**Chapitre 5**

# Mécanique

## 1. Représentations graphiques d'un système

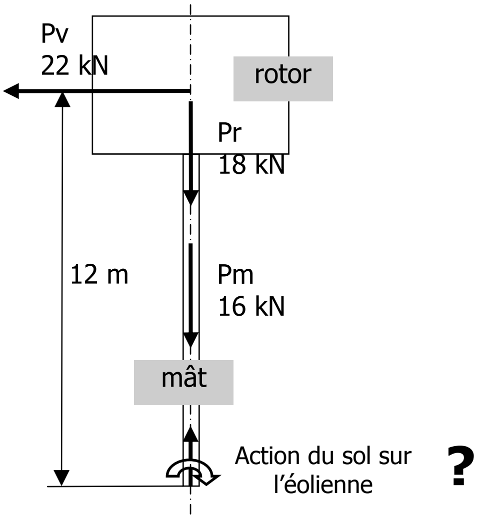
### 1.1. Croquis

Un croquis est souvent utile au début d'un projet pour expliciter le calcul d'actions mécaniques, pour déterminer des volumes enveloppes.
Les axes principaux sont représentés pour permettre un positionnement dans l'espace.
Les pièces ou composants du système sont représentés par des formes simples (non normalisées). Des cotes fixent les dimensions de ces formes et positionnent les actions mécaniques.

***Exemple*** *: pour dimensionner la platine au pied d'une éolienne à axe vertical, il faut déterminer l'action (force ↑ et moment ) du sol sur l'éolienne.*

*Pour faire les calculs, il faut positionner sur un croquis très simple :*

- *le poids du rotor Pr ;*
- *le poids du mât Pm ;*
- *la poussée du vent Pv ;*
- *et l'action du sol sur l'éolienne (à calculer).*

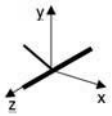
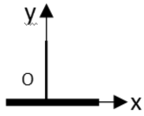
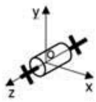
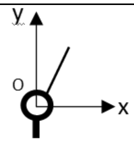
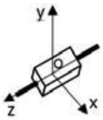
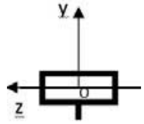
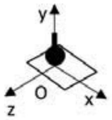
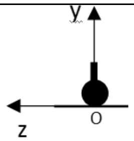



### 1.2. Schéma cinématique, graphe de liaisons

Le schéma cinématique d'un mécanisme (représenté dans le plan ou dans l'espace) permet de « visualiser » les mouvements relatifs (ou degrés de liberté)

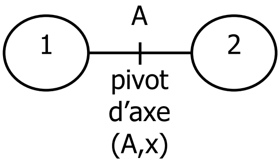
entre les sous-ensembles qui constituent ce mécanisme. Il permet, avant de définir les détails de chaque pièce, d'appréhender le mécanisme dans son ensemble pour déterminer les caractéristiques cinématiques, calculer les actions mécaniques et dimensionner les liaisons.
Le tracé est simple, constitué de symboles normalisés reliés par des traits. Il est plus facile à décoder s'il respecte sommairement la géométrie de l'ensemble.

**Symboles normalisés des liaisons**

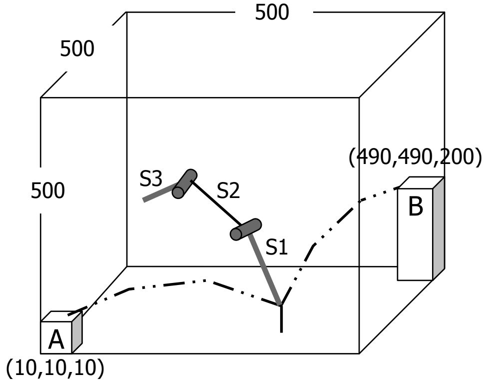
| Nom et caractéristiques de la liaison (centre et axe) | Représentation dans l'espace | Représentation dans le plan |
|---|---|---|
| complète<br>de centre O |  | <br>dans le plan $(O,\vec{x},\vec{y})$ |
| pivot<br>de centre O,<br>d'axe Z |  | <br>dans le plan $(O,\vec{x},\vec{y})$ |
| glissière<br>de centre O,<br>d'axe Z |  | <br>dans le plan $(O,\vec{y},\vec{z})$ |
| ponctuelle<br>de centre O,<br>de normale Y |  | <br>dans le plan $(O,\vec{y},\vec{z})$ |

