Préface

Bertrand Hauchecorne : un nom bien connu des « taupins » des trente dernières années, pour son célèbre ouvrage décalé, recueil de contre-exemples. Je me souviens encore du colleur qui le premier m'en a parlé comme d'une perle rare !

Et Élisabeth Busser : un nom bien connu des amateurs d'énigmes mathématiques, auteure de plusieurs ouvrages sur le sujet, et en particulier d'une adaptation pour lycéens des célèbres énigmes de Lewis Carroll.

L'ouvrage créé par ce duo devait forcément être singulier, cultivé, ludique et rigoureux. Et c'est le cas, ô combien !

La sélection de 250 mots et concepts, abstraits et concrets, jeunes et vieux, thématiquement mélangés par l'ordre alphabétique, constitue une merveilleuse petite encyclopédie, loin d'être exhaustive, mais pour autant rendant fidèlement hommage à la diversité et à la profondeur des sciences mathématiques.

On y retrouvera les héros de l'histoire mathématique, du mystérieux Pythagore à l'intrépide Sophie Germain, de la brillante dynastie Bernoulli à l'intransigeant Gödel. Quelques dizaines d'explorateurs particulièrement audacieux dont les aventures entrelacées illustrent la grande aventure collective des centaines de milliers de mathématiciennes et mathématiciens qui se sont passé le témoin, au cours des derniers millénaires, pour approfondir une conquête précieuse de l'humanité.

On y retrouvera les concepts, simples et compliqués à la fois, familiers et pourtant si profonds, qui ont fait le succès du formalisme mathématique et de ses applications, depuis les courbes aux structures algébriques, en passant par le mystérieux signe = et sans oublier les bugs chers aux informaticiens ! Dire qu'il a fallu des millénaires pour maîtriser certains concepts que l'on apprend aujourd'hui à l'école…

On y retrouvera les problèmes, puzzles, énigmes, conjectures, qui depuis des millénaires émaillent le progrès mathématique et fascinent les chercheurs. Avec ce va-et-vient permanent entre les problèmes concrets, parfois formulés comme de la plomberie on ne peut plus terre à terre, et les grands problèmes théoriques, comme l'hypothèse du continu, la conjecture de Fermat ou celle de Poincaré.

Finalement l'ouvrage de Busser et Hauchecorne entremêle les idées, les personnes et les problèmes mathématiques, exactement comme j'ai moi-même cherché à le faire dans ma carrière de vulgarisateur mathématique.

Et sans oublier les lieux ! Car depuis la Grèce antique jusqu'à l'école de Göttingen, les compétences mathématiques se développent selon des cultures, dans des communautés et des contextes.

Aujourd'hui, en cette époque d'informatique triomphante et de terrible complexité des problèmes qui s'abattent sur la planète et l'humanité, la mathématique s'invite dans toutes les nuances du jeu intellectuel et de l'action publique. Depuis la prédiction des réparations de tuyaux avec les derniers algorithmes d'intelligence artificielle, jusqu'aux grandes questions sur l'émergence des structures d'apprentissage, en passant par la modélisation des épidémies. C'est une époque merveilleuse pour apprécier la richesse de la mathématique, boîte à concepts et boîte à outils.

Mais ce n'est pas une boîte fermée, et le dictionnaire décalé use de tous les ressorts de la culture pour la replacer dans l'histoire humaine. Les images de rosace ou de rubans de Mœbius, les citations de Victor Hugo ou Supervielle, les chansons de Barbara, les tortueux extraits de Kant ou les fluides vers de Verlaine. C'est bien la sympathie intellectuelle, la sympathie, la curiosité qui poussent les mathématiciens à apprendre et chercher, bien plus que l'utilité des applications ; il en sera de même pour le lecteur !

Chemin faisant, on tombera dans les puits sans fond que sont l'infini et les probabilités. Mais on retrouvera aussi des souvenirs de collège, les géométries, les débats pédagogiques. On trouvera aussi des liens entre des pans différents des sciences mathématiques, comme cette jolie visualisation géométrique des trois moyennes dans un triangle rectangle. Ces ponts et passerelles sont l'un des éléments les plus importants dans le paysage mathématique, et l'on peut même à niveau élémentaire s'y familiariser.

