

En Mathématiques, adopter une démarche scientifique consiste à mener une réflexion abstraite en s'aidant de solides méthodes, autrement dit : associer l'imagination à la technique. Il est important de ne pas réduire cette science à l'apprentissage (certes indispensable) de procédures mécaniques et purement techniques mais plutôt de s'appuyer sur elles pour que l'imagination, la recherche vivante puisse s'exercer.

Cet ouvrage se propose de respecter cet équilibre, de manière très ciblée à partir des bulletins officiels des programmes de Mathématiques, qui mentionnent précisément ce dont les élèves doivent se rendre capables en classe de Terminale technologique.

1 Capacités de la classe de Terminale technologique

A Chercher, expérimenter (en particulier à l'aide d'outils logiciels)

Utiliser un langage de programmation, un logiciel de géométrie dynamique, un logiciel de calcul formel ou même un tableur permet d'aborder le problème posé sous un certain angle. Ce sont des outils assez faciles, qui permettent de donner des idées de recherche et peuvent se révéler être un formidable outil de vérification de calculs algébriques.

Conseils du professeur

Il faut disposer des logiciels suivants : Python, GeoGebra, Xcas (ou Xcas en ligne) et Excel (ou Open Office Calc).

Python est un langage de programmation (qui permet de faire fonctionner des algorithmes).

GeoGebra est un logiciel de géométrie dynamique (qui permet de construire des courbes, des graphiques, etc.).

Xcas est un logiciel de calcul formel : il effectue des calculs algébriques (développement, factorisation, simplification, etc.).

Excel (ou Open Office Calc) est un tableur. Il comporte des cellules, et des instructions permettant d'effectuer des calculs (somme, moyenne, etc.).

En classe, il est déjà un peu tard pour découvrir ces logiciels. Comme ils sont gratuits (sauf Excel), il ne faut pas hésiter à les télécharger chez soi et à les utiliser au moins une à deux fois avant. Les enseignants ajoutent souvent des indications dans la feuille photocopiée du problème qu'ils vous soumettront. Normalement, avec un peu d'habitude sur le logiciel, cinq minutes vous suffiront pour trouver ce que le professeur attend. En revanche, si vous n'êtes pas habitué au logiciel, vous passerez une heure sans rien comprendre et aurez tout oublié une fois sorti de cours. Conclusion : télécharger le logiciel (ou l'application avant) et regarder comment il fonctionne avant d'aller en cours.

B Modéliser, réaliser des simulations numériques d'un modèle, valider ou invalider un modèle

Surtout dans le domaine des probabilités et de l'échantillonnage, l'ordinateur peut permettre de dégager une certaine tendance ou loi mathématique à découvrir, ou au contraire d'écarter une conclusion erronée (l'ordinateur est assez efficace lorsqu'on souhaite vérifier si une théorie a l'air vraie ou pas).

Conseils du professeur

On peut modéliser toute sorte d'expérience avec un ordinateur. L'exemple le plus simple est le lancer d'un dé à six faces avec l'instruction `random.randint(1,6)` sous Python. Comme les lois mathématiques (en probabilités notamment) ont tendance à se dégager pour un grand nombre d'expériences identiques, on préfère faire ce travail fastidieux par un ordinateur : il est en effet éprouvant d'effectuer à la main 1 000 ou 10 000 lancers de dés, alors qu'un ordinateur est capable de le faire en une fraction de seconde.

En général, toute modélisation est guidée par le professeur qui utilisera le plus souvent des algorithmes.

C Représenter, choisir un cadre (numérique, algébrique, géométrique, etc.), changer de registre

Suivant ce qui est demandé dans l'exercice, il faut être capable de comprendre quel domaine est concerné. Me demande-t-on un calcul numérique ? Un calcul algébrique ? Une courbe ? En général, c'est précisé mais il faut être capable en Terminale Technologique de combiner ces différents registres. Les professeurs aiment beaucoup faire construire des courbes, des diagrammes, des tableaux... à leurs élèves. Les représentations graphiques sont même parfois un bon prélude à un calcul algébrique. On peut constater une propriété (croissance, décroissance, extremum d'une fonction par exemple) qu'on se charge ensuite de démontrer par l'outil algébrique...

Conseils du professeur

En T^e, beaucoup de points sont accordés à la qualité de la représentation graphique. Une courbe tracée avec soin peut rapporter parfois jusqu'à deux points (sur 20). Ce n'est pas quelque chose de difficile, il suffit juste d'être soigneux et d'avoir un matériel de géométrie complet (équerre, règle, rapporteur, compas, crayon bois, gomme). Sinon, de plus en plus, des impressions de courbes tracées sous GeoGebra sont autorisées dans les devoirs maisons. Dans ce cas, la compétence est différente, il faut savoir utiliser intelligemment le zoom et le cadrage de figures. Bien penser à choisir une échelle adaptée, des axes gradués cohérents.