Le graphe des liaisons ne représente pas la géométrie du mécanisme. Chaque pièce est représentée par une bulle (nom ou numéro de la pièce). Un trait relie les pièces qui sont liées. Sur ce trait on indique le nom de la liaison, son centre et ses axes (voir tableau précédent).
Ce graphe est un outil très utile pour faire l'inventaire des actions mécaniques transmissibles par les liaisons (voir paragraphe 3.4).

***Exemple 1***
*Soit une liaison pivot, de centre A, et d'axe x, entre les pièces (1) et (2) :*

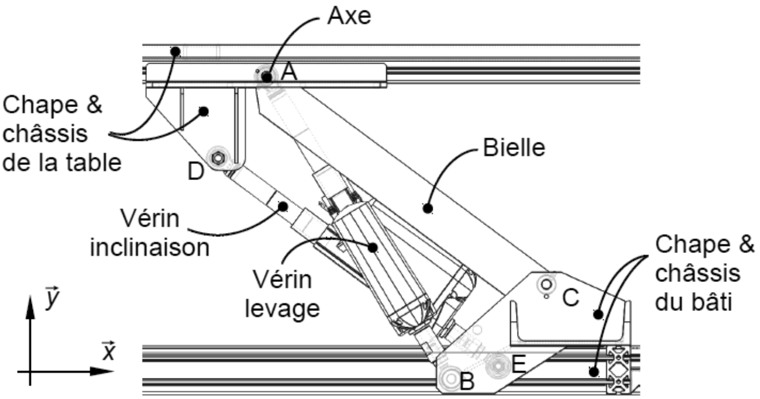


***Exemple 2 :*** *Projet de bras articulé*

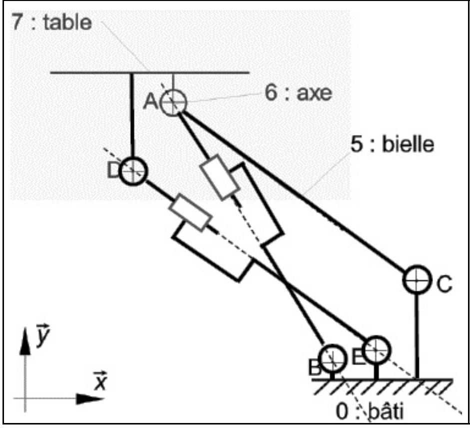
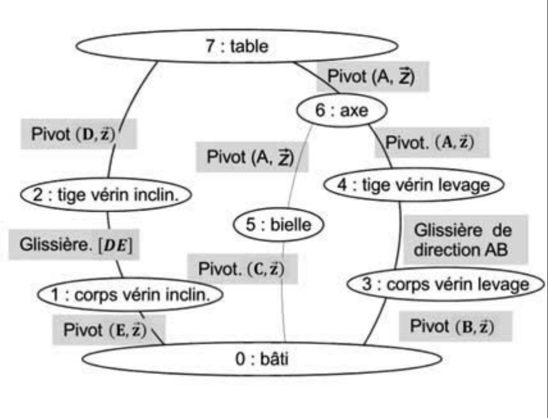



*Un projet consiste à concevoir un bras articulé (3 segments S1, S2, S3) pour déplacer un objet de 1 kg, d'un point A à un point B (coordonnées connues), en respectant un volume enveloppe (cube 500x500x500).*
*Au début de l'étude, on se limitera à ce schéma cinématique qui récapitule les contraintes du cahier des charges. Il servira de base pour construire, avec un logiciel de simulation, un modèle à l'échelle.*