Ce dictionnaire décalé n'est pas un cours, mais tout le monde pourra y apprendre, et moi-même j'y ai appris ! Par moments il m'a rappelé des souvenirs de recherche, par moments aussi il m'a replongé à l'adolescence, à l'époque où je passais des heures en compagnie des formules d'Al-Kashi, des limites et des identités remarquables, ou encore à traquer la logique derrière ces belles figures géométriques où les droites et les cercles se rencontrent comme par magie.

Chemin faisant, je me suis retrouvé moi aussi transformé en entrée dans le dictionnaire ! Je ne pouvais espérer meilleur hommage pour mes efforts à explorer de nouvelles voies de communication et médiation mathématique.

Une magnifique citation d'André Weil, modèle d'humilité, clôt ce superbe panorama impressionniste avec tous les ingrédients qui ont fait le succès, depuis des millénaires, de notre discipline aussi utile que belle. Avec ses belles structures, ses belles figures, ses belles correspondances, ses belles surprises. Dans le jeu des idées qui fusionnent, bourgeonnent et se croisent. Avec ses régularités et ses singularités, ses beaux esprits, et ses belles histoires.

Cédric Villani
Mathématicien, député,
Médaillé Fields 2010,
Professeur de l'Université de Lyon,
Membre de l'Académie des sciences

Avant-propos

Complet mais pas comme les autres

Nous avons tous deux enseigné avec passion et rigueur les mathématiques avec le plaisir de transmettre des notions parfois difficiles et ardues ; nous partageons aussi tous deux un vif intérêt pour la culture mathématique que nous pensons intimement liée aux autres disciplines.

Fort de connaissances que nous avons acquises dans l'écriture d'ouvrages mais aussi de nombreux articles, en particulier ceux publiés dans la revue *Tangente*, nous avons conçu un dictionnaire dans lequel les définitions sont reliées à des aspects culturels. Nous avons en particulier eu le souci que chaque entrée soit un texte agréable à lire. Nous souhaitons ainsi faire partager à un large public intéressé par les mathématiques, sans forcément en être spécialiste, une approche différente des notions mathématiques.

Un dictionnaire différent

Les mathématiques ont besoin de définitions précises, très souvent liées entre elles ; on ne peut, par exemple, pas définir la dérivée sans savoir ce qu'est une fonction. Aussi, pouvoir accéder aux différentes définitions doit répondre à une logique interne que les ouvrages plus généraux comme le *Larousse* ou le *Robert*, ne peuvent fournir. Depuis le premier *Dictionnaire mathématique ou idée générale des mathématiques* de Jacques Ozanam publié en 1691, de nombreux ouvrages ont suivi devenant au cours des années, malgré leur sérieux, de plus en plus arides. En quoi celui-ci est différent des autres ?

Les mathématiques sont trop souvent détachées du reste de la connaissance alors qu'elles en font partie intégrante. Trop souvent elles sont vécues comme nécessaires mais ennuyeuses et difficiles. C'est aussi une synthèse entre la précision des définitions et des aspects culturels allant de l'histoire à la poésie en passant par l'étymologie que nous vous proposons.

C'est dans ce double but que nous avons conçu le *Dictionnaire décalé des mathématiques* que vous avez entre les mains ; en deux mots, joindre l'utile à l'agréable mais aussi, rendre les mathématiques plus attractives.

Un ouvrage utile

Le corps principal contient environ 250 entrées reliées les unes aux autres par des renvois. La majorité d'entre elles correspondent aux notions fondamentales des mathématiques, du collège jusqu'au niveau du baccalauréat et même un peu plus. Les définitions sont précises, souvent agrémentées de schémas afin d'aider à la compréhension. Nous y avons ajouté des entrées différentes, des universités célèbres comme celle de Göttingen, quelques mathématiciens mythiques comme Galois ou Gauss et quelques notions amusantes comme la baderne d'Apollonius, le bretzel ou la gamme de Pythagore. Ces entrées complémentaires ne sont pas exhaustives, bien sûr mais sont des coups de cœur qui montrent que les maths se nichent là où on ne les attend pas.

