

Section 1 : introduction

Les questions de Conditions Minimales représentent un sixième de votre note finale au Tage Mage®. Pourtant, pour de nombreux étudiants, elles constituent (au moins) la moitié de leur préoccupation. Pourquoi? La réponse est simple : les questions de Conditions Minimales sont propres au Tage Mage®. La plupart des candidats ont déjà répondu à des milliers de questions à choix multiples (QCM) en mathématiques au cours de leur vie scolaire et/ou universitaire, mais aucun d'entre eux n'a déjà vu une question de Conditions Minimales avant sa préparation au Tage Mage®.

La sous-épreuve « Conditions Minimales » est donc un véritable défi – en grande partie du fait qu'elle est unique. Gardez cependant ceci à l'esprit : cette sous-épreuve est singulière et complexe pour TOUS les candidats. En la travaillant régulièrement et en prenant le temps d'approfondir chacune des notions qui la composent, vous pourrez faire une vraie différence et cartonner votre test le jour J.

Introduction – Les Bases

Pour appréhender au mieux l'épreuve de « Conditions Minimales », il est utile d'examiner les directives officielles de la FNEGE, organisme concepteur du Tage Mage® :

Le sous-test Conditions Minimales consiste en une question et deux hypothèses, numérotées 1 et 2, dans lesquelles certaines informations vous sont fournies. Vous devez décider si ces informations – présentes dans les hypothèses – sont **suffisantes** ou non pour répondre à la question posée. En utilisant ces informations, à quoi vous ajoutez vos connaissances en mathématiques et sur la vie quotidienne (le nombre de jours en juillet, le nombre d'heures dans une journée, etc), vous devez indiquer si :

- A. L'hypothèse (1) SEULE est suffisante, mais l'hypothèse (2) SEULE ne permet pas de répondre à la question posée ;
- B. L'hypothèse (2) SEULE est suffisante, mais l'hypothèse (1) seule ne permet pas de répondre à la question posée ;
- C. Les deux hypothèses (1) et (2) ENSEMBLE permettent de répondre à la question posée ; mais AUCUNE hypothèse prise individuellement n'est suffisante.
- D. CHAQUE hypothèse prise SEULE permet de répondre à la question posée ;
- E. Les hypothèses (1) et (2) ENSEMBLE ne sont pas suffisantes pour répondre à la question posée, des informations supplémentaires sont nécessaires.

Finalement, le nom de ce sous-test aurait pu être « *Les hypothèses fournies sont-elles suffisantes pour répondre à la question posée ?* ». Après cette brève introduction, prenons le temps de comprendre ce qu'est une information **suffisante**.

Comprendre la notion de « suffisance »

Définition : une hypothèse est dite suffisante lorsqu'elle garantit une seule et unique réponse à la question posée.

Par exemple, pour la question « le nombre entier x est-il positif? » :

- L'hypothèse « $x > 9$ » est suffisante car tout nombre supérieur à 9 est nécessairement supérieur à 0, donc positif. Cette hypothèse garantit donc une seule et unique réponse à la question posée, la réponse étant « Oui ».
- L'hypothèse « $x^2 > 81$ » est en revanche insuffisante car il existe plusieurs valeurs potentielles pour x . Il peut être supérieur à 9 (ce qui donne la réponse : « Oui, x est positif ») ou inférieur à -9 (ce qui donne la réponse : « Non, x est négatif »).

Votre travail consistera donc à déterminer si une certaine hypothèse est telle qu'elle ne donne qu'une et une seule réponse possible à la question posée.

Exercices de base sur la notion de suffisance

Essayons de réaliser les exercices suivants afin de nous familiariser avec le concept de suffisance.

- **Exercice 1.** Le nombre entier y est-il positif?
– Hypothèse: $y^3 > 27$
- **Exercice 2.** Quel est le volume du cube W?
– Hypothèse: Le Cube W a une surface de 96 cm^2
- **Exercice 3.** Quel est le volume de la boîte rectangulaire Z?
– Hypothèse: La boîte rectangulaire Z a une surface de 96 cm^2
- **Exercice 4.** Si toutes les pommes d'un magasin coûtent A€ et toutes les poires coûtent B€, quel est le prix de deux pommes et de trois poires?
– Hypothèse: Ensemble, neuf pommes et six poires coûtent 60 €
- **Exercice 5.** Si toutes les pommes d'un magasin coûtent A€ et toutes les poires coûtent B€, quel est le prix de deux pommes et de trois poires?
– Hypothèse: Ensemble, six pommes et neuf poires coûtent 60 €

Correction – Exercices de base sur la notion de suffisance

Suffisant. Notons en premier lieu que le chiffre 3 est impair. Ainsi, étant donné que l'exposant de l'expression y^3 est impair, il est impossible que y soit un nombre entier négatif (sinon $y^3 < 0 < 27$).