***Exemple 3*** *: Système tangible – Airbus-IRT-CNRS (extrait Bac SI 2017)*



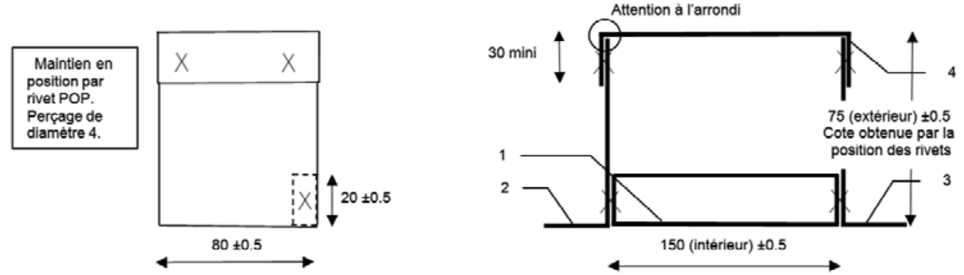

*Le vérin articulé en A et en B permet de régler la table 7 en hauteur suivant y.*
*Le vérin articulé en D et en E permet d'incliner la table 7 autour de l'axe z.*

| *Schéma cinématique* | *Graphe des liaisons* |
|---|---|
|  |  |

## 1.3. Schéma technologique

Le schéma technologique est utile pour concevoir un assemblage. Il commence à faire apparaître certains choix technologiques.

***Exemple :*** *ce schéma fixe le cahier des charges d'un ensemble en tôle pliée et rivetée. À partir de là, différents concepteurs peuvent proposer les dessins de définition des pièces qui constitueront cet ensemble :*




Vue de droite

Vue de face

Nomenclature de l'ensemble « abri » :

| | pièce | matière |
|---|---|---|
| 1 | entretoise | tôle alu 2017A épaisseur 2 |
| 2 | mur gauche | tôle alu 2017A épaisseur 2 |
| 3 | mur droit | tôle alu 2017A épaisseur 2 |
| 4 | toit | tôle alu 2017A épaisseur 2 |

## 1.4. Représentation volumique (3D), mise en plan (2D)

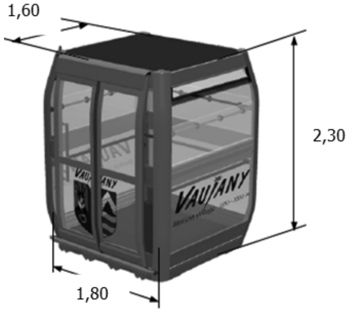
Les maquettes volumiques (perspectives) et mises en plan (plusieurs vues en projection) sont utilisées pour définir les formes et les dimensions des pièces réelles. Des cotes figurent sur ces dessins.

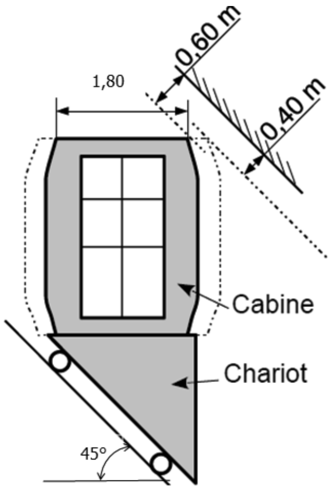
Elles permettent par exemple de :
- calculer des volumes, des masses ;
- positionner les actions mécaniques ;
- faire des calculs de résistance des matériaux.

