Chapitre 1

ESPACE ET TEMPS

1.1 L'objectif visé

Dans ce chapitre, on se propose de préciser ce que recouvrent les termes « espace » et « temps » pour le physicien actuel qui traite de mécanique classique et de relativité restreinte. On va voir comment à partir de faits expérimentaux on a pu élaborer une conception très différente de celle de Newton.

1.2 Notion d'espace

L'idée de l'espace héritée de Newton est celle d'un réceptacle vide, où l'on place les corps après coup. C'est donc une idée d'espace absolu, existant en soi, indépendamment de toute matière. Déjà Leibniz, au XVII^{e} siècle, s'opposant à Newton, avait battu en brèche cette conception, mais c'est après la découverte des géométries non euclidiennes au XIX^{e} siècle, et surtout à l'occasion de l'avènement de la Relativité Restreinte (Einstein, 1905) et de la Relativité Générale (Einstein, 1915) qu'une nouvelle vision de l'espace physique, très différente de celle de Newton, s'est imposée.

1.2.1 Mesure des longueurs

Le point de départ est un fait d'expérience.
Parmi les corps à l'état solide existants, il en est, que l'on appellera rigides, qui possèdent la propriété suivante (P) :
« Si, sur deux d'entre eux, on marque deux points de façon à ce que les deux marques coïncident à un instant donné en un lieu donné, alors ces deux marques coïncideront toujours et en tout lieu, quels qu'aient été les déplacements relatifs des deux corps avant de les réunir. »

On *définit* alors l'égalité de deux longueurs au même lieu par la coïncidence des deux marques. D'après la propriété (P), elle est indépendante de l'instant envisagé.
Si l'on a deux corps rigides S et S', et que l'on meut l'un de ces corps, en gardant en coïncidence le point M de S avec le point M' de S' d'une part, le point N de S avec le point N' de S' d'autre part, il existera toute une ligne $\mathcal{L}$ de points de S qui coïncidera en permanence avec une ligne $\mathcal{L}'$ de points de S'. Par définition, ces lignes constitueront des droites. Une règle sera un cylindre de révolution de faible section, matérialisant ainsi un segment de droite.
Soit maintenant deux règles de longueurs égales en un lieu. On éloigne la seconde : ont-elles encore la même longueur ? La question n'a aucun sens ! On ne peut pas le vérifier puisqu'elles ne se trouvent plus au même endroit... Ce que l'on sait, c'est que si on les réunit, les longueurs seront toujours égales. L'égalité de deux longueurs en des lieux différents va ainsi reposer sur une *définition* (appelée *de coordination* par le philosophe des sciences Hans Reichenbach (Reichenbach 1958).
Par définition, deux corps rigides de longueurs égales en un point auront même longueur lorsqu'ils sont en des lieux différents.
Pour faire un mesurage de longueur, on choisira d'abord un *étalon* correspondant à l'unité de longueur. Il s'agit là aussi d'une définition de coordination. Pour fixer les idées, en 1889, le Bureau international des poids et mesures (BIPM) définit *le mètre* comme étant la distance entre deux points sur une barre d'un alliage de platine et d'iridium. Cette barre est toujours conservée au pavillon de Breteuil à Sèvres, même si la définition du mètre a changé depuis. Grâce à la définition donnée précédemment pour l'égalité de deux longueurs, toutes les copies de l'étalon garderont la même longueur de 1 m, où qu'elles soient !
Le mesurage d'une longueur se fera en mettant bout à bout des copies de l'étalon, ou, ce qui revient au même, en déplaçant convenablement une seule copie. La longueur mesurée sera le nombre de copies nécessaires. Si ce nombre n'est pas entier, on utilisera des sous multiples du mètre (la réalisation de ceux-ci ne pose pas de problème : par exemple, un centimètre sera tel que cent copies mises bout à bout couvriront un mètre).