En simplifiant l'expression, on obtient l'inégalité suivante: $y > 3$. Cela signifie que toutes les valeurs potentielles de y sont supérieures à 3, donc positives. En conclusion, toutes les valeurs potentielles de y donneront la même réponse: « Oui, y est un nombre positif ».

Suffisant. Comme toutes les faces d'un cube sont identiques, un cube d'une surface de 96 cm^2 aura six faces identiques de surface 16 cm^2 , ce qui signifie que chaque côté du cube mesure 4 cm . Or, un cube de côté 4 cm a, par définition, une surface de 64 cm^2 . Cette affirmation fournit bien une seule et unique réponse à la question posée. L'hypothèse est une fois encore suffisante.

Pas suffisant. Bien que cette question puisse ressembler à la précédente, le fait qu'il est ici question d'un rectangle et non d'un carré fait toute la différence. Il existe de multiples combinaisons de longueur, largeur et hauteur qui pourraient donner comme surface 96 cm^2 (rappelons que la surface d'un pavé droit est égale à $2L + 2l + 2H$). Étant donné que la résolution de cet exercice peut conduire à différentes réponses, l'hypothèse n'est pas suffisante.

Pas suffisant. Ce problème vous demande de résoudre l'équation « $2A + 3P = 60$ » et vous donne comme information: $9A + 6P = 60$ €. Or, on ne peut déterminer la valeur de deux variables avec une seule équation. Et, même en simplifiant l'équation sous la forme « $3A + 2P = 20$ », vous ne pouvez pas déterminer la valeur de: $2A + 3P$. Il se pourrait, par exemple, que $A = 6$ et $P = 1$ (ce qui signifie que $2A + 3P = 15$) ou que $A = 4$ et $P = 4$ (ce qui donnerait $2A + 3P = 20$). Étant donné que les informations fournies offrent au moins deux réponses différentes, cette hypothèse n'est pas suffisante.

Suffisant. Bien que cette question puisse ressembler à la précédente, il fallait remarquer une différence essentielle: lorsque vous simplifiez « $6A + 9P = 60$ » en divisant tous les termes par 3, vous obtenez $2A + 3P = 20$. Et c'est exactement ce que la question vous demande, à savoir de déterminer la valeur de $2A + 3P$. Comme cela vous garantit que le résultat est 20, l'hypothèse est suffisante. Il est important de prêter une attention particulière à la question posée! Bien que vous ne puissiez pas déterminer la valeur de A ou celle de B individuellement, cette question vous interroge seulement sur la combinaison « $2A + 3P$ » pour laquelle vous avez assez d'informations pour répondre avec certitude.

En conclusion:

- Une hypothèse est suffisante lorsqu'elle fournit exactement une et une seule réponse possible à la question posée.
- Dans une question de type « Oui/Non », l'hypothèse est dite suffisante si la réponse est « définitivement oui » ou « définitivement non ». En revanche, l'hypothèse n'est pas suffisante lorsque la réponse est « parfois oui, parfois non » ou bien « peut-être ».
- Dans une question de type « Quelle est la valeur? », l'hypothèse est suffisante si l'on peut déterminer exactement une et une seule valeur pour la question posée. En revanche, l'hypothèse n'est pas suffisante lorsque plusieurs valeurs sont possibles.

- Les questions de Conditions Minimales exigent une attention particulière aux détails. Pour un œil non averti, les exercices 2 et 3 ou les exercices 4 et 5 auraient pu sembler identiques, mais de subtiles nuances font toute la différence. Les concepteurs du Tage Mage® misent souvent sur ces nuances pour vous piéger, alors lisez bien attentivement chaque énoncé.

Anatomie d'une question en Conditions Minimales

Si le sous-test de Conditions Minimales est unique, la structure composant ses questions ne l'est pas. Toutes les questions de Conditions Minimales sont structurées exactement de la même manière, avec trois éléments clés : l'énoncé de la question (qui peut ou non contenir des faits importants), les hypothèses (toujours deux hypothèses) et les choix de réponse (qui sont toujours les mêmes). Prenez cet exemple pour voir à quoi ressemble une question type en Conditions Minimales :

ÉNONCÉ De quel pourcentage le prix d'une barre de chocolat a-t-il augmenté ?