***N.B. :*** *dans beaucoup d'exercices les valeurs numériques ne sont pas données explicitement dans l'énoncé. Il faut aller les chercher sur un dessin ou un schéma.*

***Exemple :*** *Ascenseurs de Vaujauny (extrait Bac SI 2017)*
*On tolère que la cabine de l'ascenseur passe à 0,40 m du plafond (au lieu de 0,60 m). Vérifier que la longueur L (1,80 m) peut être allongée de 28 cm de chaque côté (pointillés sur le dessin).*

*Calculer alors la nouvelle surface au sol de la cabine.*




*De chaque côté, on peut ajouter la longueur :*

$$Ls = \frac{0,6 - 0,4}{\sin(45)} = 0,2 \cdot \sqrt{2} = 0,283\ \text{m}$$

*D'où la nouvelle longueur de la cabine :*

$$Ln = Ln + 2 \cdot Ls = 1,80 + 2 \times 0,283 = 2,37\ \text{m}$$

*Nouvelle surface au sol :* $Sn = 2,37 \times 1,60 = 3,78\ \text{m}^2$

# 2. Transmission d'un mouvement de rotation

## 2.1. Définitions

Dans une chaîne d'énergie, la puissance mécanique est fréquemment transmise sous la forme d'un mouvement de rotation.

Un composant de transmission de mouvement de rotation peut se modéliser de la façon suivante :


À l'entrée et à la sortie du système de transmission, le mouvement est caractérisé :

- par la vitesse angulaire ω en $rad \cdot s^{-1}$ ;
- ou par la fréquence de rotation N en $tr \cdot min^{-1}$.

***N.B.** : on rappelle la relation entre les 2 grandeurs :* $\omega = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot N}{60}$

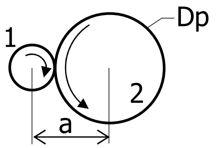
Quelle que soit la technologie utilisée pour transmettre le mouvement de rotation, le rapport de transmission s'écrit :

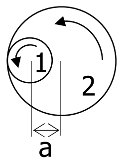
$$r = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{N_s}{N_e}$$

## 2.2. Calcul du rapport de transmission en fonction de la technologie

Le rapport de transmission ne dépend que des diamètres des éléments de transmission.

### 2.2.1. Engrenages

<table>
<tr><th>Extérieurs</th><th>Intérieurs</th></tr>
<tr><td>

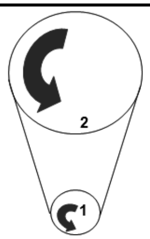
$\dfrac{\omega_2}{\omega_1} = -1 \cdot \left(\dfrac{Z_1}{Z_2}\right) = -1 \cdot \left(\dfrac{Dp_1}{Dp_2}\right)$</td><td>

$\dfrac{\omega_2}{\omega_1} = \dfrac{Z_1}{Z_2} = \dfrac{Dp_1}{Dp_2}$</td></tr>
</table>

Diamètre primitif : $Dp = m \cdot Z$ avec : m : module
Z : nombre de dents de l'engrenage

Dans le cas d'engrenages extérieurs, l'entraxe est égal à : $a = \dfrac{Dp_1 + Dp_2}{2}$

### 2.2.2. Poulies-courroie et pignons-chaîne




$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$$

$Z_1$ et $Z_2$ : nombre de dents dans le cas de poulies crantées et d'une transmission pignons-chaîne.

## 2.3. Transmission à plusieurs étages

Si le système de transmission est composé de n étages en série, de rapports respectifs $r_1$, $r_2$,…, $r_i$,…, $r_n$ le rapport global $r_g$ est égal au <u>produit</u> de tous les rapports intermédiaires :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\omega_e$ ou $N_e$ | Etage 1<br>Rapport $r_1$ | Etage 2<br>Rapport $r_2$ | Etage i<br>Rapport $r_i$ | Etage n<br>Rapport $r_n$ | $\omega_s$ ou $N_s$ |

$$r_g = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{N_s}{N_e} = r_1 \times r_2 \times \ldots \times r_i \times \ldots \times r_n$$

***N.B. :*** *dans le cas d'une transmission par roues dentées (où Z est le nombre de dents des roues menantes ou menées), la formule s'écrit :*

$$r_g = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{N_s}{N_e} = \frac{\text{produit des } Z_{\text{roues menantes}}}{\text{produit des } Z_{\text{roues menées}}}$$