1.2.2 Espaces de référence

A un corps rigide C, on peut juxtaposer rigidement d'autres corps rigides de façon à ce qu'ainsi prolongé, il entre en contact avec tout événement.
L'ensemble des prolongements du corps rigide C peut être considéré comme l'espace du corps C. Il constitue un *espace de référence*, parmi d'autres (associés à des corps rigides non liés à C). Le solide minimal représentant un espace

est constitué de quatre points non coplanaires, par exemple les sommets d'un tétraèdre.
Ainsi, pour un physicien, il n'y a pas d'espace en soi, mais des espaces associés à des corps rigides. L'espace de la Terre est différent de celui de la Lune, de celui du châssis de la voiture qui passe dans la rue ! On a découvert pour la première fois en septembre 2019 une exoplanète, K2-18b, possédant une atmosphère contenant de la vapeur d'eau : s'il existe des êtres vivants, ils n'habitent pas le même espace que le nôtre !

1.3 Notion de temps

La notion de temps est à l'humain plus familière que celle d'espace, car elle est enracinée dans sa conscience. Néanmoins, le physicien ne peut se contenter de ce temps subjectif ; il doit élaborer une mesure objective du temps. Poincaré et Einstein ont clairement analysé ce que recouvre la mesure du temps (Poincaré 2009, Poincaré 1970, Einstein 1976b, Einstein 1976a).

1.3.1 Mesure des durées

Pour mesurer des durées, on a besoin d'une *horloge*, c'est-à-dire d'un phénomène qui se répète, permettant ainsi de distinguer des « bips » !
Exemples :
un cœur, un pendule, une particule en mouvement (par exemple, un « bip » pour chaque mètre parcouru), une Terre qui tourne. . .
Le point de départ du mesurage est un fait d'expérience.
Parmi les horloges envisageables, il en est, que l'on appellera *naturelles* (ou *standard*), qui possèdent la propriété suivante (P') :
« Si, pour deux d'entre elles, au même lieu, on constate qu'il y a m bips de l'une pour n bips de l'autre, alors ceci restera vrai toujours et en tout lieu, même si on les a déplacées de façon quelconque avant de les réunir. »
On *définit* alors l'égalité de deux durées à partir d'un instant par la coïncidence des bips. D'après la propriété (P'), elle est indépendante de l'instant envisagé.
Soit maintenant une horloge naturelle. La durée entre les 2e et 3e bips est-elle égale à celle entre les 1er et 2e bips ? La question n'a aucun sens ! On ne peut pas le vérifier puisqu'elles ne sont pas définies à partir du même instant. . .
L'égalité de deux durées à des instants différents va ainsi reposer sur une *définition* de coordination.
Par définition, une horloge naturelle émettra des bips toujours séparés par la même durée.
Pour faire un mesurage de durée, on choisira d'abord un étalon correspondant à l'unité de durée. Il s'agit là aussi d'une définition de coordination : on définit

actuellement la *seconde* comme étant la durée égale à 9192631770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.
Le mesurage d'une durée en un lieu se fera en comptant le nombre de secondes entre les deux événements. Si ce nombre n'est pas entier, on utilisera des sous-multiples de la seconde (la réalisation de ceux-ci ne pose pas de problème : par exemple, une milliseconde sera donnée par une horloge naturelle émettant 1000 bips pendant une seconde).

1.3.2 Chronologies, chronologie naturelle ou standard

Un ensemble d'horloges qui s'accordent définit une *chronologie*. Cet ensemble peut être réduit à une seule horloge. Par exemple mon coeur, considéré comme une horloge, ne s'accorde avec aucune autre horloge, mais il définit une chronologie. D'un strict point de vue logique, toutes les chronologies sont admissibles ; mais toutes ne sont pas commodes pour faire de la physique ! C'est la propriété (P') qui permet de distinguer une chronologie privilégiée, dite naturelle ou standard.

Chapitre 2

REPÉRAGE D'UN ÉVÉNEMENT

2.1 L'objectif visé

Au chapitre précédent, on a précisé les notions d'espace et de temps : on a appris à mesurer des longueurs, ainsi que des durées en un point où se trouve une horloge naturelle.
Dans ce chapitre, on va se préoccuper du repérage de tout événement ou succession d'événements dans un espace de référence donné ; en particulier, on envisagera le problème important de l'extension du temps à tous les points d'un espace de référence.
Les horloges qui interviendront sont toutes supposées naturelles.
Les notions étudiées dans ce chapitre s'appliquent, aussi bien à la totalité des espaces de référence de la mécanique newtonienne qu'à ceux inertiels, de la relativité restreinte.

