	Théorème de Kronecker . . . . .	277
44	Théorème des lacunes d'Hadamard . . . . .	284
45	Théorème de Lax-Milgram . . . . .	290
46	Inégalité de Le Cam . . . . .	297
47	Liapounov . . . . .	302
48	Solution périodique d'une équation différentielle pseudo périodique . . . . .	308
49	Méthode itérative pour les systèmes linéaires . . . . .	311
50	Méthode de Monte-Carlo . . . . .	317
51	Lemme de Morse . . . . .	322
52	Méthode de Newton . . . . .	328
53	Optimisation dans un Hilbert . . . . .	334
54	Nombre de partitions à parts fixées . . . . .	339
55	Équation de Pell-Fermat . . . . .	345
56	$SO_3(\mathbb{R})$ et les quaternions . . . . .	353
57	Loi de réciprocité quadratique . . . . .	359
58	Théorème de Riesz-Fisher : $L^p$ est complet . . . . .	367
59	Endomorphismes semi-simples . . . . .	372
60	Développement asymptotique de la série harmonique . . . . .	378
61	Structure de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ . . . . .	382
62	Suite de polygones . . . . .	387
63	Surjectivité de l'exponentielle matricielle . . . . .	394
64	Déterminant de Vandermonde . . . . .	398
65	Théorème de Weierstrass (par la convolution) . . . . .	405
	<b>Plans</b> . . . . .	<b>411</b>
101	Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications. . . . .	412

102	Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications. . . . .	412
103	Exemples de sous-groupes distingués et de groupes quotients. Applications. . . . .	413
104	Groupes finis. Exemples et applications. . . . .	414
105	Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications. . . . .	415
106	Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie $E$ , sous-groupes de $GL(E)$ . Applications. . . . .	416
107	Représentations et caractères d'un groupe fini sur un $\mathbb{C}$ -espace vectoriel. Exemples. . . . .	417
108	Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications. . . . .	417
110	Structure et dualité des groupes abéliens finis. Applications. . . . .	418
120	Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ . Applications. . . . .	418
121	Nombres premiers. Applications. . . . .	419
122	Anneaux principaux. Applications. . . . .	420
123	Corps finis. Applications. . . . .	420
124	Anneau des séries formelles. Applications. (2015) . . . . .	421
125	Extensions de corps. Exemples et applications. . . . .	422
126	Exemples d'équations en arithmétique. . . . .	422
127	Droite projective et birapport. (2015) . . . . .	423
140	Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications. (2015) . . . . .	423
141	Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications. . . . .	424
142	PGCD et PPCM, algorithmes de calcul. Applications. . . . .	424
142	Algèbre des polynômes à plusieurs indéterminées. Applications. (2015) . . . . .	425
143	Résultant. Applications. (2015) . . . . .	425
144	Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Exemples et applications. . . . .	426
150	Exemples d'actions de groupes sur les espaces de matrices. . . . .	426
151	Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications. . . . .	427
152	Déterminant. Exemples et applications. . . . .	427
153	Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications. . . . .	428
154	Sous-espaces stables par un endomorphisme ou une famille d'endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications. . . . .	429
155	Endomorphismes diagonalisables en dimension finie. . . . .	430

156	Exponentielle de matrices. Applications. . . . .	430
157	Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents. . . . .	431
158	Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes. . . . .	432
159	Formes linéaires et dualité en dimension finie. Exemples et applications. . . . .	432
160	Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie). . . . .	433
161	Distances et isométries d'un espace affine euclidien. . . . .	433
162	Systèmes d'équations linéaires; opérations élémentaires, aspects algorithmiques et conséquences théoriques. . . . .	434
170	Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimen- sion finie. Orthogonalité, isotropie. Applications. . . . .	434
171	Formes quadratiques réelles. Coniques. Exemples et applications. . . . .	435
181	Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications. . . . .	436
182	Applications des nombres complexes à la géométrie. . . . .	436
183	Utilisation des groupes en géométrie. . . . .	437
190	Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement. . . . .	437
201	Espaces de fonctions. Exemples et applications. . . . .	438
202	Exemples de parties denses et applications. . . . .	438
203	Utilisation de la notion de compacité. . . . .	439
204	Connexité. Exemples et applications. . . . .	439
205	Espaces complets. Exemples et applications. . . . .	440
206	Théorèmes de point fixe. Exemples et applications. (2015) . . . . .	441
207	Prolongement de fonctions. Exemples et applications. . . . .	441
208	Espaces vectoriels normés, applications linéaires conti- nues. Exemples. . . . .	441
209	Approximation d'une fonction par des polynômes et des polynômes trigonométriques. Exemples et applications. . . . .	442
213	Espaces de Hilbert. Bases hilbertiennes. Exemples et applications. . . . .	442
214	Théorème d'inversion locale(th. de)s fonctions implicites. Exemples et applications en analyse et en géométrie. . . . .	443
215	Applications différentiables définies sur un ouvert de $R^n$ . Exemples et applications. . . . .	443
217	Sous-variétés de $R^n$ . Exemples. (2015) . . . . .	444
218	Applications des formules de Taylor. (2015) . . . . .	444
219	Extremums : existence, caractérisation, recherche. Ex- emples et applications. . . . .	445
220	Équations différentielles $X' = f(t, X)$ . Exemples d'études des solutions en dimension 1 et 2. . . . .	445

221	Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications. . . . .	446
222	Exemples d'équations aux dérivées partielles linéaires. . . . .	446
223	Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications. . . . .	447
224	Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions. . . . .	448
226	Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ . Exemples. Applications à la résolution approchée d'équations. . . . .	448
228	Continuité et dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et applications. . . . .	449
229	Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.	449
230	Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples. . . . .	450
232	Méthodes d'approximation des solutions d'une équation $F(X) = 0$ . Exemples. (2015) . . . . .	450
233	Analyse numérique matricielle : résolution approchée de systèmes linéaires, recherche de vecteurs propres, exemples. . . . .	451
234	Fonctions et espaces de fonctions Lebesgue-intégrables. . . . .	451
235	Problèmes d'interversion de limites et d'intégrales. . . . .	452
236	Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables. . . . .	452
239	Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications. . . . .	453
241	Suites et séries de fonctions. Exemples et contre-exemples. . . . .	454
243	Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications. . . . .	454
244	Fonctions développables en série entière, fonctions analytiques. Exemples. (2015) . . . . .	455
245	Fonctions holomorphes sur un ouvert de $\mathbb{C}$ . Exemples et applications.	455
246	Séries de Fourier. Exemples et applications. . . . .	456
250	Transformation de Fourier. Applications. . . . .	456
253	Utilisation de la notion de convexité en analyse. . . . .	456
254	Espaces de Schwartz $S(\mathbb{R}^d)$ et distributions tempérées. Dérivation et transformation de Fourier dans $S(\mathbb{R}^d)$ et $S'(\mathbb{R}^d)$ . (2015) . . . . .	457
260	Espérance, variance et moments de variables aléatoires. . . . .	457
261	Loi d'une variable aléatoire : caractérisation, exemples, applications.	458

262	Convergences d'une suite de variables aléatoires. Théorèmes limites. Exemples et applications. . . . .	458
264	Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications. . . . .	458
265	Exemples d'études et d'applications de fonctions usuelles et spéciales. . . . .	459
	<b>Bibliographie</b>	<b>461</b>
	<b>Index</b>	<b>467</b>