## 2.4. Rendement d'une transmission

Dans le calcul d'un rapport de vitesses r, il ne faut pas faire intervenir le rendement η. Le rendement affecte la puissance transmise ($C \cdot \omega$), mais n'affecte pas le rapport de transmission.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $C_e \cdot \omega_e$ | Etage 1<br>$\eta_1$<br>Rapport $r_1$ | Etage 2<br>$\eta_2$<br>Rapport $r_2$ | Etage i<br>$\eta_i$<br>Rapport $r_i$ | Etage n<br>$\eta_n$<br>Rapport $r_n$ | $C_s \cdot \omega_s$ |

Par contre, le rendement est pris en compte dans le calcul des couples à transmettre. Le rendement global de la transmission est :

$$\eta_g = \eta_1 \times \eta_2 \times \ldots \times \eta_i \times \ldots \times \eta_n = \frac{C_s \cdot \omega_s}{C_e \cdot \omega_e} = \frac{C_s}{C_e} \cdot \frac{\omega_s}{\omega_e} \text{ or } r_g = \frac{\omega_s}{\omega_e}$$

$$\text{Soit : } \eta_g = \frac{C_s}{C_e} \cdot r_g \text{ et } C_s = C_e \times \frac{\eta_g}{r_g}$$

# 3. Actions mécaniques

## 3.1. Torseur (force-moment)

En mécanique du solide, les degrés de libertés (mouvements possibles) d'un système sont de deux types :

- translations ;
- rotations.

La notion de force ne suffit pas pour expliquer ces mouvements. Il faut utiliser la notion de moment d'une force (paragraphe 2.1.2 du chapitre 3) pour expliquer les rotations.

L'action mécanique « englobe » force et moment.

L'action mécanique d'un système 1 sur un système 2 sera modélisée, au point A, par deux vecteurs :

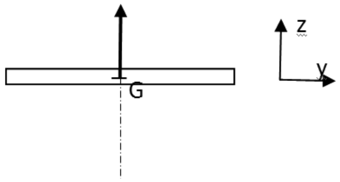
- un vecteur force résultante $\overrightarrow{A(1 \rightarrow 2)}$, représenté graphiquement $\longrightarrow$ ;
- un vecteur moment résultant $\overrightarrow{M_A(1 \rightarrow 2)}$, représenté graphiquement $\Longrightarrow$.

L'ensemble de ces deux vecteurs est appelé « torseur » au point A qui s'écrit dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ :

$$\{T(1 \rightarrow 2)\} = {}_A\begin{Bmatrix} \overrightarrow{A(1 \rightarrow 2)} \\ \overrightarrow{M_A(1 \rightarrow 2)} \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} X_A & L_A \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{Bmatrix}$$

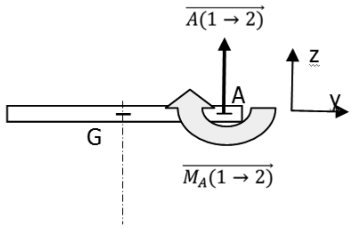
***Exemple :*** *vous tenez dans votre main (1) une barre métallique (2) dont le poids est P (en daN).*

- *<u>Situation 1</u> : votre main (1) est située en G, point milieu de la barre (2). Vous exercez une force vers le haut. L'action, en G, de votre main (1) sur la barre (2) s'écrit :*




$$\{T(1 \rightarrow 2)\} = {}_G\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_G & 0 \end{Bmatrix}$$

- *<u>Situation 2</u> : votre main (1) est située en A, à une extrémité de la barre (2). La sensation n'est pas la même. Vous exercez une force vers le haut mais, en plus, vous devez empêcher (2) de « basculer » (soit une rotation par rapport à l'axe (A,x)). Pour cela vous devez exercer un moment, d'axe x, pour empêcher (2) de tourner autour de cet axe. L'action, en A, de votre main (1) sur la barre (2) s'écrit :*




$$\{T(1 \rightarrow 2)\} = {}_A\begin{Bmatrix} 0 & L_A \\ 0 & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}$$