Nous avons souhaité que chaque entrée puisse se lire comme un texte à part entière. Aussi avons-nous eu le souci de regrouper parfois plusieurs définitions au sein d'une même entrée référencée au concept le plus naturel. Ainsi, *cosinus* est défini à l'entrée *sinus*, *écart-type* l'est au mot *variance*. Pour permettre au lecteur de retrouver ces termes, un index les regroupe avec le renvoi correspondant.

Sérieux, mais totalement décalé

Nous avons agrémenté l'ouvrage d'allusions littéraires, de citations, d'aperçus historiques, d'étymologies amusantes qui vous permettront d'avoir une lecture facile, agréable et satisfaisante culturellement. Le lecteur pourra butiner d'article en article avec le cheminement de son choix, allant par exemple d'une citation de Victor Hugo, à un article sur le boulier puis d'apprendre à construire la bissectrice d'un angle avec des allumettes. Mais, s'il est sérieux, il retrouvera aussi les propriétés bifocales de l'ellipse.

À qui s'adresse cet ouvrage ?

Un large public pourra tirer profit de cet ouvrage.

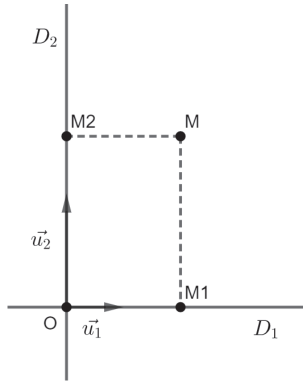
- Il servira aux parents pour suivre et comprendre la progression de leurs adolescents dans l'apprentissage des maths au collège et au lycée sans avoir l'impression de retourner en classe.
- Il plaira également à toutes celles et tous ceux qui souhaitent reprendre des notions de mathématiques oubliées et mieux comprendre en quoi elles interfèrent dans de nombreux domaines de la vie courante.
- Il aidera enfin les étudiants scientifiques à retrouver les notions enfouies dans leur mémoire et dont ils ont besoin pour leur poursuite d'études.

Surtout, si vous êtes nombreux à prendre plaisir à le feuilleter, à le parcourir, à vous en inspirer tout en vous instruisant et en vous distrayant, nous aurons atteint notre objectif.

Abscisse et ordonnée

Le repérage des points dans un plan se fait à l'aide de deux nombres, *l'abscisse* et *l'ordonnée*. C'est ce que l'on nomme des coordonnées cartésiennes, du nom de René Descartes (♦ Descartes) qui les introduisit.

On place deux axes D_1 et D_2, faisant en général un angle droit entre eux, l'un horizontal et l'autre vertical. On place sur chacun des axes un vecteur servant d'unité, ce qui permet de les graduer ; notons-les $\overrightarrow{u_1}$ et $\overrightarrow{u_2}$. L'intersection de ces deux axes se nomme *l'origine* et se note en général O. Pour chaque point M du plan on trace les deux parallèles aux axes qui les coupent en des points M_1 et M_2. Les vecteurs $\overrightarrow{OM_1} = x\overrightarrow{u_1}$ et $\overrightarrow{OM_2} = y\overrightarrow{u_2}$ sont colinéaires respectivement à $\overrightarrow{u_1}$ et à $\overrightarrow{u_2}$; x et y s'appellent respectivement l'abscisse et l'ordonnée de M dans le repère $(O,\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2})$ (♦ Repère).



M dans le repère $\left(O,\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right)$.

Addition

« Garçon, l'addition s'il vous plaît ! » C'est bien la somme des coûts des consommations que l'on réclame alors. Mathématiquement, l'addition est l'opération la plus simple, celle qui consiste à ajouter un nombre à un autre. L'introduction des signes + pour l'addition et – pour la soustraction est due au mathématicien allemand Johannes Widman, d'abord pour indiquer un bénéfice ou un débit puis ensuite pour les opérations arithmétiques.

