

Intérêts simples

- I. Taux nominal, taux proportionnel
- II. Les intérêts simples
- III. Usages bancaires

- Définitions

Le taux d'intérêt nominal : est le taux annoncé pour calculer la rémunération d'un prêt à un emprunteur. Par convention, un taux nominal est défini pour une durée annuelle.

Le taux d'intérêt proportionnel : est un taux période calculé de façon proportionnelle au taux nominal annuel selon la durée de l'opération envisagée.

Les intérêts simples : sont calculés par l'application du taux d'intérêt de référence, multiplié par la durée totale de l'opération exprimée en périodes de référence.

I. Taux nominal, taux proportionnel

A. Intérêts et taux d'intérêt

Une opération financière entre un emprunteur et un prêteur se traduit par des flux en sens inverse à des dates différentes. L'emprunteur encaisse une recette à court terme (l'emprunt) qui se traduira par une dépense ultérieure (le remboursement), éventuellement échelonnée dans le temps. Inversement, le prêteur supporte une dépense à court terme, compensée par une (des) recette(s) ultérieure(s). La différence de montants entre les flux de prêt et les flux de remboursement constitue les intérêts.

Considérons par exemple une opération à 2 flux, constituée d'un flux initial en $t = 0$, noté F_0 , et d'un flux terminal en final en T , noté F_T . La différence entre ces 2 flux constitue les intérêts notés I :

$$F_T = F_0 + I$$

En pratique, les intérêts sont calculés par application d'un taux d'intérêt nominal à la valeur nominale de l'opération. En règle générale, le montant total des intérêts est une fonction croissante du temps écoulé entre la date de l'emprunt et son remboursement intégral. Inversement, le *taux d'intérêt* est défini comme le rapport des intérêts au capital investi ou emprunté, le plus fréquemment pour une durée (dite

base) annuelle. Les usages pour appliquer ces taux sont différents selon les agents (banque, marché financier), la durée de l'opération (moins ou plus d'un an) ou la date de versement des intérêts (début ou fin de l'opération) considérés.

B. Taux nominal

Le *taux d'intérêt nominal* est celui qui est annoncé pour calculer la rémunération d'un prêt à un emprunteur. Par convention, à l'image de la cote sur les marchés financiers ou de sa retranscription dans la presse financière, un *taux nominal* est toujours défini pour une durée annuelle (taux annuel). Il est cependant possible de définir un taux pour une autre période de référence que l'année, en particulier pour des opérations d'une durée inférieure à un an. Pour une période de référence quelconque, le taux correspondant est appelé *taux période*, indépendamment de la durée de l'opération à laquelle il est appliqué.

C. Taux d'intérêt proportionnel

Le *taux d'intérêt proportionnel*, appelé encore *taux linéaire* ou *taux arithmétique*, est un *taux période* calculé de façon proportionnelle au *taux nominal annuel* selon la durée de l'opération envisagée. Il permet de définir, par exemple :

- pour une opération de 6 mois, le *taux semestriel*: $r_{sem} = r_{an} / 2$
- pour une opération de 1 mois, le *taux mensuel*: $r_{mens} = r_{an} / 12$
- pour une opération d'une journée, le *taux journalier*: $r_{jour} = r_{an} / 365$, ou $r_{jour} = r_{an} / 366$ (année bissextile)
- de façon générale, pour un nombre de p périodes par an, le *taux proportionnel* est: $r_{prop} = r_{an} / p$.

II. Les intérêts simples

A. Intérêts d'une opération unique

Les *intérêts simples* (ou *proportionnels*, ou *linéaires*) sont calculés par l'application à la valeur nominale (notée VN) de l'opération du *taux d'intérêt*, multiplié par la durée totale de l'opération exprimée en n périodes de référence :

$$I = VN \times r_{prop} \times n$$

avec n multiple entier de périodes, ou fractionnaire. Dans ce dernier cas, $n = (Nj / Np)$, où Nj est la durée en jours de l'opération, et Np le nombre de jours par période.

Le plus fréquemment, la *période de référence* est *annuelle*, et le *taux période* est alors égal au *taux nominal* :

$$I = VN \times r_{an} \times n$$

avec n entier ou fractionnaire, défini dans ce dernier cas par : $n = (Nj / Na)$, où Nj est la durée en jours de l'opération, et Na est le nombre de jours par an.