D Raisonner, démontrer, trouver des résultats partiels et les mettre en perspective

Raisonner revient à lier de manière logique des propositions. Chaque étape d'un raisonnement devra être validée par une démonstration, c'est-à-dire une preuve (on met alors en perspective les résultats partiels, le cheminement de pensée en quelque sorte). La démonstration est en quelque sorte « l'épreuve du feu » du raisonnement.

Raisonner « bien » est une compétence fondamentale en mathématiques. Pour la développer, rien de mieux que de s'attaquer à des problèmes algébriques (sur les suites ou les fonctions).

Conseil du professeur

Il vaut mieux faire clair et concis que long et pénible à lire. Les mathématiques sont une discipline où l'on ne ment pas. Si votre raisonnement est solide, il sera agréable à lire et aura la force de l'évidence. Il faut faire simple et rigoureux.

E Calculer, appliquer des techniques et mettre en œuvre des algorithmes

Calculer ou appliquer des techniques est une capacité algébrique. Pour la dominer, il faut essentiellement s'exercer, s'entraîner sur des exercices parfois un peu répétitifs.

Mettre en œuvre des algorithmes est en revanche beaucoup plus délicat, mais en passant du temps sur Python, on fait assez vite des progrès. Chose importante : les programmes (ou algorithmes) sont de plus en plus présents, ils permettent de conjecturer ou de mettre à l'épreuve une modélisation. Il faut donc s'investir dans cette compétence.

Conseils du professeur

On peut demander la création d'un algorithme de A à Z. Dans ce cas, il faut se constituer une petite bibliothèque de programmes tout faits (sous forme d'un calepin, ou d'un répertoire). C'est en programmant qu'on devient programmeur. Au début, créer un algorithme paraît insurmontable. Une fois qu'on en connaît cinq ou six par cœur, cela devient facile.

F Communiquer un résultat par oral ou par écrit, expliquer une démarche

L'aspect rédactionnel des mathématiques est fondamental : très rigoureux, il doit suivre des règles logiques qui s'enchaînent jusqu'à aboutir à une conclusion infaillible. Chaque étape doit être d'une transparence totale, sans aucune ambiguïté.

Il est de plus en plus fréquent qu'un professeur passe dans les rangs et vous interroge sur votre démarche lorsqu'un exercice demande à être résolu. Sans être un grand orateur, vous devez être capable en quelques mots de justifier vos idées, la direction que vous avez choisie. Peu importe que vous soyez dans la bonne ou la

mauvaise direction, le professeur évaluera votre dynamisme, vos idées de recherche, pas forcément leur aboutissement.

Conseils du professeur

Essayez toujours de vous souvenir de votre cours (et de l'enchaînement des différents paragraphes). Un exercice est souvent posé pour illustrer une notion fraîchement vue en classe. On ne risque pas de vous interroger sur le théorème de Thalès de 3^e si vous faites un exercice de Probabilités par exemple. Il vous faut faire un effort de contextualisation puis de mémoire : « pourquoi me pose-t-on cette question ? » est la remarque que vous devez vous faire au moment où vous prenez connaissance de l'exercice. À quel chapitre, cet exercice se rapporte-t-il ?

2 Récapitulatif des exercices illustrant les compétences

Compétences	Exercices concernés
▶ 1. Chercher, expérimenter (en particulier à l'aide d'outils logiciels)	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Chap. 2 : 2.1 ; 2.21 ; 2.27 ; 2.30 ; 2.31 ▶ Chap. 3 : 3.8 ; 3.9 ▶ Chap. 7 : 7.2 ; 7.3 ; 7.4 ; 7.5 ; 7.6 ; 7.7
▶ 2. Modéliser, faire une simulation, valider ou invalider un modèle	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Chap. 2 : 2.9 ▶ Chap. 3 : 3.6 ; 3.7 ; 3.8 ; 3.9 ; 3.12 ; 3.13 ; 3.14 ▶ Chap. 9 : 9.2
▶ 3. Représenter, choisir un cadre (numérique, algébrique, géométrique, etc.), changer de registre	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Chap. 1 : 1.6 ▶ Chap. 2 : 2.16 ; 2.23 ; 2.26 ; 2.28 ; 2.29 ; 2.33 ▶ Chap. 4 : 4.1 ; 4.2 ▶ Chap. 6 : 6.1 ; 6.2 ; 6.3 ▶ Chap. 7 : 7.1 ; 7.3 ; 7.4 ; 7.5 ; 7.6 ; 7.7 ▶ Chap. 8 : 8.1 ; 8.2 ▶ Chap. 9 : 9.1 ; 9.2 ; 9.5
▶ 4. Reasonner, démontrer, trouver des résultats partiels et les mettre en perspective	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Chap. 1 : 1.3 ; 1.15 ; 1.16 ▶ Chap. 2 : 2.2 ; 2.9 ; 2.14 ; 2.23 ; 2.24 ; 2.25 ; 2.27 ; 2.32 ; 2.33 ▶ Chap. 3 : 3.3 ▶ Chap. 4 : 4.2 ▶ Chap. 5 : 5.3 ; 5.4 ; 5.5 ; 5.6 ; 5.7 ▶ Chap. 7 : 7.2 ; 7.3 ; 7.4 ; 7.5 ; 7.6 ; 7.7 ▶ Chap. 8 : 8.3 ; 8.4 ; 8.5 ; 8.6 ▶ Chap. 9 : 9.4 ; 9.8 ; 9.9