L'addition est commutative, c'est-à-dire que, $a + b = b + a$ et plus généralement, pour additionner un grand nombre de termes, on peut le faire dans l'ordre qu'on veut. Elle est également associative ce qu'on exprime par :

$(a + b) + c = a + (b + c)$.

De ces deux propriétés découle le fait que pour ajouter plus de trois termes, on peut les grouper de n'importe quelle façon et dans n'importe quel ordre et effectuer les additions partielles dans l'ordre que l'on veut.

Par exemple pour calculer $2 + 5 + 3 + 9$ on peut calculer $(2 + 5) + (3 + 9) = 7 + 12 = 19$ ou bien $(2 + (5 + 3)) + 9 = (2 + 8) + 9 = 10 + 9 = 19$, etc.

Voici l'algorithme de l'addition que l'on apprend à l'école primaire. On place les deux ou plusieurs nombres à additionner l'un au-dessus de l'autre, en alignant les unités, les dizaines, etc. On additionne alors les unités entre elles et on place le chiffre des unités en bas de la colonne. On ajoute alors le chiffre des dizaines de ce résultat, que l'on nomme retenue, à tous les chiffres des dizaines des nombres à additionner. On opère alors comme pour les unités et l'on s'intéresse alors aux chiffres des centaines puis aux milliers s'il y en a jusqu'à épuisement des colonnes. Additionnons par exemple 274 et 585.

1		
2	**7**	**4**
5	**8**	**5**
8	5	9

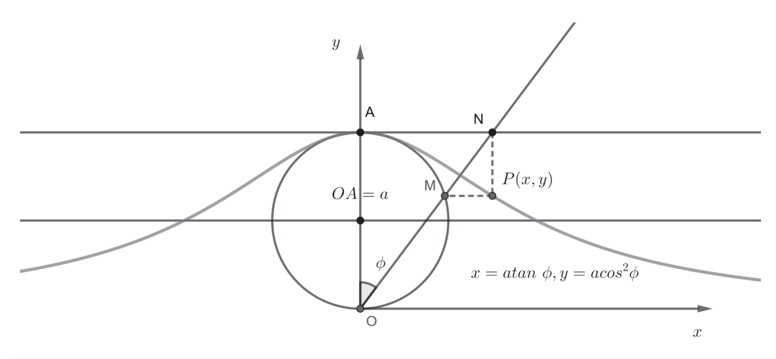
Agnesi (Maria Gaetana) (1718-1799)

Maria Gaetana Agnesi, à la fois linguiste, humaniste et mathématicienne, issue d'une riche famille milanaise, a démontré dès son plus jeune âge des facilités pour les langues, au point d'avoir écrit en latin, à l'âge de neuf ans, un discours pour le droit à l'éducation des filles. Quelques années plus tard, elle parlait couramment l'italien, bien sûr, mais aussi le latin, le grec, l'hébreu, le français, l'espagnol et l'allemand, et se montrait également très intéressée par la philosophie de Newton. Poussée par son père, professeur de mathématiques à l'université de Bologne, elle se plonge dans l'étude des mathématiques et publie en 1748 un ouvrage de géométrie analytique, *Institutions analytiques*, qu'elle a écrit comme un manuel scolaire pour ses frères et qui sera traduit en français et en anglais. Elle remplace dès lors à l'université son père malade et obtient en 1749 une chaire à Bologne. Au décès de son père en 1752, elle se consacre à des études religieuses et des œuvres charitables.

La *sorcière* d'Agnesi

C'est dans son ouvrage de 1748 que cette femme éclectique a décrit la courbe représentée ici. Cette courbe, déjà étudiée par Fermat en 1630, l'a été également par Guido Grandi en 1703, qui lui a donné le nom le nom de « versoria » ou « corde à virer de bord », (du latin *versare*, tourner). Agnesi, elle, change ce nom en « versiera », que le traducteur anglais confondra avec « avversiera » (sorcière, en ancien italien) et traduira en *witch,* nom qui reste désormais attaché à cette courbe, la « sorcière » d'Agnesi.