• **Exemple**

Avec une valeur nominale de $VN = 1000$ et un taux nominal de $r_{an} = 6\%$:

– pour une opération d'une durée de 6 mois, les intérêts simples sont de :

$$I = VN \times r_{an} \times (6/12) = 1000 \times 0,06 \times 0,5 = 1000 \times 0,03 \times 1 = VN \times r_{sem} \times 1 = 30$$

– pour une opération d'une durée de 98 jours, les intérêts simples sont de :

$$I = VN \times r_{an} \times (Nj / Na) = 1000 \times 0,06 \times (98/365) = 16,11$$

– pour une opération d'une durée de 24 mois, les intérêts simples sont de :

$$I = VN \times r_{an} \times n = 1000 \times 0,06 \times 2 = 120$$

B. Le taux moyen en intérêts simples

Parfois, un placement se décompose en plusieurs opérations de durée et de taux différents. Dans le cas d'opérations à intérêts simples, le taux moyen \bar{r} de v opérations est alors défini par :

$$\bar{r} = \frac{\sum_{i=1}^v VN_i \times r_i \times (Nj_i / Na)}{\sum_{i=1}^v VN_i \times (Nj_i / Na)}$$

• **Exemple**

Soient les 3 opérations effectuées en intérêts simples

VN_i	r_i nominal	(Nj_i/Na)
15	2 %	40
10	4 %	115
20	6 %	250

alors le taux moyen appliqué aux opérations est :

$$\bar{r} = \frac{(15 \times 0,02 \times 40) + (10 \times 0,04 \times 115) + (20 \times 0,06 \times 250)}{(15 \times 40) + (10 \times 115) + (20 \times 250)} = 5,30\%$$

III. Usages bancaires

A. Dates d'opérations

Le calcul des intérêts applicables aux opérations sur les marchés financiers ou avec les banques retiennent certaines conventions de calcul pour tenir compte des jours fériés et des délais administratifs d'enregistrement des opérations. Ainsi :

- les *jours calendaires* sont au nombre de 365 (ou 366 les années bissextiles) par année civile ;
- les *jours ouvrés* correspondent aux jours d'ouverture des banques pendant une année civile (environ 253 jours / an) ;
- la *date d'opération* est celle qui correspond à son enregistrement dans les livres de la banque ;
- la *date de valeur* est celle du début de la comptabilisation des intérêts.

B. Calcul du prorata des jours

Pour le *calcul du prorata des jours* (N_j/Na), plusieurs conventions (ou « bases ») coexistent. Certaines de ces conventions ont été élaborées avant la diffusion des calculatrices et ordinateurs et, par habitude, leur usage a perduré :

- la convention « exact/360 » considère des années uniformément de 360 jours et un numérateur qui correspond exactement aux jours calendaires de l'opération. Elle est adoptée pour les opérations du marché monétaire aux États-Unis, en zone euro (bons du Trésor) et, généralement, pour toutes les opérations de moins d'un an. Cette convention est celle qui majore le plus (N_j / Na), donc les intérêts calculés ;
- la convention « exact/365 », plus courante au Royaume-Uni et dans les pays du Commonwealth, suppose que chaque année compte indifféremment 365 jours (y compris les années bissextiles) et que le numérateur correspond exactement aux jours calendaires de l'opération ;
- la convention « exact/exact » comptabilise au numérateur et au dénominateur le nombre exact de jours calendaires dans l'année (respect des 366 jours pour les années bissextiles) et pour l'opération. Il s'agit de la pratique générale pour les opérations de plus d'un an, y compris les bons du Trésor ;
- la convention « 30/360 », parfois utilisée pour les obligations de sociétés américaines et les obligations municipales, suppose que l'année compte 12 mois identiques de 30 jours chacun ;
- enfin, dans le calcul du nombre de jours exact, le premier jour de l'opération n'est pas compté, mais le dernier jour est compté.

- **Exemple**

Une opération financière de valeur nominale de $VN = 5.000$ est effectuée du 01/04/n au 01/07/n au taux nominal annuel de 6 %. La durée de l'opération est donc de : $29 + 31 + 30 + 1 = 91$ jours. Les intérêts relatifs à cette opération sont :

- selon la convention « exact/360 » : $I = 5.000 \times 0,06 \times (91 / 360) = 75,83$
- selon la convention « 30/360 » : $I = 5.000 \times 0,06 \times (3/12) = 75$
- selon la convention « exact/365 » : $I = 5.000 \times 0,06 \times (91 / 365) = 74,79$

- **À retenir**

- Les intérêts correspondent à la différence entre le total des flux d'emprunt et le total des flux de remboursement.
- Le taux d'intérêt nominal est par convention un taux annualisé, correspondant à une opération d'une durée d'un an. Il reste possible de définir un autre taux pour une période qui ne soit pas annuelle.
- Il ne faut pas confondre taux période et durée de l'opération à laquelle est appliqué le taux période.
- Le taux d'intérêt proportionnel est calculé de façon proportionnelle au taux nominal annuel selon la durée de l'opération.
- Les intérêts simples sont calculés par l'application du taux d'intérêt nominal au prorata de la durée totale de l'opération considérée, exprimée en années.
- Il existe plusieurs conventions de calcul du prorata d'année.

POUR S'ENTRAÎNER : QUESTIONS

1. Le taux d'intérêt nominal est-il un taux mensuel, semestriel ou annuel ?
2. Comment est calculé le taux d'intérêt proportionnel ?
3. Dans une opération bancaire, quelles sont les différences entre dates d'opérations et dates de valeur ?