HYPOTHÈSES

1. Le prix de la barre de chocolat a augmenté de 5 centimes.
2. Après augmentation, le prix de la barre de chocolat est 45 centimes.

CHOIX DES RÉPONSES

- A. L'hypothèse 1 SEULE est suffisante, mais la 2 SEULE n'est pas suffisante.
- B. L'hypothèse 2 SEULE est suffisante, mais la 1 SEULE n'est pas suffisante.
- C. Les DEUX hypothèses ENSEMBLE sont suffisantes, mais AUCUNE hypothèse SEULE n'est suffisante.
- D. Chaque hypothèse SEULE est suffisante.
- E. Les deux hypothèses ENSEMBLE ne sont pas suffisantes.

Si vous êtes relativement débutant sur l'épreuve de Conditions Minimales, l'élément le plus frappant sera probablement les choix de réponse – ce ne sont pas des chiffres comme à l'accoutumée.

La bonne nouvelle, c'est que ces choix de réponse sont toujours les mêmes, ce qui vous permet de vous familiariser rapidement avec ces derniers. Le jour où vous passerez votre test, vous ne devriez même pas avoir à regarder ces choix de réponse dans la mesure où vous les connaîtrez déjà par cœur ! Bien évidemment, cela demande de l'entraînement. Pour maîtriser les différents choix de réponse et disposer d'une méthodologie sans faille pour en tirer parti, vous devez utiliser un système. Le voici :

Pour chaque exercice de Conditions Minimales, posez-vous les questions suivantes :

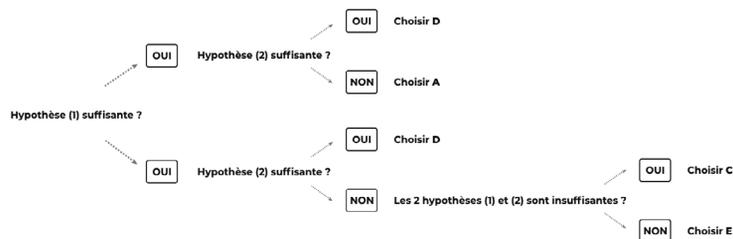
- Les informations contenues dans l'hypothèse (1) et seulement dans l'hypothèse (1) sont-elles suffisantes pour répondre à la question posée ?
- Les informations contenues dans l'hypothèse (2) et seulement dans l'hypothèse (2) sont-elles suffisantes pour répondre à la question posée ?

- Puis-je répondre à la question si je combine les informations contenues dans les hypothèses (1) et (2)?

Remarque: ne vous posez cette question que si chacune des deux hypothèses, prise individuellement, ne permet pas de répondre à la question.

Arbre de décision en Conditions Minimales

Avant de résoudre l'exercice de la barre chocolatée, il est important d'introduire une méthode de résolution appelée « l'arbre de décision ». Cet arbre vous permettra d'évaluer chaque hypothèse pour déterminer si elle est suffisante ou non.



L'arbre de décision est un organigramme utile pour s'assurer que vos calculs et vos intuitions vous mènent toujours au bon choix de réponse.

Correction – Exercice « barre de chocolat »

À présent, exerçons-nous et appliquons la méthode de l'arbre de décision à notre exercice.

- La question était de type « Quelle est la valeur », puisqu'elle demande le pourcentage d'augmentation du prix d'une barre de chocolat.
- Les chiffres clés permettant de répondre à une question de pourcentage d'augmentation sont : la variation du prix ET le prix initial.

✗ **Hypothèse 1:** Le prix de la barre de chocolat a augmenté de 5 centimes

L'hypothèse 1 SEULE nous donne le pourcentage de variation mais ne permet pas de déterminer le prix initial de la barre de chocolat. Ainsi, l'hypothèse 1 n'est pas suffisante. Cela signifie que vous pouvez éliminer les propositions A et D et ne laissez que les propositions B, C et E.

✗ **Hypothèse 2:** Après augmentation, le prix de la barre de chocolat est 45 centimes

L'hypothèse 2 SEULE fournit le nouveau prix de la barre de chocolat mais n'offre aucune indication sur son prix initial ou sur son pourcentage de variation. Ainsi, l'hypothèse 2 n'est pas suffisante et vous pouvez éliminer la proposition B.