- | | |
|---|--|
| <p>▶ 5. Calculer, appliquer des techniques et mettre en œuvre des algorithmes</p> | <ul style="list-style-type: none">▶ Chap. 1 : 1.1 ; 1.2 ; 1.3 ; 1.4 ; 1.5 ; 1.6 ; 1.7 ; 1.8 ; 1.9 ; 1.10 ; 1.11 ; 1.12 ; 1.13 ; 1.14 ; 1.15 ; 1.16▶ Chap. 2 : 2.1 ; 2.2 ; 2.3 ; 2.4 ; 2.5 ; 2.6 ; 2.7 ; 2.8 ; 2.10 ; 2.11 ; 2.12 ; 2.15 ; 2.16 ; 2.17 ; 2.18 ; 2.19 ; 2.21 ; 2.27 ; 2.30▶ Chap. 3 : 3.1 ; 3.2 ; 3.4 ; 3.5 ; 3.6 ; 3.7 ; 3.8 ; 3.9 ; 3.10 ; 3.11 ; 3.12 ; 3.13 ; 3.14▶ Chap. 4 : 4.1 ; 4.3 ; 4.4 ; 4.5▶ Chap. 5 : 5.1 ; 5.2 ; 5.3 ; 5.4 ; 5.5 ; 5.6 ; 5.7▶ Chap. 6 : 6.1 ; 6.2 ; 6.3▶ Chap. 8 : 8.3 ; 8.4 ; 8.5 ; 8.6▶ Chap. 9 : 9.1 ; 9.2 ; 9.3 ; 9.5 ; 9.6 ; 9.7 ; 9.8 ; 9.9 |
| <p>▶ 6. Communiquer un résultat par oral ou par écrit, expliquer une démarche</p> | <ul style="list-style-type: none">▶ Chap. 2 : 2.1 ; 2.4 ; 2.5 ; 2.6 ; 2.7 ; 2.8 ; 2.10 ; 2.13 ; 2.14 ; 2.18 ; 2.22 ; 2.24 ; 2.25 ; 2.27 ; 2.28▶ Chap. 4 : 4.1 ; 4.2▶ Chap. 7 : 7.2 ; 7.7▶ Chap. 9 : 9.5 |

Chapitre 1

***Algorithmique
et programmation***

Cours

1 Variables informatiques

Définition d'une variable

Il y a quatre types de variables : les entiers, les booléens (nombres ne s'écrivant qu'avec des 0 et des 1 tels que les comprennent les machines, les robots, les ordinateurs) les nombres à virgules (appelés flottants ou float) et les chaînes de caractères.

Vocabulaire à connaître, notations

Entiers, booléen, flottant (nombres à virgules ou float), chaîne de caractères.

2 Notion de liste

Définition d'une liste

Une liste est comme son nom l'indique une liste de nombres ou de caractères qui sont indexés (c'est-à-dire que chaque élément de la liste est repérable par un indice).

Voici comment créer la liste [14,23,15,6] avec Python :

```
Liste=[14,23,15,6]
```

Remarque importante

Dans Python, le premier terme d'une liste a pour indice 0.

Par exemple, si Liste=[14,23,15,6], alors Liste[0]=14.

Ensuite, on a Liste[1]=23, Liste[2]=15 et Liste[3]=6.

Vocabulaire à connaître, notations

Liste, Liste[i] désigne l'élément de la liste d'indice i.

Manipulations de base sur les listes

La fonction Push (ou ajouter)

Cette fonction ajoute un élément en fin de liste.

```
Liste=[14,23,15,6]

def Push(Liste,élément):
    Liste.append(élément)
    return Liste
```

Par exemple, on veut ajouter le terme 7 à la liste [14,23,15,6].

```
>>> Push(Liste,7)
[14, 23, 15, 6, 7]
```

La fonction Pop (ou retirer)

Cette fonction retire un élément en fin de liste.

```
Liste=[14,23,15,6]

def Pop(Liste):
    del Liste[-1]
    return Liste
```

Par exemple, on veut retirer le dernier élément de la liste [14,23,15,6].

```
>>> Pop(Liste)
[14, 23, 15]
```

La fonction Échanger

Cette fonction échange les termes Liste[i] et Liste[j].

```
Liste=[14,23,15,6]

def Echanger(Liste,i,j):
    a=Liste[j]
    Liste[j]=Liste[i]
    Liste[i]=a
```

Par exemple, on veut échanger les termes Liste[1] et Liste[3] de la liste.

```
>>> Echanger(Liste,1,3)
>>> print(Liste)
[14, 6, 15, 23]
```

La fonction Étendre

Cette fonction étend la liste d'une autre liste.