2.2 Événement

Un événement est quelque chose qui se passe, comme une collision de deux particules, l'absorption d'un photon, le passage d'un photon devant une horloge « ponctuelle ».
Il implique à la fois les notions d'espace et de temps.
Les événements constituent les éléments fondamentaux de la physique ; ils sont *absolus* car ils ont la même signification pour tout observateur.
À une particule donnée correspond ainsi un ensemble continu d'événements, « sa vie », qui est une notion absolue.

2.3 Repérage spatial d'un événement

2.3.1 Distances

Pour faire le repérage spatial d'un événement dans un espace de référence, il serait possible de mesurer quelques distances (on sait le faire !) convenablement choisies entre des points de l'espace de référence et le point où se passe l'événement. Plus précisément, on pourrait repérer la position d'un point par la donnée des quatre distances (d_1, d_2, d_3, d_4) entre ce point et les quatre sommets d'un tétraèdre régulier ancré dans l'espace de référence, comme l'illustre la figure 2.1.

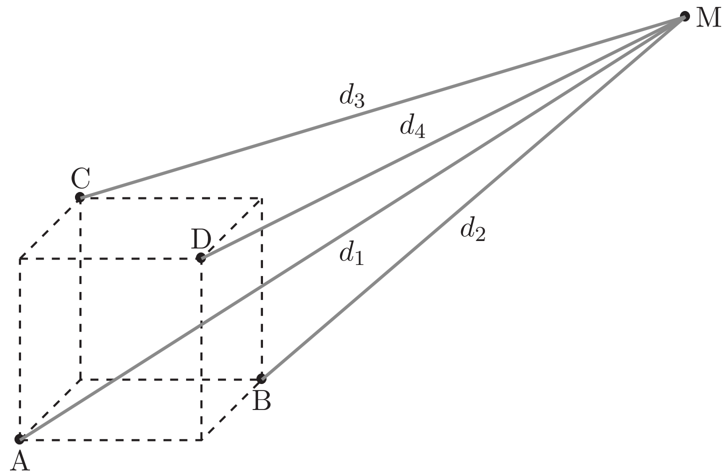

FIGURE 2.1 – Mesure des quatre distances

Cette méthode, conceptuellement la plus simple, est en pratique peu commode. Aussi préfère-t-on introduire ce qu'on appelle un système de coordonnées (spatiales).

2.3.2 Coordonnées spatiales d'un événement

L'idée est d'associer à tout point de l'espace de référence trois nombres, a priori quelconques, hormis qu'ils doivent être voisins lorsque les événements son voisins. Il faut bien comprendre que l'introduction de ces trois coordonnées spatiales est une construction du physicien, en quelque sorte superposée à la réalité physique. On va voir que la géométrie d'un espace de référence entraîne l'existence de coordonnées particulièrement simples.

2.3.3 Géométrie d'un espace de référence

Dans un espace de référence, on peut, à l'aide d'étalons rigides, faire des mesures de longueur et tester si la géométrie de l'espace de référence est euclidienne ou pas. Par exemple, on peut tester si le théorème de Pythagore est valide, si le rapport du périmètre d'un cercle à son rayon est égal à 2π, si la somme des angles d'un triangle est égale à 180° ...