✓ **Hypothèses 1 + 2**

En combinant les deux hypothèses, on remarque que si l'augmentation est de 5 centimes et le nouveau prix de 45 centimes, le prix initial était de 40 centimes. Le pourcentage de variation peut être également calculé : il suffit de diviser le montant de l'augmentation (5 centimes) par le prix initial (40 centimes) et en multipliant le tout par 100. Ainsi, en combinant les hypothèses, nous pouvons déterminer le prix initial de la barre chocolatée et la variation du prix.

Remarque : vous n'êtes pas obligé de déterminer la valeur du pourcentage de variation ! Si vous savez qu'en terminant ces calculs vous arriverez à trouver une valeur précise, mais le plus important était de prouver que les hypothèses ensemble sont suffisantes pour répondre à la question. Épargnez-vous les calculs et choisissez immédiatement la proposition C.

En conclusion – Exercice « barre de chocolat »

Cet exercice était un exemple concret permettant de saisir l'intérêt d'un arbre de décision. Gardez à l'esprit qu'une fois appliqué à une poignée de questions, il s'intégrera automatiquement dans votre cerveau. De nombreux candidats trouvent utile d'exploiter cette technique plus rapidement en notant juste AD/BCE sur leur feuille d'examen et en éliminant un côté de la barre oblique après la première hypothèse, puis en progressant dans l'élimination des mauvaises propositions à partir de là.

Application Concrète – Arbre de décision

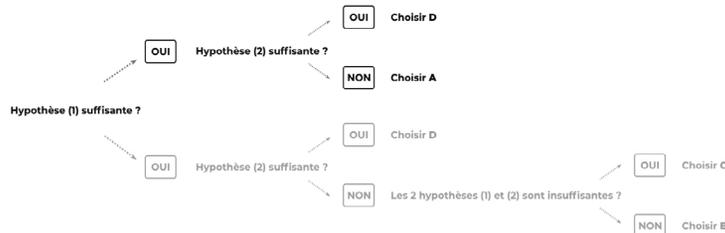
Utilisez la méthode de l'arbre de décision pour trouver la bonne réponse à l'exercice suivant :

□ **Exercice 6.** Quelle est la valeur de 15% du nombre x ?

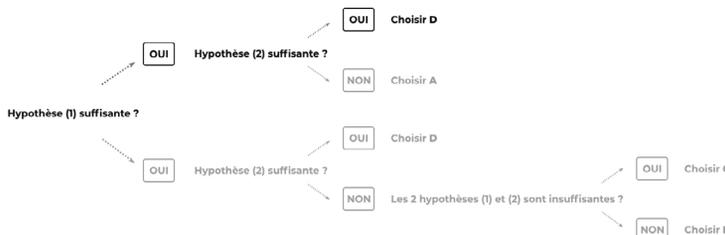
1. 5% de x est égal à 15
2. 30% du double de x est égal à 180

■ Exercice 6. Correction

L'hypothèse 1 est suffisante car elle nous permet d'établir l'égalité suivante : $0,05x = 15$. Nous sommes face à un système d'une équation à une inconnue et il est alors possible de déterminer la valeur de x (donc celle de 15% de x). Nous pouvons éliminer les propositions B, C et E.



L'hypothèse 2 est suffisante car elle nous permet d'établir l'égalité suivante : $0,3 \times 2x = 15$. Nous sommes face à un système d'une équation à une inconnue et il est donc possible de déterminer la valeur de x (donc celle de 15% de x). Nous pouvons ainsi retenir la proposition D.



Remarque: lorsqu'une équation linéaire présente une seule inconnue x , vous pouvez répondre affirmativement à la question sans avoir à faire le moindre calcul. En effet, votre objectif est de déterminer si l'hypothèse est suffisante pour trouver x ; vous n'avez donc pas à calculer la valeur de x mais à prouver que vous y arriverez.

Anatomie d'une question en Conditions Minimales : l'énoncé

Le jour J, vous devrez savoir à quoi chaque choix de réponse correspond et avoir une méthode simple pour arriver à la bonne conclusion. Surtout, vous devrez passer beaucoup de temps à décortiquer toutes les informations contenues dans les énoncés. Les candidats prêtent une attention particulière aux hypothèses (ce qui est normal) car les propositions de réponse s'y réfèrent directement. Mais l'énoncé du problème? Les étudiants le lisent souvent rapidement et passent à côté des informations cruciales qui y sont intégrées. Souvent d'ailleurs, les informations les plus importantes sont habilement cachées dans l'énoncé du problème – ou explicitement données à cet endroit – et non dans les hypothèses. Pour illustrer cela, prenons un exemple concret.