CORRIGÉ

- 1.** Le taux d'intérêt nominal est par convention un taux annualisé.
- 2.** le taux d'intérêt proportionnel est calculé de façon proportionnelle selon la durée de l'opération envisagée.
- 3.** Dans une opération bancaire, la date d'opération correspond à celle de l'enregistrement dans les livres de la banque, la date de valeur au début de la comptabilisation des intérêts.

Intérêts post-comptés et précomptés, escompte

- I. Intérêts post-comptés, intérêts précomptés
- II. Les intérêts payés à l'échéance, ou post-comptés
- III. Les intérêts payés à l'avance, ou précomptés

- Définitions

Les intérêts post-comptés : sont les intérêts calculés à l'échéance de l'opération et payés lors du remboursement du capital emprunté.

Les intérêts précomptés : sont les intérêts calculés au début de l'opération et payés par avance en déduction du capital emprunté.

L'escompte : est la méthode retenue pour calculer les intérêts précomptés. Il peut d'agir de l'escompte commercial ou de l'escompte rationnel.

I. Intérêts post-comptés, intérêts précomptés

Pour une opération financière de court terme, c'est-à-dire d'une durée de moins d'un an, les intérêts peuvent être versés en intégralité à la fin de l'opération au moment du remboursement du capital (payés à l'échéance), ou inversement en intégralité au début de l'opération dès que l'emprunteur reçoit le capital accordé par le prêteur (payés à l'avance). Dans ce dernier cas, le montant effectivement perçu par l'emprunteur sera plus faible que celui qu'il a emprunté, puisque ce montant est diminué des intérêts à payer pour rémunérer le prêt qui lui a été accordé.

Quand les intérêts sont payés à l'échéance (IPE), ils sont dits post-comptés (ou terme échu, ou à taux *in fine*). Les emprunteurs préfèrent cette configuration des IPE puisqu'ils disposent de l'intégralité de la valeur nominale VN de l'emprunt jusqu'à la fin de l'opération. Puisque le montant nominal de l'emprunt est celui effectivement perçu par l'emprunteur, l'inconnue est le flux terminal à rembourser.

Quand les intérêts sont payés à l'avance (IPA), ils sont dits précomptés (ou terme à échoir). Les prêteurs préfèrent cette configuration qui permet l'encaissement des intérêts dès le début de l'opération et limite leur décaissement initial à un montant inférieur à la valeur nominale VN de l'emprunt. Dans ce cas, le flux effectivement perçu

par l'emprunteur est inférieur au montant nominal de l'emprunt et l'inconnue est le flux initial encaissé. Cette modalité de calcul des intérêts est appliquée à la majorité des titres de court terme émis sur le marché des titres de créances négociables (TCN).

II. Les intérêts payés à l'échéance, ou post-comptés

A. Calcul du flux de remboursement

En cas d'IPE, le flux initial F_0 correspond à la valeur nominale VN de l'opération. À l'échéance, le flux terminal F_T comprend la valeur nominale et le versement des intérêts (notés I), calculés par application du taux (période) post-compté à la valeur nominale, multiplié par la durée totale de l'opération exprimée en n périodes de référence :

$$\text{IPE: } F_0 = VN; F_T = VN + I; I = VN \times r_{prop} \times n$$

Avec une période de référence quelconque pour le taux d'intérêt, le flux terminal est :

- si la durée de l'opération est un nombre quelconque de jours :

$$F_T = VN \times [1 + r_{prop} \times (Nj/Np)]$$

- en particulier, si la durée de l'opération est un multiple entier de périodes :

$$F_T = VN \times (1 + r_{prop} \times n)$$

où Nj est la durée en jours de l'opération, et Np le nombre de jours par période.

Dans le cas standard d'un taux période annuel, le nombre de jours par période (Np) est égal au nombre de jours par an (Na) et le taux période post-compté devient le taux nominal :

$$\text{IPE: } I = VN \times r_{an} \times (Nj/Na)$$

$$\text{d'où: } F_T = VN \times [1 + r_{an} \times (Nj/Na)]$$

Les formules sont réversibles : connaissant la somme remboursée, le taux d'intérêt et la durée de l'opération, il est possible d'en déduire la somme initialement empruntée.

B. Exemples

1. Un placement de 5.000 sur le marché monétaire (convention « exact/360 ») pour une durée de 90 jours au taux annuel de 6 % donnera comme intérêt post-compté et flux final :

$$I = r_{an} \times VN \times (Nj/Na)$$

$$\text{d'où: } F_T = 5.000 \times [1 + 0,06 \times (90/360)] = 5.075$$

2. L'obtention d'un montant de 5.105 après 126 jours de placement au taux de 6 % selon la convention « exact/360 » nécessite comme investissement initial F_0 :

$$F_T = F_0 + I = VN \times [1 + r_{an} \times (Nj/Na)]$$

$$\Leftrightarrow F_0 = VN = \frac{F_T}{1 + r_{an} \times (Nj / Na)} = \frac{5.105}{1 + 0,06 \times (126 / 360)} = 5.000$$