On note N l'intersection de la droite OM et de la tangente en A au cercle et P l'intersection de la parallèle à (OA) passant par N et de sa perpendiculaire passant par M. La sorcière d'Agnesi est le lieu des points P lorsque M décrit le cercle.



La « sorcière » d'Agnesi.

Aire

Dans le langage courant, le mot surface désigne aussi bien l'étendue que sa mesure. En mathématique, il y a lieu de distinguer les deux. L'aire correspond à la deuxième acception. Des formules permettent de calculer l'aire A de figures géométriques simples ; ainsi celle d'un rectangle de cotés a et b vaut $A = a \times b$, celle d'un cercle de rayon R est égale à $A = \pi R^2$ et celle d'un triangle de hauteur h et de base b vaut $\frac{b \times h}{2}$. La théorie de l'intégration a permis de calculer l'aire de domaine englobés par des courbes simples (♦ Intégrale).

Algèbre

Pour moi, c'est de l'algèbre ! Ici algèbre pourrait être remplacé par hébreu ou chinois : le mot fait référence à une chose considérée comme incompréhensible.

« *Arithmétique ! Algèbre ! Géométrie ! Trinité grandiose ! Triangle lumineux ! Celui qui ne vous a pas connues est un insensé !* » C'est en ces termes qu'Isidore Ducasse, comte de Lautréamont, vantait l'importance des mathématiques dans *les Champs de Maldoror.*

L'entrée de l'algèbre dans le corpus mathématique fut l'objet d'un long cheminement. Le terme algèbre provient du titre de l'ouvrage *Kitab al-jabr w'al muqabalah* du mathématicien arabe Al-Khwarizmi (788-850). Il signifiait la remise en place qui consistait dans une équation à changer de côté les éléments négatifs afin de les rendre positifs.

L'utilisation des chiffres arabes, ceux que nous employons toujours, devient courante à la Renaissance et les nombres négatifs, longtemps tabous car considérés comme vide de sens, sont désormais d'usage courant. Parallèlement François Viète (1540-1603) se met à résoudre des problèmes avec des expressions littérales, c'est-à-dire qu'il remplace certaines données par des lettres et, selon ses dires, aboutit à « *un art nouveau* » qui lui permet de « *résoudre les problèmes par vingtaine là où les mathématiciens anciens ou contemporains ne les traitaient qu'un à un.* » On nomme alors algèbre la branche des mathématiques que fait naître cette révolution dans les méthodes de résolutions de problèmes numériques.

Algorithme

« *Ces algorithmes qui nous gouvernent »*, « *le pouvoir des algorithmes* » : ce mot savant, longtemps inconnu du grand public, est mis depuis peu à toutes les sauces ! Les algorithmes paraissent pour certains tout puissants, vecteurs de progrès mais aussi inquiétants et d'un grand danger pour notre liberté. Que se cache-t-il derrière ce vocable ?

Ce mot est l'un des rares dans le vocabulaire mathématique dont le nom provient d'un savant. En effet Mohammed Al-Khwarizmi, d'origine perse, vivait à Bagdad à l'invitation d'Al-Mamoun. Ce calife éclairé avait transformé la bibliothèque de son père Haroun al-Rachid en une *Maison de la sagesse* dans laquelle il conviait les plus grands lettrés de l'époque pour traduire les textes grecs mais aussi indiens donnant un essor scientifique spectaculaire en ce début de IXe siècle.

Venu du Kharezm ou Chorasmie, en Asie centrale, Al-Khwarizmi rédigea des ouvrages qui eurent une importance fondamentale, tant par leur contenu que leur diffusion. *Kitab al-Jabr w'al muqabala* donne une méthode explicite de la résolution des équations du second degré. *Algoritmi de numero indorum* (des chiffres indiens), n'est sans doute pas comme on le dit souvent seulement une traduction latine d'un ouvrage écrit en arabe aujourd'hui disparu. Il est, semble-t-il, une compilation médiévale ayant repris de nombreux éléments de l'œuvre d'Al-Khwarizmi. Cet ouvrage eut une grande importance dans l'Occident médiéval et y favorisa l'introduction des chiffres arabes et de la numération de position d'origine indienne.