ÉNONCÉ

Soit $xy \neq 0$, quelle est la valeur de x ?

HYPOTHÈSES

1. $x^2y + 4xy + 4y = 0$
2. $y = 6$

CHOIX DES RÉPONSES

- A. L'hypothèse 1 SEULE est suffisante, mais la 2 SEULE n'est pas suffisante.
- B. L'hypothèse 2 SEULE est suffisante, mais la 1 SEULE n'est pas suffisante.
- C. Les DEUX hypothèses ENSEMBLE sont suffisantes, mais AUCUNE hypothèse SEULE n'est suffisante.
- D. Chaque hypothèse SEULE est suffisante.
- E. Les deux hypothèses ENSEMBLE ne sont pas suffisantes.

Lorsque vous commencez à résoudre des exercices de Conditions Minimales, les hypothèses et les choix de réponse retiennent souvent votre attention de manière disproportionnée. Pourtant, lorsque vous considérez les trois éléments d'une question de Conditions Minimales – l'énoncé, les hypothèses et les choix de réponse – veillez à ne pas vous précipiter et ignorer l'énoncé car il est souvent la partie la plus « vicieuse » de l'exercice.

Ici, la petite mise en garde « $xy \neq 0$ » peut sembler inutile, mais c'est là le point clé permettant de répondre à la question. À présent, vous pouvez tenir compte de l'hypothèse 1:

$$\begin{aligned}x^2y + 4xy + 4y &= 0 \\ \Leftrightarrow y(x^2 + 4x + 4) &= 0 \\ \Leftrightarrow y(x + 2)^2 &= 0\end{aligned}$$

Cela devrait vous laisser deux options pour résoudre cette équation: $x = -2$, ou $y = 0$.

Mais la mise en garde de l'énoncé « $xy \neq 0$ » nous apprend que ni x ni y ne sont égaux à 0. Ainsi, puisque nous savons que $y \neq 0$, nous en déduisons que : $(x + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.
L'hypothèse 1 est **suffisante** et nous pouvons écarter les propositions B, C et E. Concernons l'hypothèse 2, elle ne fournit aucune information sur x et est donc **insuffisante**. On choisira donc la proposition A.

Exercices d'application

Comme vous l'avez noté jusqu'à présent, l'arbre de décision est un outil utile pour établir un processus d'élimination et de prise de décision approprié en Conditions Minimales. Mais, en fin de compte, votre réussite en Conditions Minimales dépendra surtout des techniques utilisées pour déterminer si les hypothèses sont suffisantes ou non.

Donc, avant de nous plonger trop rapidement dans des exercices officiels de Conditions Minimales, faisons d'abord quelques exercices simplifiés pour saisir ce qui constitue ou non une suffisance.

Dans les exercices suivants, vous verrez un unique énoncé suivi de plusieurs hypothèses individuelles. Votre travail consistera à déterminer quelle hypothèse (SEULE) est suffisante et laquelle ne l'est pas. **Veillez noter que, dans les questions officielles de Conditions Minimales, les hypothèses ne se contrediront jamais.** Toutefois, dans le cadre de ces exercices, l'objectif est simplement de vous entraîner à utiliser une hypothèse à la fois pour réfléchir à la « suffisance » sur chaque hypothèse, de sorte que certaines des hypothèses peuvent se contredire.

À partir de ces exercices, vous devez vous concentrer sur :

- Ce qui permet d'affirmer qu'une hypothèse est suffisante ou non.
- Comment exploiter les informations contenues dans l'énoncé et dans les hypothèses pour déterminer si une hypothèse est suffisante ou non.
- Comment éviter les suppositions.
- Ce qui rend une hypothèse complexe ou difficile à exploiter.

Énoncé : Pour chacune des hypothèses suivantes, déterminez laquelle, SEULE, suffirait à répondre aux questions posées. Veillez noter qu'il peut y avoir plusieurs hypothèses suffisantes pour chaque question.

□ **Exercice 7.** Est-ce que $x > 0$?

- A. 3^x est un nombre entier
- B. $x^2 < x$
- C. $x^2 - 3x + 2 = 0$
- D. x est un nombre premier
- E. $x^2 - 3x - 4 = 0$