Peut-être vous demandez-vous : « comment pourrait-il en être autrement ? ». Eh bien, pour voir que le test a un sens, il suffit de considérer comment le problème se poserait si l'espace de référence était à deux dimensions, puisque grâce à notre dimension supplémentaire, nous pourrons visualiser la situation. Supposons donc que nous soyons des êtres bidimensionnels, la nature étant régie par des lois analogues, différant simplement par le nombre de dimensions. Ce cours aurait été complètement analogue jusqu'ici. En particulier, on y aurait défini des règles (droites) rigides susceptibles de se déplacer librement, ce qui suppose un espace de référence homogène, c'est-à-dire dont tous les points doivent être équivalents. Or, on connaît au moins deux espaces homogènes distincts à deux dimensions : le plan et la sphère ! (Il en existe un troisième, dit de Lobachevski). Sur une sphére, les segments de droite, et donc les règles, sont des arcs de grands cercles. La figure 2.2 montre que des théorèmes de la géométrie euclidiennes ne sont plus vrais : par les points S et N passe une infinité de droites ! La somme des angles du triangle NAB vaut 270° ! Le rapport du périmètre du cercle $\mathcal{C}$ (de centre N sur la sphère) à son rayon ρ est inférieur à 2π !

La géométrie d'un espace de référence est ainsi une branche de la physique : elle concerne les lois de position des corps rigides. Gauss a eu le premier l'idée de tester si la géométrie de l'espace de référence terrestre était euclidienne. A partir des mesures de triangulation utilisant trois sommets de montagnes distants d'une centaine de kilomètres, qu'il avait faites entre 1821 et 1827 dans un autre but, il trouva que la somme des angles du triangle envisagé valait 180°, à moins d'une seconde d'arc près (Gauss 1852). Il en conclut au caractère euclidien de l'espace de référence terrestre. Signalons toutefois que certains historiens ont mis en doute la réalisation effective de ce test.

Quoiqu'il en soit, on adopte le *postulat* suivant :

En mécanique classique et en relativité restreinte, la géométrie de tout espace de référence est euclidienne.

Remarque :

La relativité générale a pour conséquence le caractère non euclidien (et non homogène) des espaces de référence, en raison de la gravitation ; mais ces effets concernent des échelles astronomiques.

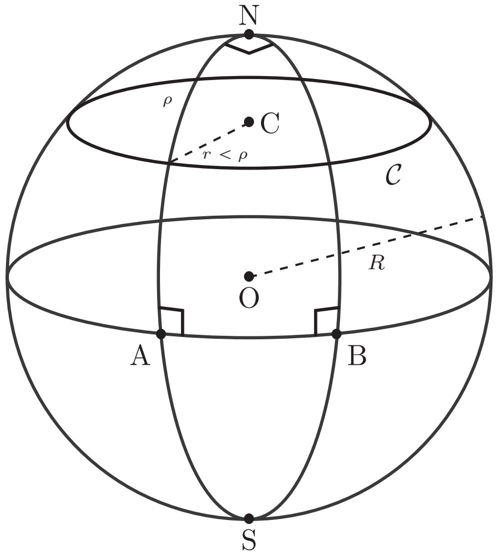

FIGURE 2.2 – Sphère

2.3.4 Coordonnées cartésiennes orthogonales

La géométrie d'un espace de référence étant euclidienne, il est alors possible d'introduire au moins un système de coordonnées cartésiennes orthogonales (s.c.c.o.), c'est à dire un point origine O et trois nombres réels x, y, z, tel que la distance entre deux points M et N quelconques puisse s'écrire

$$d_{MN} = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2 + (z_N - z_M)^2} \tag{2.1}$$

Les coordonnées cartésiennes orthogonales ainsi définies sont des distances algébrisées. Plus précisément :

- ✓ $x = \pm d_{MH_1}$, où d_{MH_1} est la distance entre le point M à repérer et son projeté orthogonal H_1 sur le plan yOz ; on prend le signe + si M est « devant » ce plan , le signe − sinon,
- ✓ $y = \pm d_{MH_2}$, où d_{MH_2} est la distance entre le point M à repérer et son projeté orthogonal H_2 sur le plan zOx ; on prend le signe + si M est « à droite » de ce plan, le signe − sinon,
- ✓ $z = \pm d_{MH_3}$, où d_{MH_3} est la distance entre le point M à repérer et son projeté orthogonal H_3 sur le plan xOy ; on prend le signe + si M est « au-dessus » de ce plan, le signe − sinon.

Le point M mentionné sur la figure 2.3 a pour coordonnées $x = 4$, $y = -2$, $z = 3$.